



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



*La matematica nel passaggio dal primo al secondo ciclo:
il laboratorio di accoglienza
matematica per le classi prime
superiori*

matnet.unibg.it, matnet@unibg.it

XXX CONVEGNO UMI - CIIM
BERGAMO 25-27 OTTOBRE 2012

*Maddalena Andreoletti
Caterina Scarpaci*

**Centro MatNet
Università di Bergamo**

Laboratorio di accoglienza matematica



L'idea del laboratorio di accoglienza è nata nel 2011 nell'ambito del Laboratorio MatNet per insegnanti di scuola secondaria di I e II grado per dare continuità alla progettazione e analisi del test d'ingresso.

All'inizio di un nuovo percorso scolastico gli insegnanti sentono la necessità di rivedere ed eventualmente approfondire concetti e procedure di calcolo già affrontate dagli studenti negli anni precedenti: il cosiddetto "ripasso".

Spesso, però, gli studenti hanno acquisito procedure di calcolo senza avere la consapevolezza dei concetti ad esse sottesi.

Il percorso individuato vuole aiutarli a riflettere sui concetti di base e a rimettere in gioco le loro risorse avvicinandoli allo studio della matematica.

Gli insegnanti, trovano un percorso ben definito e preciso e sperimentano un nuovo modo di insegnare cominciando gradualmente ad estendere al resto del curriculum.



Il nucleo portante del laboratorio è quello dei numeri, dall'insieme \mathbb{N} all'insieme \mathbb{Q}

Il laboratorio coinvolge la prima classe di istituti superiori di ordine diverso, per questo sono stati creati due percorsi, uno "base" e uno "avanzato" (prevalentemente per i licei e gli istituti tecnici).

Le prime settimane si avvia l'attività didattica proponendo agli studenti un percorso basato sul problem solving in modalità collaborativa.

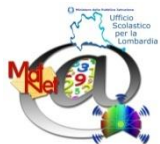
Le attività riguardano i concetti base rivisitati secondo una modalità che favorisce l'effettiva comprensione e un approfondimento oltre i normali programmi svolti nella scuola primaria: basi diverse dalla base dieci, operazioni in insiemi finiti, probabilità. Tuttavia tali argomenti possono essere non trattati nel percorso base senza inficiare il progetto complessivo.



Struttura laboratorio: i temi



- NUMERI NATURALI: multipli, divisori, numeri primi;
- SISTEMA DI NUMERAZIONE POSIZIONALE: scrittura di un numero in forma polinomiale
- SISTEMA DI NUMERAZIONE POSIZIONALE: basi diverse da 10;
- OPERAZIONI E PROPRIETÀ: calcolo mentale, uso delle parentesi;
- OPERAZIONI E PROPRIETÀ: Operazioni in insiemi finiti;
- I NUMERI INTERI: valore assoluto, lo zero e l'uno;
- POTENZE E PROPRIETÀ: crescite, decrescite;
- FRAZIONI, DECIMALI, PERCENTUALI: da frazione a decimale a percentuale e viceversa, la retta razionale, risoluzione di problemi.
- FRAZIONI E PROBABILITÀ
- L'INSIEME Q : operazioni e proprietà, potenze in Q .



Struttura laboratorio: i materiali



Per ogni tappa del percorso sono forniti alcuni materiali così suddivisi:

- Scheda attività (da usare per i lavori di gruppo).
- Scheda lavoro (per il lavoro individuale a casa o in classe)
Le schede di lavoro sono uguali per tutti e all'interno i quesiti sono distinti in:
 - esercizi applicativi
 - problemi di routine e non
 - congetture, dimostrazioni
- PPT come guida per la sintesi e la sistematizzazione.
Le lezioni di sintesi sono uguali per tutti gli ordini di scuola.

Struttura laboratorio (Attività 1)



INSIEME N

lavoro di gruppo per la ricerca delle soluzioni dei quesiti [dell'Attività 1](#) o [1star](#) (circa 30 min.)

presentazione da parte di ciascun gruppo di una soluzione e discussione (30 min.)

ad ogni studente viene data una scheda con quesiti di approfondimento e di riflessione ([sheda1](#))

lavoro in gruppo sul lavoro svolto a casa (20 min.)

Ogni gruppo relaziona sul lavoro svolto. Discussione e condivisione collettiva del lavoro svolto. (40 min.)

sintesi dell'insegnante sui concetti (divisibilità, numeri primi, potenza, MDC, mcm) (1h)
[\(ppt 1°lezione\)](#)

Struttura laboratorio (Attività 2)



SISTEMI DI NUMERAZIO NE BASE 10

lavoro di gruppo per la ricerca delle soluzioni dei quesiti [dell'Attività 2](#) o [2star](#) (circa 30 min.)

presentazione da parte di ciascun gruppo di una soluzione e discussione (30 min.)

ad ogni studente viene data una scheda con quesiti di approfondimento e di riflessione ([sheda2](#))

lavoro in gruppo sul lavoro svolto a casa (20 min.)

Ogni gruppo relaziona sul lavoro svolto. Discussione e condivisione collettiva del lavoro svolto. (40 min.)

sintesi dell'insegnante sui concetti (divisibilità, numeri primi, potenza, MDC, mcm) (1h)
[\(ppt 2° lezione\)](#)

Struttura laboratorio (Attività 3)



SISTEMI DI NUMERAZIONE BASE DIVERSA DA 10 (facoltativo nel percorso base)	lavoro di gruppo per la ricerca delle soluzioni dei quesiti <u>dell'Attività 3</u> (circa 30 min.)	presentazione da parte di ciascun gruppo di una soluzione e discussione (30 min.)	ad ogni studente viene data una scheda con quesiti di approfondimento e di riflessione (<u>sheda3</u>)
	lavoro in gruppo sul lavoro svolto a casa (20 min.)	Ogni gruppo relaziona sul lavoro svolto. Discussione e condivisione collettiva del lavoro svolto. (40 min.)	
	sintesi dell'insegnante sui concetti (divisibilità, numeri primi, potenza, MDC, mcm) (1h) <u>(ppt 3° lezione)</u>		

Struttura laboratorio (Attività 4)



OPERAZIONI E PROPRIETA' in N	lavoro di gruppo per la ricerca delle soluzioni dei quesiti <u>dell'Attività 4</u> o <u>4star</u> (circa 30 min.)	presentazione da parte di ciascun gruppo di una soluzione e discussione (30 min.)	ad ogni studente viene data una scheda con quesiti di approfondimento e di riflessione (<u>sheda4</u>)
	lavoro in gruppo sul lavoro svolto a casa (20 min.)	Ogni gruppo relaziona sul lavoro svolto. Discussione e condivisione collettiva del lavoro svolto. (40 min.)	
	sintesi dell'insegnante sui concetti (divisibilità, numeri primi, potenza, MDC, mcm) (1h) (<u>ppt 4°lezione</u>)		

Struttura laboratorio (Attività 5)



OPERAZIONI E PROPRIETA' IN INSIEMI FINITI (facoltativo nel percorso base)	lavoro di gruppo per la ricerca delle soluzioni dei quesiti <u>dell'Attività 5</u> (circa 30 min.)	presentazione da parte di ciascun gruppo di una soluzione e discussione (30 min.)	ad ogni studente viene data una scheda con quesiti di approfondimento e di riflessione (<u>sheda5</u>)
	lavoro in gruppo sul lavoro svolto a casa (20 min.)	Ogni gruppo relaziona sul lavoro svolto. Discussione e condivisione collettiva del lavoro svolto. (40 min.)	
	sintesi dell'insegnante sui concetti (divisibilità, numeri primi, potenza, MDC, mcm) (1h) (<u>ppt 5°lezione</u>)		

Struttura laboratorio (Attività 6)



INSIEME Z	lavoro di gruppo per la ricerca delle soluzioni dei quesiti <u>dell'Attività 6</u> o <u>6star</u> (circa 30 min.)	presentazione da parte di ciascun gruppo di una soluzione e discussione (30 min.)	ad ogni studente viene data una scheda con quesiti di approfondimento e di riflessione (<u>sheda6</u>)
	lavoro in gruppo sul lavoro svolto a casa (20 min.)	Ogni gruppo relaziona sul lavoro svolto. Discussione e condivisione collettiva del lavoro svolto. (40 min.)	
	sintesi dell'insegnante sui concetti (divisibilità, numeri primi, potenza, MDC, mcm) (1h) (<u>ppt 6°lezione</u>)		

Struttura laboratorio (Attività 7)



POTENZE E PROPRIETÀ

lavoro di gruppo per
la ricerca delle
soluzioni dei quesiti
[dell'Attività 7](#) o [7star](#)
(circa 30 min.)

presentazione da parte
di ciascun gruppo di una
soluzione e discussione
(30 min.)

ad ogni studente
viene data una scheda
con quesiti di
approfondimento e di
riflessione ([sheda7](#))

lavoro in gruppo sul
lavoro svolto a casa
(20 min.)

Ogni gruppo relaziona sul lavoro svolto.
Discussione e condivisione collettiva del lavoro
svolto.
(40 min.)

sintesi dell'insegnante sui concetti (divisibilità, numeri primi, potenza,
MDC, mcm) (1h)
([ppt 7° lezione](#))

Struttura laboratorio (Attività 8)



**FRAZIONI,
DECIMALI,
PERCENTUALI**

**lavoro di gruppo per
la ricerca delle
soluzioni dei quesiti
dell'Attività 8 o 8star
(circa 30 min.)**

**presentazione da parte
di ciascun gruppo di una
soluzione e discussione
(30 min.)**

**ad ogni studente
viene data una scheda
con quesiti di
approfondimento e di
riflessione (sheda8)**

**lavoro in gruppo sul
lavoro svolto a casa
(20 min.)**

**Ogni gruppo relaziona sul lavoro svolto.
Discussione e condivisione collettiva del lavoro
svolto.
(40 min.)**

**sintesi dell'insegnante sui concetti (divisibilità, numeri primi, potenza,
MDC, mcm) (1h)
(ppt 8° lezione)**

Struttura laboratorio (Attività 8 bis)



**FRAZIONI E
PROBABILITÀ**
(facoltativo nel
percorso base)

Sintesi dell'insegnante con momenti di lavoro di gruppo

(ppt 8°bis lezione)

Struttura laboratorio (Attività 9)



INSIEME Q

lavoro di gruppo per la ricerca delle soluzioni dei quesiti [dell'Attività 9](#) o [9star](#) (circa 30 min.)

presentazione da parte di ciascun gruppo di una soluzione e discussione (30 min.)

ad ogni studente viene data una scheda con quesiti di approfondimento e di riflessione ([sheda9](#))

lavoro in gruppo sul lavoro svolto a casa (20 min.)

Ogni gruppo relaziona sul lavoro svolto. Discussione e condivisione collettiva del lavoro svolto. (40 min.)

sintesi dell'insegnante sui concetti (divisibilità, numeri primi, potenza, MDC, mcm) (1h)
[\(ppt 9° lezione\)](#)



Si propone un insegnamento della matematica per problemi, gli insegnanti nella sperimentazione possono acquisire la consapevolezza che

- ❑ l'insegnamento per problemi non è un insegnamento estemporaneo, privo di ossatura teorica o in balia di stimoli occasionali;
- ❑ un percorso di questo tipo necessita di un uso non episodico di una didattica "laboratoriale" in cui l'insegnante ha il compito di predisporre schede, stimolare e coordinare le discussioni e, a conclusione, effettuare sintesi e sistematizzare il lavoro;
- ❑ è utile adottare una metodologia di apprendimento cooperativo assegnando ruoli precisi all'interno del gruppo.

Per l'organizzazione del lavoro di gruppo si sono seguite le indicazioni della Prof. Angela Pesci (Insegnare e apprendere cooperando: esperienze e prospettive, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Vol. 27 A-B n. 6, 637-670).



I cinque ruoli dell'apprendimento cooperativo

ORIENTATO AL COMPITO: il suo obiettivo è far raggiungere al gruppo il miglior risultato possibile in relazione al compito assegnato. Traduce in termini operativi e in un piano di lavoro gli obiettivi e il compito assegnato al gruppo e fa in modo che tutte le parti del problema siano analizzate e discusse e che il gruppo non si disperda su aspetti secondari del problema, segnala le incongruenze logiche e gli squilibri argomentativi, fa periodicamente il punto della situazione rispetto all'obiettivo e al tempo, promuove e attiva i momenti decisionali

ORIENTATO AL GRUPPO: è il responsabile del clima comunicativo. Sostiene con la relazione tutti i partecipanti facendo in modo che tutti siano partecipi senza che lo sentano come imposizione, che i contributi di tutti siano equilibrati nel tempo e nel modo, che i partecipanti si riconoscano nel processo e nella produzione di gruppo.

MEMORIA: è responsabile della formalizzazione del risultato del lavoro di gruppo. Durante il processo di analisi e sistemazione degli argomenti fa sì che essi risultino evidenti al gruppo: ripete le decisioni, chiede conferma per la formalizzazione, mette per iscritto ciò che viene confermato come versione definitiva, alla fine del processo perfeziona la versione definitiva e sintetica del prodotto finale (relazione), d'accordo con il gruppo ed in particolare con il "relatore"

RELATORE: è il responsabile per il gruppo della relazione orale sul lavoro svolto. Collabora con la memoria nel perfezionare la versione definitiva e scritta del prodotto del lavoro di gruppo, fa una "prova" di esposizione al gruppo della relazione orale e raccoglie suggerimenti, svolge la relazione orale nella discussione plenaria

OSSERVATORE: è il responsabile del feedback al gruppo su alcuni elementi del processo interattivo



- Ogni docente può utilizzare la piattaforma on-line del centro MatNet per confrontarsi e comunicare con gli altri insegnanti coinvolti nella sperimentazione.
- Agli insegnanti viene fornita anche una scheda “attività insegnante” nella quale ci sono commenti sull’attività e la scheda di osservazione che verrà compilata da ogni docente e depositata in piattaforma, l’analisi delle osservazioni fornirà indicazioni sul sviluppo del progetto e su eventuali modifiche da apportare.
- Gli studenti compileranno due questionari, uno di gruppo e uno individuale.



Esempio di scheda attività per insegnante

AMBITO PREVALENTE: divisibilità, sistema di numerazione posizionale.

PROCESSO PREVALENTE: saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica.

COMPETENZA: utilizzo delle tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico.

ABILITÀ: tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico e formalizzare il percorso di soluzione di un problema attraverso modelli algebrici.

Gli esercizi proposti sono un modo non convenzionale per avviare alla scrittura polinomiale di un numero e, se si tiene conto anche successivamente degli esercizi proposti in questa scheda, si può evidenziare che usare le lettere al posto dei numeri è spesso molto utile.

1. Triplicando il numero delle unità del numero 328 che numero ottengo?

Triplicando il numero delle decine del numero 328 che numero ottengo?

Triplicando il numero delle centinaia del numero 328 che numero ottengo?

Commento: è un invito a scrivere i numeri in forma polinomiale secondo le potenze del dieci.

2. Scrivi i numeri diciannove e ventuno nel sistema di numerazione romano, che differenza noti rispetto al sistema di numerazione che sei abituato a usare?

Commento: la riflessione è sulla differenza tra un sistema di numerazione additivo e quello posizionale. E' possibile far fare un approfondimento sulla storia dei sistemi di numerazione e sulla figura di Leonardo Pisano detto Fibonacci.

3. Calcola la differenza tra il numero 73 e quello che si ottiene scambiando le decine con le unità. Il numero che ottieni è divisibile per nove? Prova con altri numeri, ci sono regolarità?

Commento: la prima parte si risolve semplicemente facendo i calcoli, per generalizzare bisogna scrivere i numeri in forma polinomiale usando le lettere a posto dei numeri. È un'occasione per avviare al calcolo lettere in modo significativo. Può essere anche un avvio a piccole dimostrazioni.



Esempio di scheda di osservazione

Inserire il numero di gruppi corrispondenti ai diversi esiti

	Quesito 1	Quesito 2	Quesito 3	Quesito 4
Non risolto				
Risolto parzialmente				
Risolto scorrettamente				
Risolto correttamente ma senza giustificazione				
Risolto correttamente con giustificazione				

Osservazioni in riferimento a:

- **Tempo di esecuzione dell'attività (1 ora):**
troppo adeguato
insufficiente altro
- **Coinvolgimento e partecipazione degli studenti all'attività**
ottimo buono
sufficiente scarso insufficiente
- **Autonomia di lavoro dei singoli gruppi**
ottima buona
sufficiente scarsa insufficiente
- **Modalità di lavoro dei gruppi**
individuale ma condiviso individuale e non condiviso
collettivo e organizzato collettivo ma poco organizzato
- **Osservazioni libere in riferimento a: "buone domande", algoritmi risolutivi non di routine, adeguatezza delle conoscenze.**
.....

Monitoraggio e valutazione



Nel percorso si prevede di inserire due prove distinte per i due percorsi

da somministrare dopo le attività 1,2 e 3

[Prova intermedia livello base](#)

[Prova intermedia livello avanzato](#)

da somministrare al termine del percorso

[Prova finale livello base](#)

[Prova finale livello avanzato](#)



Quanto proposto dal nostro gruppo di lavoro rappresenta un esempio, tra i molti possibili, di affrontare lo studio degli insiemi numerici, delle operazioni e delle loro proprietà con uno sguardo sempre rivolto a “ciò che viene dopo ”

- il calcolo numerico precede il calcolo algebrico e gli dà significato
- l'utilizzo del linguaggio formalizzato introdotto gradualmente diventa una conquista e una necessità
- l'uso delle lettere per costruire formule è trasversale ad altri argomenti come relazioni e funzioni, equazioni e disequazioni, dati e previsioni;
- la ricerca di regolarità, la formulazione di congetture favoriscono la costruzione del metodo di procedere proprio della matematica



Osservazioni

Le obiezioni che solitamente vengono mosse ad una sperimentazione di questo tipo sono sostanzialmente due

- I tempi sono dilatano
- Il lavoro di gruppo non è efficace per tutti gli studenti

In realtà chi ha sperimentato nell'a.s.'11-'12 ha constatato che l'occupare più tempo alla trattazione di concetti fondanti viene recuperato più avanti:

- Il calcolo con i polinomi diventa più fluido e significativo (per fare un esempio)
- L'abitudine al ragionamento e all'autonomia nel lavoro aiuta ragazzi e insegnanti nell'affrontare argomenti nuovi



I ragazzi che lo scorso anno hanno sperimentato il laboratorio di accoglienza hanno compilato due questionari, uno di gruppo e uno individuale dai quali emergono i seguenti aspetti:

1. Le attività meno apprezzate sono state quelle “facili”
2. Il lavoro di gruppo è risultato via via più efficace
3. Le discussioni sono servite a chiarire dubbi
4. Molti ragazzi hanno dichiarato di sentirsi meno soli di fronte agli ostacoli
5. Alcuni sono riusciti ad affrontare la loro “paura della matematica”

QUESTIONARIO per il gruppo



Opinioni diverse che dovessero emergere dalla discussione di gruppo vanno tutte riportate.

- Provate ad indicare uno o più esercizi, delle varie attività proposte, che vi hanno aiutato a capire meglio alcuni aspetti della matematica. Perché?
- Se doveste progettare un'attività da proporre ad un compagno quale o quali esercizi, delle varie attività proposte, **scegliereste**? Perché?
- Se doveste progettare un'attività da proporre ad un compagno quale o quali esercizi, delle varie attività proposte, **non scegliereste**? Perché?
- Quali aspetti del lavoro vi sono risultati utili e perché?
 - Coinvolgimento
 - Autonomia
 - Modalità di lavoro in gruppo
- Quali aspetti del lavoro sono risultati negativi e perché?
- E' cambiata l'organizzazione del lavoro all'interno del gruppo durante il percorso e in che modo?
.....

QUESTIONARIO individuale



- Molti dicono che l'apprendimento cooperativo richiede più impegno ma risulta più efficace: qual è la tua opinione dopo l'esperienza svolta?
- Come ti sei sentito durante i lavori di gruppo?
- Cosa pensi della discussione di classe a conclusione dei lavori di gruppo? Come ti sei sentito durante le varie discussioni?
- Cosa ti è piaciuto di più dell'esperienza compiuta? Perché?
- Cosa ti è piaciuto di meno dell'esperienza compiuta? Perché?
- Hai considerazioni da aggiungere?



- ❑ Nell'ambito del laboratorio B che comprende insegnanti della secondaria di primo e secondo grado è emerso che:
 - ❑ gli insegnanti che hanno iniziato a sperimentare il percorso hanno manifestato l'esigenza di non limitare la metodologia del Laboratorio di accoglienza solo al «ripasso» di concetti base.
 - ❑ Gli insegnanti delle scuola secondaria di primo grado hanno ritenuto molto interessante la proposta e intendono adottare una metodologia analoga nelle loro classi.
- ❑ Nel corso dell'a.s.'12-'13 gli insegnanti del laboratorio B
 - ❑ progetteranno alcune attività da inserire nella didattica curricolare della secondaria di secondo grado prevedendo momenti di lavoro laboratoriale in continuità con il Laboratorio di accoglienza.
 - ❑ costruiranno percorsi che comprendano attività di problem solving in apprendimento cooperativo da utilizzare nelle classi della secondaria di primo grado.