1) Dare i numeri alla temperatura

Proviamo a ripercorrere schematicamente alcuni passaggi di una comprensione dei fenomeni termici formalizzata in modo elementare, così come si è sviluppata in Europa fra la fine del XVII e la fine del XVIII secolo – contribuendo, fra l'altro, in modo cruciale all'esplosione della prima rivoluzione industriale. Un percorso di questo tipo ancora oggi si presta bene ad un primo approccio di mediazione risonante fra "i fatti del caldo e del freddo" e i nostri modi di descriverli-interpretarli-controllarli secondo "discorsi adatti" organizzati matematicamente.
(Le esperienze a scuola, evocate qua e là, che hanno seguito una traccia di questo tipo si riferiscono agli anni a cavallo fra scuola media inferiore e superiore. Ma molto su questa linea si può ben fare anche in ambito di scuola primaria: per la gestione e la formalizzazione di un primo percorso di esperienza, fra la terza elementare e l'inizio della scuola media, cfr <*Colore & Calore*>).

Verso la fine del '600 Carlo Renaldini (filosofo neo-aristotelico, matematico, ingegnere militare, Accademico del Cimento, amico di Galileo, …) si reca presso le solfatare di Pozzuoli per svolgervi più agevolmente alcuni esperimenti che risulteranno cruciali. Vediamo. L'ambiente naturale gli offre molteplici *sorgenti di calore* che gli permettono di portare e mantenere acqua (e liquidi vari) a temperature praticamente costanti comprese fra la quella ambiente e quella di ebollizione dell'acqua assunta come *primo riferimento di temperatura*; mentre la disponibilità di "neviere" (riserve di neve, trasportata d'inverno dai monti del Matese, conservata per tutto l'anno in pozzi termicamente isolati con foglie secche e destinate alla confezione dei sorbetti reali) gli permette di utilizzare come *secondo riferimento* sperimentalmente fisso quella del ghiaccio fondente. Il lavoro di Renaldini si concluderà con la definizione di una "sua" scala termometrica che suddivide in gradi (e frazioni di grado) l'intervallo di temperatura fra fusione del ghiaccio ed ebollizione dell'acqua; ma il contributo concettualmente rivoluzionario del suo lavoro è legato ai particolari del *metodo sperimentale-e-formale* da lui progressivamente messo a punto attraverso il procedere delle esperienze.

Dopo i pionieristici esperimenti di Galileo all'inizio del secolo con i primi termometri ad aria, la costruzione e l'uso di raffinati termometri basati su diversi tipi di liquido si era rapidamente diffusa in tutta Europa: ma, di fronte alle diverse valutazioni apparentemente associate ai diversi materiali impiegati, il problema dibattuto (a livello internazionale …) era diventato quello di costruire uno strumento e definire una scala in grado di determinare la "vera" (!) temperatura. Renaldini, così, comincia col confrontare sistematicamente il comportamento di una molteplicità di termometri da lui stesso costruiti impiegando liquidi diversi, una volta che *tutte* le rispettive scale siano marcate con "zero" e "dodici" alle due temperature di riferimento, e siano divise (<*naturalmente*> …) in intervalli uguali. Il fatto inequivocabile è allora che a temperature intermedie (diciamo intorno al "sei") le letture dei diversi termometri sono tutte più o meno discordanti: sia pure solo <*un poco*>, ma comunque sempre diverse entro il controllo di una sperimentazione accurata. Allora, dov'è il problema?

Renaldini nel frattempo usa i suoi termometri variamente approssimati per stabilire una *regola dei fatti* da poter utilizzare proprio per sistematizzare il suo lavoro di indagine. Da sempre *l'esperienza comune*, basata percettivamente, sa bene che mescolando acqua "più calda" con acqua "più fredda" si ottiene sempre acqua a una temperatura intermedia fra le due, più vicina a quella dell'acqua in maggiore quantità relativa …: e le *strategie operative* riferite alle *correlazioni d'ordine* fra le cinque variabili in gioco (due quantità, due temperature iniziali, una temperatura finale) spesso sfiorano in situazioni semplici di prassi quotidiana una traduzione quantitativa. Renaldini, da bravo Accademico del Cimento, affronta il problema "di petto": ci dovrà pur essere una "legge" numerica che regola i fatti – una legge possibilmente semplice, come è "semplice" il procedere della natura sempre evocato da Galileo … Il problema di legare quantitativamente fra loro cinque variabili è in generale diabolicamente complesso – e il suggerimento "alla Piaget" di far variare gradualmente una alla volta quelle "indipendenti", mantenendo costanti tutte le altre, non fa che complicare il problema (provare per credere …). Renaldini invece adotta una strategia "globale": cerca cioè di "farsi un'idea" di quello che succede variando le diverse condizioni attraverso l'esperienza prima qualitativa, poi confrontata con situazioni-tipo caratterizzate da numeri interi (in opportune unità) particolarmente piccoli e in relazioni semplici tra loro. E a un certo punto si <*accorge*> con meraviglia e soddisfazione che la temperatura finale corrisponde <*semplicemente*> alla <*media pesata*> delle due temperature iniziali Ta e Tb, se si usano come <*pesi*> le rispettive quantità d'acqua - per esempio le loro masse Ma e Mb misurate su una bilancia. Trionfalmente, in formula

$$Tf = (Ma\,Ta + Mb\,Tb) / (Ma + Mb).$$

A partire dall'esplorazione qualitativa, la chiave del successo è dunque la *risonanza* che l'andamento dei (molti) dati quantitativi semplici ha evocato *con la formalizzazione di un altro contesto*, totalmente diverso ma così ben noto da risultare quasi banale: per esempio quello in cui dopo aver acquistato due quantità di merce - Ma al prezzo Pa con un costo Ca, Mb al prezzo Pb con un costo Cb - si possiede una quantità totale di merce (Ma + Mb) che *se* fosse stata venduta tutta allo stesso prezzo avrebbe dovuto avere un (fittizio) "*prezzo uniforme equivalente*" Pue (*) pari a

$$Pue = (Ca + Cb) / (Ma + Mb) = (Ma\,Pa + Mb\,Pb) / (Ma + Mb)$$

E d'altra parte Renaldini ha ben acquisito anche l'analisi "eversiva" di Galileo che, contro una tradizione bimillenaria che vietava di assegnare significato ai rapporti fra grandezze disomogenee, ha appunto da poco dimostrato in forma di teorema che nel <*moto equabile*> percettivamente riconosciuto come tale la velocità è data dal rapporto lunghezza/tempo (ovviamente analogo a quello costo/quantità) – ed è quindi a sua volta soggetta a valutazioni del tipo di "uniforme equivalente" (*).

(*) E' d'altra parte notevole che una simile "media pesata" caratterizzi molte delle situazioni di interesse fisico elementare in cui una *variabile intensiva*, di per sé direttamente percepibile in modo qualitativo e quindi eventualmente valutabile come approssimativamente *uniforme* nel tempo e nello spazio, viene gradualmente riconosciuta come quantificabile numericamente attraverso il *rapporto disomogeneo* fra le *due variabili estensive* direttamente misurabili che le sono direttamente correlate attraverso opportune correlazioni d'ordine. Nel caso semplice di lunghezza L coperta nel tempo T a velocità uniforme V, dalla scoperta (certo non "definizione"!!!) che in unità opportune si può sempre intendere che V = L / T segue immediatamente che se si percorre un tratto La a velocità Va e poi un tratto Lb a velocità Vb, la *velocità uniforme equivalente* con cui si sarebbe potuto coprire lo stesso percorso nello stesso tempo è data da

$$Vue = (La + Lb) / (Ta + Tb) = (Va\,Ta + Vb\,Tb) / (Ta + Tb)$$

Qualcosa di analogo accade ovviamente anche per il *peso specifico uniforme equivalente* di un corpo composto da materiali diversi, ciascuno con il suo peso e il suo volume; per la *concentrazione uniforme risultante* di una miscela di suluzioni ottenuta mescolando concentrazioni diverse … e così via, investendo aree variegate dell'esperienza fisica di base.

La "formula magica" risulta "verificata" ovviamente solo in modo approssimato, in sostanza per due motivi: da un lato per le diverse valutazioni numeriche di una stessa situazione concreta da parte di termometri diversi; dall'altro per gli inevitabili errori connessi di volta in volta all'accuratezza sperimentale. Renaldini si impegna duramente sul piano dell'accuratezza sperimentale (e le misure ripetute sono una delle chiavi del metodo di Galileo, appropriato dall'Accademia), fino ad essere sicuro che la "colpa" principale delle discrepanze è da attribuire proprio alle specifiche proprietà materiali dei diversi liquidi. A questo punto interviene una "mossa" geniale, che oltre a raggiungere l'obiettivo primario (perseguimento dell'ipotesi di una "temperatura vera") apre la strada a mosse analoghe lungo secoli di metodo della ricerca in fisica (**). Siccome la forma, pure approssimata, secondo cui si svolgono i fatti appare "troppo bella" (e "troppo generale", anche in base ad esperienze con liquidi diversi dall'acqua) per essere casuale, *sembra ragionevole assumere* che *la vera temperatura* sia quella che – *defalcando* (parola di Galileo …) le particolarità dei materiali – *rende esattamente verificata la formula stessa*. Se cioè si vuole dare operativamente una definizione "universale" della grandezza-temperatura tale da poterla impiegare con fiducia in sempre nuovi contesti di indagine, non resta che *costringere* quegli strumenti approssimati che sono i termometri a *dichiarare la temperatura vera*: non resta cioè che *definirne le scale* da zero a dodici non in base ad intervalli uguali, ma *con intervalli tali che la lettura di tutte le* *temperature intermedie renda "esattamente verificabile" la formula stessa* nell'intervallo fra i due punti fissi convenzionali. (E così, addio alla semplicità ideale della linearità … e poi, cosa succederà fuori dai "punti fissi"? …)

(**) Fino all'attuale ricerca di punta, per esempio quella su campi e particelle. D'altra parte è ovvio che proprio un "metodo" di questo tipo era stato assunto e variamente sviluppato nella ricerca astronomica, dall'antichità a Galileo stesso …

Le relazioni delle Accademie si diffondono efficacemente nell'Europa del '6-700: il lavoro di Renaldini è certamente ben divulgato. E tuttavia una cinquantina di anni dopo qualcuno in Francia scopre una <*nuova*> legge sulla mescolanza di acqua a diverse temperature: <*il rapporto fra i gradi di cui si "abbassa" la temperatura più "alta" e i gradi di cui si "alza" la temperatura più "bassa" (***) è inversamente proporzionale al rapporto fra le rispettive masse*>: in formula (assumendo che sia $Ta > Tb$)

$$(Ta - Tf) : (Tf - Tb) = Mb : Ma$$

(***) "Alta" … "bassa" … : i temometri, originariamente costruiti con il capillare aperto, erano (sono!) tenuti tradizionalmente in posizione verticale …

E' evidente da un lato che questa formulazione quantifica efficacemente in situazioni di esperienza standard quell'intuizione qualitativa, già ben risonante con i fatti sul piano delle correlazioni d'ordine associate all'esperienza diretta, di cui si parlava sopra. (Notare anche che in questo modo ci si esprime ancora "prudentemente" attraverso *rapporti omogenei*, che per le temperature sono in realtà *rapporti fra lunghezze* di "salita" o "discesa" del liquido nel termometro). Ma, d'altra parte, appare abbastanza sorprendente che non ne venga riconosciuta la totale *equivalenza formale* con la formulazione di Renaldini. Si può dunque rimanere bloccati, anche a livello di ricerca, da un "passaggio algebrico" che è alla portata di un ragazzino di scuola media (provare per credere … <*certo ... però così, a prima vista, proprio non si direbbe …*>)? Evidentemente sì: *la stessa struttura "superficiale" della forma simbolica ha sempre un potente impatto concettuale, di portata spesso non ben compresa*. (E dire che l'algebra, a metà '700, era ormai abbastanza ben accettata e "masticata" …).

Così è solo alla fine del '700 che un inglese (universitario, medico, "scienziato naturale" …) che sta ancora indagando divertito sui fenomeni termici si trova a produrre una raffigurazione algebrica dei fatti che si rivela concettualmente risolutiva: "ovviamente" (!) infatti le due precedenti formulazioni equivalgono a

$$Ma\,(Ta - Tf) = Mb\,(Tf - Tb) \text{ ovvero } Ma\,(Ta - Tf) = -\,Mb\,(Tb - TF)$$

Black ora contempla la nuova *apparenza* della (sempre equivalente…) forma simbolica: e proprio "guardando così" le cose (sempre le stesse …) salta "finalmente" all'occhio una evidente *simmetria compensativa* fra le forme ai due lati dell'uguale: con ciascun termine-lato riferito ad uno dei due sistemi caratterizzati da (a) e (b), e i due termini-lati "vincolati" fra loro dal comune valore Tf. <*Forse, può far venire in mente qualcosa ...*>. Come a Renaldini, così da Black e dai suoi colleghi europei viene subito evocato un semplice contesto, completamente diverso ma "regolato" da un formalismo strettamente analogo. Due recipienti verticali di sezione costante Sa e Sb sono riempiti di acqua fino a quote diverse: misurando le altezze $Ha > Hb$ a partire da un comune riferimento *qualunque* (non interessa quanto in realtà i due recipienti sono alti), se si mettono in comunicazione i due recipienti verrà raggiunto un comune livello definito da Hf, tale che

$$Sa\,(Ha - Hf) = Sb\,(Hf - Hb) \text{ ovvero } Sa\,(Ha - Hf) = -\,Sb\,(Hb - Hf)$$

"Ovvio": in assenza di perdite (in situazioni cioè di "conservazione" del liquido), i due volumi d'acqua coinvolti nella *trasformazione* che porta al livellamento del liquido stesso devono risultare identici. Ma allora … .

Allora:

- *Forse* la “vera temperatura” inseguita da Renaldini è quella grandezza (*intensiva*) (****) che definisce e regola il raggiungimento dell’”equilibrio termico” fra sistemi interagenti, sotto l’azione di “forze universali” (in questo caso ancora imprecisate: nel caso dei due recipienti con l’acqua, la “spinta” motrice verso l’equilibrio è ovviamente data dal campo di gravità, per interposta differenza di pressione … e subito si nota che i livelli d’acqua possono o meno oscillare nel raggiungere l’equilibrio, quelli di temperatura mai …).
- *Forse* esiste una nuova grandezza (*estensiva*) (****) che, in quanto *conservata* nelle trasformazioni, contribuisce a definirne le modalità concrete: se il “*calore ceduto* da (a)” è dato da $Qa = Ma\ (Ta - Tb)$, e il “*calore acquistato* da (b)” da $Qb = Mb\ (Tb - Tf)$, allora possiamo dire che il raggiungimento dell’equilibrio termico a una comune temperatura Tf è sempre accompagnato dal *trasferimento di calore Q* da un sistema all’altro, nel verso (“descritto” dal segno) definito dalla differenza delle temperature iniziali.
- *E non è affatto detto* che se Q *si comporta formalmente come* un fluido conservato lo si possa *fisicamente* assimilare a un fluido … (il delirio metafisico innescato dai vincoli “formali” è sempre, tenacemente, in agguato): la relazione formale da cui *l’oggetto fisico Q* è (in parte) caratterizzato come quantità continua non fa che esprimere il (un) *vincolo* a cui è sottoposta un certo tipo di interazione, di cui la “conservazione” è (soltanto) un aspetto. Aspetto totalmente “astratto”, ma al tempo stesso fortemente incisivo sulle correlate possibilità di controllo dei fatti.

Così Black prosegue per la sua strada di esplorazione sistematica e divertita dei “calori specifici”, incontrandovi subito il “grandissimo” calore latente di fusione del ghiaccio (<*ecco allora perché tutti i ghiacciai non si sciolgono immediatamente e rovinosamente appena la temperatura supera 0°C! …*>). Ma è attraverso la testa e le mani del giovane Watt, abile “tecnico di laboratorio” di Black, che il *fatto* che in opportune condizioni di contesto *il calore si può (meglio, o peggio) conservare* porterà a due eventi rivoluzionari: prima all’esplosivo miglioramento tecnologico del rendimento delle macchine a vapore; e più tardi, riflettendo sul significato della *tras-duzione* meccano-grafica del loro ciclo di funzionamento in termini di pressione e volume (“grafico cartesiano” originariamente con funzione di controllo e di ottimizzazione euristica), alle stesse basi teoriche (termodinamiche) della “rivoluzione industriale”.

(****) Schematicamente. *Estensiva* è una grandezza che se riferita a un gruppo di più sistemi assume il valore corrispondente alla somma dei valori assunti in ciascun sistema. “La” massa “di” due formiche “prese insieme” corrisponde alla somma delle loro masse. *Intensiva* è una grandezza che non soddisfa questa condizione, restando riferita ad ogni specifico sistema. “La” temperatura “di” due formiche “prese insieme” non ha nulla a che fare con la somma delle loro temperature, come la velocità di due formiche che camminano insieme non corrisponde alla somma delle loro velocità …. Etc

In conclusione, proviamo ad ascoltare i ragazzi – e gli insegnanti:
- <*Ma così, invece di una grandezza sola ce ne troviamo due ...*>. Già: ma da millenni prima dell’exploit di Black la lingua naturale usava (come usa ancora …) due diverse parole, *temperatura* e *calore* appunto, per cercare di organizzare in forme in qualche modo comprensibili la moltitudine di sensazioni, esperienze e analogie connesse ai fenomeni termici: *forme* quasi sempre emergenti come contraddittorie e confuse (pensare agli usi comuni …), ma comunque utili per “regolarsi” nei contesti della vita. Forme che sono ancora semanticamente confuse per esempio per Newton, a contrappunto delle sue pure ineccepibili formalizzazioni in termini differenziali – forme simboliche che però non arrivano a esplicitare i significati impliciti nell’esistenza delle due grandezze correlate. Forme, infine, di fatto raccordate (raccordabili) solo attraverso il passo iniziale-e-cruciale di una *modellizzazione analogica risonante,* che permette di “vedere” attraverso la forma sintattica l’implicazione semantica specificamente riferita al contesto. (Poi, su “*cosa veramente è* il calore”, o su “*cosa veramente è* la temperatura”, la strada del capire sarà ancora lunga …).
- <*Ma allora Renaldini ha toppato, perché in effetti poi la temperatura non è una cosa-di-rapporto, come il prezzo o la velocità ...*> … <*Eppure alla fine gli ha detto bene lo stesso, perché la formula*

di "uniforme equivalente" è proprio la stessa ...>. Già. Velocità, prezzi, pesi specifici …sono grandezze-chiave intuibili attraverso le relazioni "primarie" di proporzionalità percettiva che esse sono in grado di caratterizzare e identificare. Però una forma che evoca una *proporzionalità aperta fra Lunghezze e Tempi,* come p.es. V = La/Ta = Lb/Tb = … può anche essere letta come *compensazione chiusa*, per esempio come V Ta = La, *oppure* V Tb = Lb, *oppure* …: nel senso che, a parità di data lunghezza percorsa, una velocità minore può essere sempre "compensata" da un tempo maggiore, etc. E proprio per questo la forma Ta (Va – Vue) = Tb (Vue – Vb) riferita ai due tratti percorsi a velocità Va e Vb di cui si parlava più sopra esprime in forma analoga a quella del trasferimento di calore il (semplice?) fatto che andando alla velocità costante Vue lo *spazio in meno* eventualmente percorso nel tempo Ta (rispetto a quello coperto all'effettiva velocità Va) *sarebbe* uguale allo *spazio in più* eventualmente percorso nel tempo Tb (rispetto a quello percorso all'effettiva velocità Vb) … (Attenzione. Può embrare ovvio, ma…; e comunque un diretto grafico cartesiano nello spazio (V,T), di solito poco frequentato, è una potente chiave di comprensione, nella sua trasparenza "integrale").

- <*Ma allora proporzionalità diretta e proporzionalità inversa ...dipendenza lineare e dipendenza iperbolica ...*> … <*noo! ... troppo complicato per i ragazzi ...*>. Già: ma la vera "complicazione" che è inerente al *capire*, rispetto all'essere addestrati a *imparare*-ingurgitare formule prefatte da restituire-applicare a comando in "situazioni problematiche" predeterminate, sta proprio nel rendersi conto di (almeno un pò di) quello che è in gioco quando si cerca di dare forma ai fatti, e alle esperienze sui fatti – a partire dalle situazioni più semplici: soprattutto, quando lo si fa lavorando cognitivamente per analogia, cioè usando strutture formali magari già "astratte" in quanto adatte ad altri fatti - o magari, a volte, inventandole ex novo sulla base di fatti possibili che le strutture stesse permettono di intravedere. E' questa, in sostanza e nelle sue radici cognitive, la dinamica di "modellizzazione scientifica": sia quando sembra che dai fatti stessi emergano, quasi *separandosene*, le strutture formali; sia quando si cerca, fra le forme disponibili o possibili, una che sia *risonante* con la dinamica di realtà con cui ci si sta confrontando.

- Strutture formali che di per sé posseggono (e impongono!) durissime *correlazioni interne*: ma che proprio per questo spesso riescono a rendere gestibili i fatti stessi anche ben oltre la frammentazione delle evidenze originali, nel limite appunto in cui si produce una *risonanza estesa* fra le evidenze stesse e una parte almeno della struttura simbolica. (<*Sì, un po' come quando due cose sono quasi tangenti intorno a un certo posto...*>, dicono i ragazzi; e, comunque, <*per interposto discorso*>, nota Galileo). Ma strutture che proprio per questo loro ruolo determinante *costringono* a *guardare e vedere e riconsiderare* i fatti *anche* in modi a priori poco intuitivi (modi che spesso risultano tali semplicemente perché "normalmente" poco usati, quindi senza le stabili radici poste dalle correlazioni qualitative accertate sui piani intrecciati di percezione-azione-lingua naturale). Strutture che, di conseguenza, sempre condizionano fortemente le possibilità di dare significato, attraverso *appropriazione/stabilizzazione e rievocazione/reimpiego, alle forme di conoscenza* (la possibilità di "costruzione di competenze", come è di moda dire). Strutture, infine, che spesso scaraventano la meta-riflessione di chi cerca di capire la prima volta nella (esplosiva) *meraviglia* di cui parlavano gli antichi filosofi: <*ma come fanno l'acqua, la temperatura, il calore ... a sapere che devono comportarsi proprio così? ...*> … <*ma no … sembra come se ci volessero obbligare a dire quello che loro sanno fare da sé ...*>. (E torna in mente, ancora, il buon Galileo del < …*credo piuttosto la natura aver fatto da prima le cose a modo suo, e poi fabbricati i discorsi degli uomini abili a capire, però con fatica grande, alcuna parte dei suoi segreti ... modi di operare ...*>)