

Il problem solving in classe: che problema!



Unione
Matematica
Italiana



DipMat
.DIEM



Convegno UMI-CIIM
Salerno 18 ottobre 2013

Pietro Di Martino
dimartin@dm.unipi.it



La caratterizzazione di problema

Attività 1: Che cosa è un problema?

Fare un esempio di problema di vita quotidiana

Discutere sugli esempi : li riconosciamo tutti come problemi? In caso negativo, perché?

Analizzare se esistono caratteristiche comuni a tutti gli esempi di problema riconosciuti come tali nella fase precedente

A partire da tali caratteristiche comuni cercare di definire che cos'è un problema

La definizione di problema

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla
Karl Duncker, 1945



Psicologia della Gestalt

La definizione di problema

Un problema sorge quando un
essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla
Karl Duncker, 1945



problema / compito

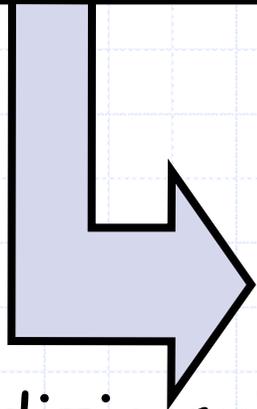
La definizione di problema

Un problema sorge quando un
essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla
Karl Duncker, 1945



Quale meta?
Esempio di Von Neumann

"Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla"

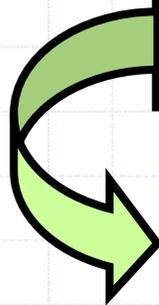


se il soggetto non raggiunge la meta



FALLIMENTO

Giudizio sulla razionalità della strategia non può prescindere dall'interpretazione dell'obiettivo



per *quel* soggetto rispetto a *quella* meta

Volevo prendere 8 alla verifica

Ho preso 7

FALLIMENTO

Ho preso 6

SUCCESSO

Volevo prendere la sufficienza alla verifica



Attività 2

Meta e fallimento

Pensando agli esempi iniziali di problema che sono stati discussi:

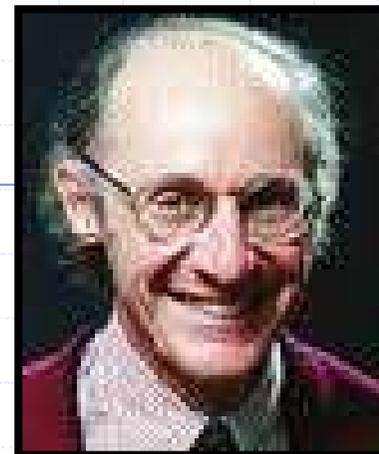
1. Rientrano nella definizione di problema di Duncker?
2. In caso affermativo, a quale "meta" si fa riferimento?

Attività 2

Meta e fallimento

3. Dare un esempio di 'fallimento' vissuto come insegnante
4. Scegliere uno degli esempi di 'fallimento' fatti, individuandone possibili cause

Teoria delle
attribuzioni causali
Weiner 1973



Teorie del successo

Visione della matematica



Teorie del successo
Attribuzioni di fallimento



Individuano i fattori necessari
per riuscire in matematica

- Intelligenza
- Rapporto con il docente
- Memoria
- Impegno
- Concentrazione
- Tipo di studio
- "Basi" solide
- ...

Attribuzioni di fallimento / successo

Esempio studenti

Ho preso l'insufficienza al compito

- Perché era difficile
- Perché non ho studiato abbastanza
- Perché la professoressa ce l'ha con me
- Perché non me l'hanno passato
- Perché mi sentivo male

Attribuzioni di fallimento / successo

Ma anche per gli insegnanti...

Non posso fare didattica
laboratoriale

- Perché in classe ci sono troppi studenti
- Perché devo seguire il programma
- Perché i genitori mi stressano
- Perché il dirigente non mi dà spazio

...fattori percepiti come non controllabili

- Essere intelligenti
- Fortuna
- Impegno
- Memoria
- Essere precisi
- Attenzione
- Studiare tanto
- Essere interessati
- Studiare nel modo giusto

- Avere delle buone basi
- Intuizione
- Forza di volontà
- Avere un buon insegnante
- Essere seguiti in famiglia
- Essere in una buona classe
- Sicurezza di sè

1. Se tra queste "doti" ne dovessi scegliere tre assolutamente essenziali per riuscire in matematica , quali indicheresti?
2. Quali caratteristiche si possono, secondo te, modificare al tuo livello di scuola?

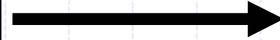
Teorie del successo

Visione della matematica



Teorie del successo
Attribuzioni di fallimento

Riconoscono
i fattori come



Interni/
esterni

Stabili/
instabili

Controllabili/
incontrollabili

“Lette” attraverso le



Convinzioni su di sé

Spesso lo studente in difficoltà ha attribuzioni di fallimento legate a cause incontrollabili e stabili

"Ho provato a studiare con tutte le mie forze ma non c'era niente da fare, la professoressa trovava sempre qualcosa che non andava"

Lisa, 2S

"Posso dire che per me la matematica è una malattia di cui non riesco a guarire. Comunque io mi impegno lo stesso per quanto possa riuscirci, ma ormai mi sono convinta che la matematica non mi entra in testa"

Cinzia, 5E

Spesso lo studente in difficoltà ha attribuzioni di fallimento legate a cause incontrollabili e stabili

Frequentemente, prima o dopo, anche l'insegnante condivide il fatto che le cause delle difficoltà siano incontrollabili

Consolidamento convinzione da parte di entrambi (allievo/insegnante) che non ci sia niente da fare

Rinuncia di entrambi ad *impegnare* risorse per superare difficoltà su cui si pensa di non poter far nulla

La definizione di problema

Un problema sorge quando un
essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla
Karl Duncker, 1945



problema / esercizio

Problema / esercizio

Dipende dal soggetto

Dipende dal momento

**Comportamento
strategico**

**Comportamento
automatico**

...nei problemi si devono prendere **DECISIONI!!!!**

Importanza di abilità metacognitive

Comportamento strategico

Consapevolezza delle proprie risorse

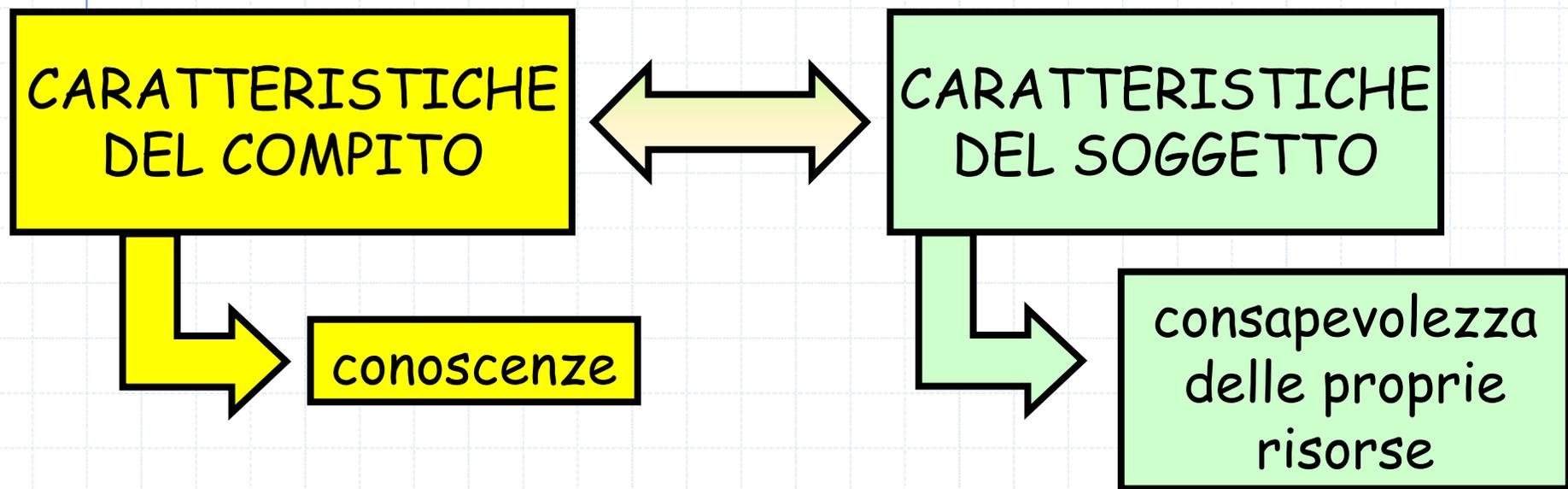
Regolazione dei propri comportamenti in base a tali risorse

↘ esempio: memoria

...nei problemi si devono prendere DECISIONI!!!!

Importanza di abilità metacognitive

Riconoscere un problema



La definizione di problema

Un problema sorge quando un
essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla
Karl Duncker, 1945



problema / esercizio

L'errore non è
sintomo di
fallimento...anzi!

Le indicazioni nazionali

Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, **l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche**, rappresentandole in diverse modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive.

Ma impara davvero questo?

“La matematica non mi piace molto, anzi a dire la verità alcune volte la odio.

Quando la maestra dà un problema che per me è difficile, **non riesco a pensare ad altro**, sono tutto agitata.

Poi mi faccio coraggio e vado dalla maestra; lei mi spiega cosa devo fare, ma quando non capisco faccio finta di aver capito perché alcune volte mi annoia, allora non ascolto.

Quando un problema o alcune operazioni non mi riescono sudo, mi sento come mi scoppiasse la testa. E **per stare un minuto da sola** vado ad appuntare le matite o vado al bagno.”

Lucia 4P

“Ma c’è una cosa che quando la faccio mi blocco e rimango lì a pensarci e ripensarci perché ho paura di sbagliare e questa cosa sono i problemi!!.

In certe occasioni quando la maestra Laura mi chiama per andare alla lavagna ho un po’ di paura perché penso dentro di me: “Se sbaglio?”

Se la maestra ci dà una verifica lì per lì sono felice perché credo di finirla a pieni voti ma **quando arrivo alle cose difficili mi sento come un tremolio in tutto il corpo e come un grande freddo**

però quando ci penso intensamente e mi riesce ritorno la Sara di sempre.”

Sara 5P

L'educazione matematica invece di sviluppare «la voglia di affrontare problemi nuovi» sembra alimentare, e nel corso degli anni accentuare, la paura dei problemi, la paura di sbagliare e del difficile, alimentando la paura della matematica e “l'ansia del tempo”

L'educazione matematica sembra sviluppare comportamenti *irrazionali* nella risoluzione di problemi!

Il ruolo dell'insegnante

- Nell'attività di risoluzione di problemi la pratica didattica è molto influenzata dalla tradizione e dai libri di testo...
- Ma in ogni caso è l'insegnante che prende decisioni...
- ...decisioni di cui non sempre è consapevole

OBIETTIVI

Valutare conoscenze e abilità

"MODALITÀ D'USO"

A casa
(in classe solo la verifica)

Poco tempo

Da soli

L'insegnante
corregge,
risponde

LA STRUTTURA MATEMATICA

E' del tipo "tutto
o niente"

Si devono combinare con operazioni tutti e soli
i dati numerici presenti

C'è una e una sola soluzione

Si devono utilizzare
conoscenze apprese di recente

Le scelte dell'insegnante *mandano* messaggi impliciti

Valutare conoscenze e abilità

Importanza di riuscire ad essere veloci

Inoltre: ricorso a gare di velocità (per esempio sulle tabelline) o a premi per chi risponde prima degli altri

E' del tipo "tutto o niente"

Poco tempo

Conseguenze: convinzione che in matematica o una cosa riesce subito o non riesce, cattivo rapporto con il tempo, frustrazione

Cattivo rapporto con il tempo

Importanza di riuscire ad essere veloci

Fin dalle elementari quando ci hanno insegnato le basi fondamentali non sono mai riuscito a capire al volo ne' come si risolvessero i cosiddetti "problemini", ne' come mai io tra tutti i ragazzi della classe, fossi uno degli ultimi a risolverli

Sara 25

Cattivo rapporto con il tempo

Importanza di riuscire ad essere veloci

Però la cosa che mi rattristava di più è che io ero in grado di risolvere buona parte dei problemi dei compiti; ma essendo troppo lento nella risoluzione non facevo in tempo a risolverli

Claudio 5S

Cattivo rapporto con il tempo

Importanza di riuscire ad essere veloci

*L'unica cosa che ricordo erano le gare in classe a chi diceva prima quanto facesse 7x4 o 2x2 etc ... Ricordo queste circostanze con estremo dispiacere (...)
In quelle gare io non sempre vincevo perché ero un po' più lenta degli altri (...)
Quindi che angoscia allora quando se ne veniva fuori con quelle gare*

Carla SISS

Cattivo rapporto con il tempo

Importanza di riuscire ad essere veloci

In seconda media ho cambiato l'insegnante di matematica e da quel giorno ho iniziato ad odiare la materia in modo viscerale. La professoressa ci dava quaranta minuti per fare un compito ed io che sono un po' lenta non riuscivo a finire tutti gli esercizi che erano numerosi e difficili. Lei a chi non finiva tutto il compito, anche se su 10 esercizi ne aveva fatti otto bene e due non riusciva a finirli dava automaticamente l'insufficiente. Come se non bastasse a chi prendeva l'insufficiente diceva che era stupido e che non sarebbe mai riuscito ad andare bene in quella materia. A causa di questo odio la matematica e mi sono convinta che non mi riuscirà mai

Paola 3S

Le scelte dell'insegnante *mandano* messaggi impliciti

Valutare conoscenze e abilità

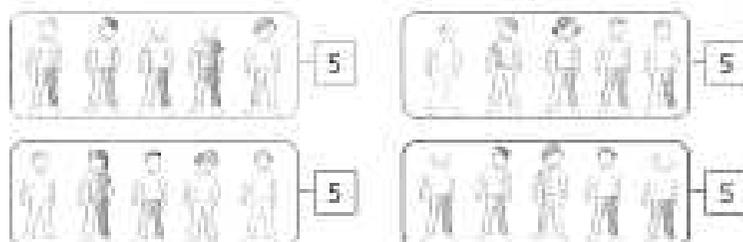
Valutazione che penalizza fortemente gli errori, enfasi sugli errori, tendenza a non dare problemi "troppo difficili" perché "altrimenti sbagliano", a guidare per ottenere la risposta corretta...

L'insegnante
corregge,
risponde

PROBLEMI CON LA MOLTIPLICAZIONE

1° problema

In palestra, per fare dei giochi, si formano 4 squadre. Se in ogni squadra ci sono 5 giocatori, quanti bambini partecipano ai giochi?



Calcolo — $5 \times 4 =$ bambini

Hai considerato i bambini di ogni

li hai contati per 4 volte.

2° problema

Nel suo vivaio, il signor Verdi ha piantato 3 file da 6 alberi ciascuna. Quanti alberi ha piantato in tutto?



Calcolo — $6 \times 3 =$

Hai considerato il numero degli alberi di una

e li hai considerati per 3 volte.

Per risolvere situazioni simili a questa, l'operazione più veloce è la moltiplicazione.

Quale altra operazione poteva essere utilizzata?

Anche se abbiamo rappresentato i problemi in maniera diversa, in entrambe le situazioni hai applicato l'operazione della moltiplicazione, perché dovevi ripetere più volte uno stesso numero per ottenerne un altro.

101 Il perimetro di un parallelogramma misura 48 cm; un suo lato è congruente al doppio di quello consecutivo. Determina le misure dei lati.

Come hai studiato in Aritmetica, questo tipo di problemi si può risolvere anche con il "metodo degli asterischi".

Dati

$$\overline{BC} = *$$

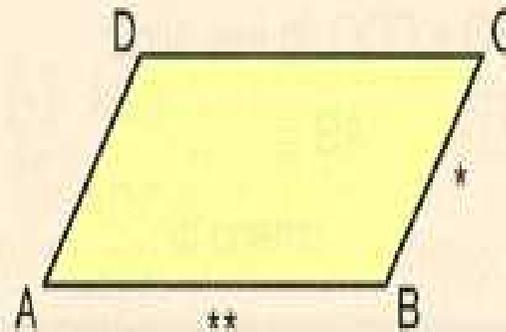
$$\overline{AB} = 2 \overline{BC} = **$$

$$p_{ABCD} = 48 \text{ cm}$$

Domanda

$$\overline{BC} = ?$$

$$\overline{AB} = ?$$



$$48 \text{ cm} : 2 = \dots \text{ cm} \quad (\text{semiperimetro} = ***)$$

$$\dots \text{ cm} : \dots = \dots \text{ cm} \quad (* = \overline{BC})$$

$$\dots \text{ cm} \cdot \dots = \dots \text{ cm} \quad (** = \overline{AB})$$

Le scelte dell'insegnante *mandano* messaggi impliciti

Valutare conoscenze e abilità

Importanza di non fare errori

Valutazione che penalizza fortemente gli errori, enfasi sugli errori, tendenza a non dare problemi "troppo difficili" perché "altrimenti sbagliano", a guidare per ottenere la risposta corretta...

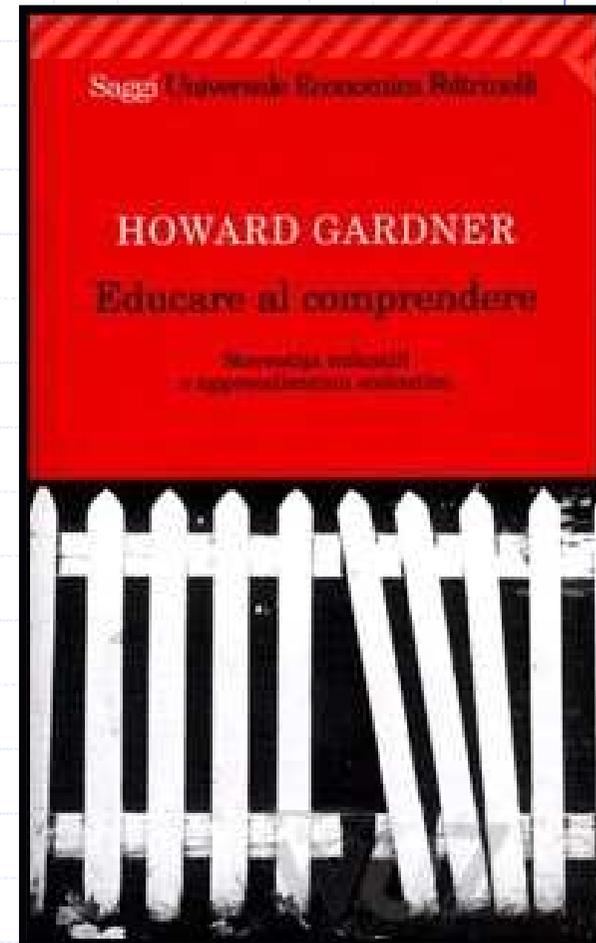
L'insegnante corregge, risponde

Conseguenze: attenzione ai prodotti, compromesso delle risposte corrette, paura di sbagliare

Compromesso delle risposte corrette

Insegnanti e studenti (...) non sono disposti ad assumersi i rischi del comprendere e si accontentano dei più sicuri "compromessi delle risposte corrette".

In virtù di tali compromessi, insegnanti e studenti considerano che l'educazione abbia avuto successo quando gli studenti sono in grado di fornire le risposte accettate come corrette.

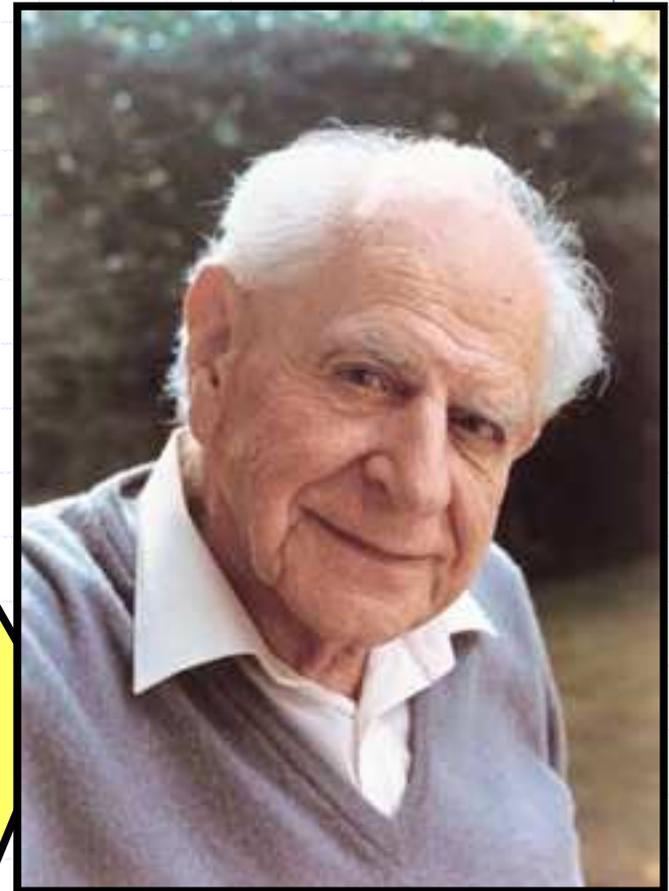


Educare al comprendere - Feltrinelli

Compromesso delle
risposte corrette

Limiti
epistemologici

Evitare errori è un ideale
meschino: se non osiamo
affrontare problemi che siano
così difficili da rendere l'errore
quasi inevitabile, non vi sarà
allora sviluppo della conoscenza.
In effetti, è dalle nostre teorie
più ardite, incluse quelle che
sono erranee, che noi impariamo
di più. Nessuno può evitare di
fare errori; la cosa più grande è
imparare da essi

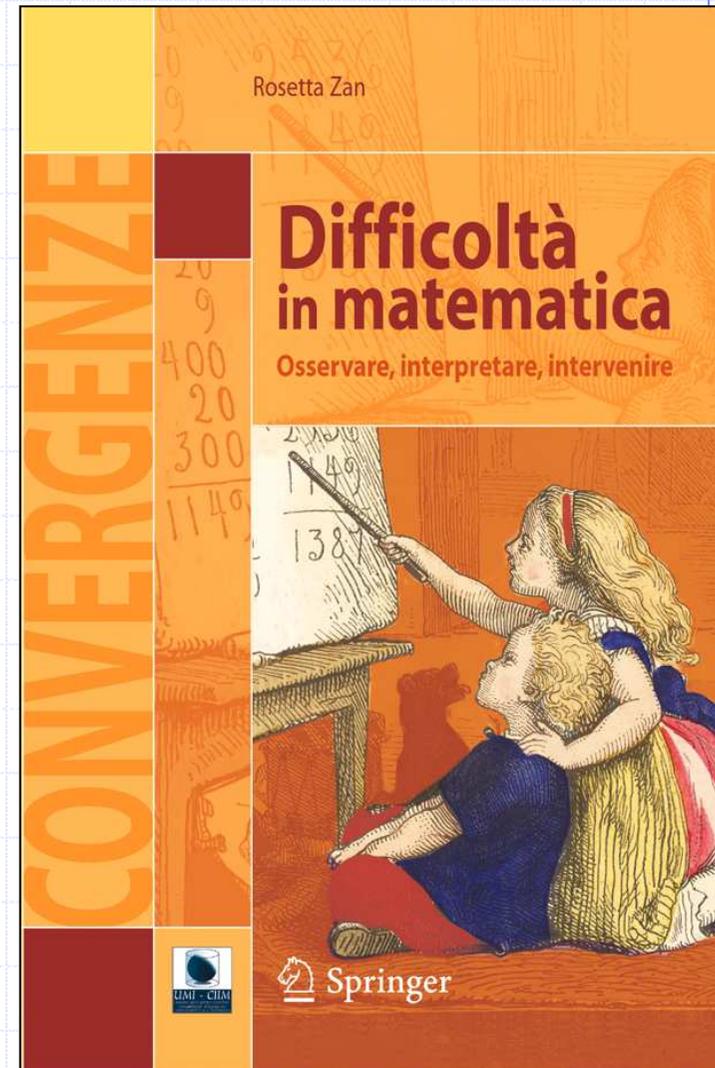


Popper

Compromesso delle
risposte corrette

Limiti
pedagogici

"In definitiva **implicita** nella preoccupazione di evitare domande 'troppo difficili' c'è spesso la valorizzazione della correttezza dei prodotti, che viene considerata più importante dell'attivazione di processi di pensiero significativi, anche se tale correttezza si può ottenere banalizzando le richieste e di per sé non garantisce un effettivo apprendimento"



Compromesso delle
risposte corrette

Limiti
pedagogici

"Un simile blocco degli errori non dà risultati positivi che apparentemente. Quello che è oscuro nel cervello dell'alunno rimane oscuro benché il segnale "errore" non si accenda. Questo modo di procedere dà delle illusioni ai professori e agli alunni (...) l'abolizione delle difficoltà non essendo equivalente alla vittoria riportata sopra di esse"



Krygowska

Il compromesso delle risposte corrette ha diverse conseguenze negative anche

Sul rapporto allievo-matematica

A livello emozionale

Paura di sbagliare

Paura di sbagliare

Importanza di non fare errori

Il mio problema non è il non saperli svolgere, ma è la paura di sbagliare, infatti tutt'ora, anche nelle interrogazioni ho sempre paura di fare errori, di rispondere male, anche se le cose le so

Marco 25

Paura di sbagliare

Importanza di non fare errori

Quando vengo interrogata, o viene annunciato un compito in classe entro in uno stato d'ansia, le mani iniziano a tremare e vengo avvolta dalla paura di sbagliare

Erika 2M

Paura di sbagliare

Importanza di non fare errori

In 1a elementare avevo paura della matematica perché avevo paura di sbagliare (...) A me le operazioni in colonna non riescono tanto bene. Infatti quando c'è matematica vorrei tornare a casa

Giada 4E

Paura di sbagliare

Importanza di non fare errori

Ogni tanto quando si fanno delle addizioni molto alte, ho un pò paura, allora io lo dico alla maestra che sono in difficoltà. La maestra dice a me che devo andare alla lavagna, io ho paura di sbagliare davanti ha tutti i miei compagni

Laura 2E

Paura di sbagliare

Importanza di non fare errori

*CERTE VOLTE GRIDA TANTO E IO MI
SPAVENTO E MI VENGONO LE LETERE
MALE COSI DEVO SEMPRE
CANCELARE PER NON FARE CAPIRE
ALLA MAESTRA CHE NO NO
CANCELATO CANCELO MOLTO BENE*

Daniele 1E

Paura di sbagliare

Importanza di non fare errori

*Durante le verifiche ho
così paura di sbagliare
che metto i portafortuna
sul banco*

Cristiano 3E

Valutare conoscenze e abilità



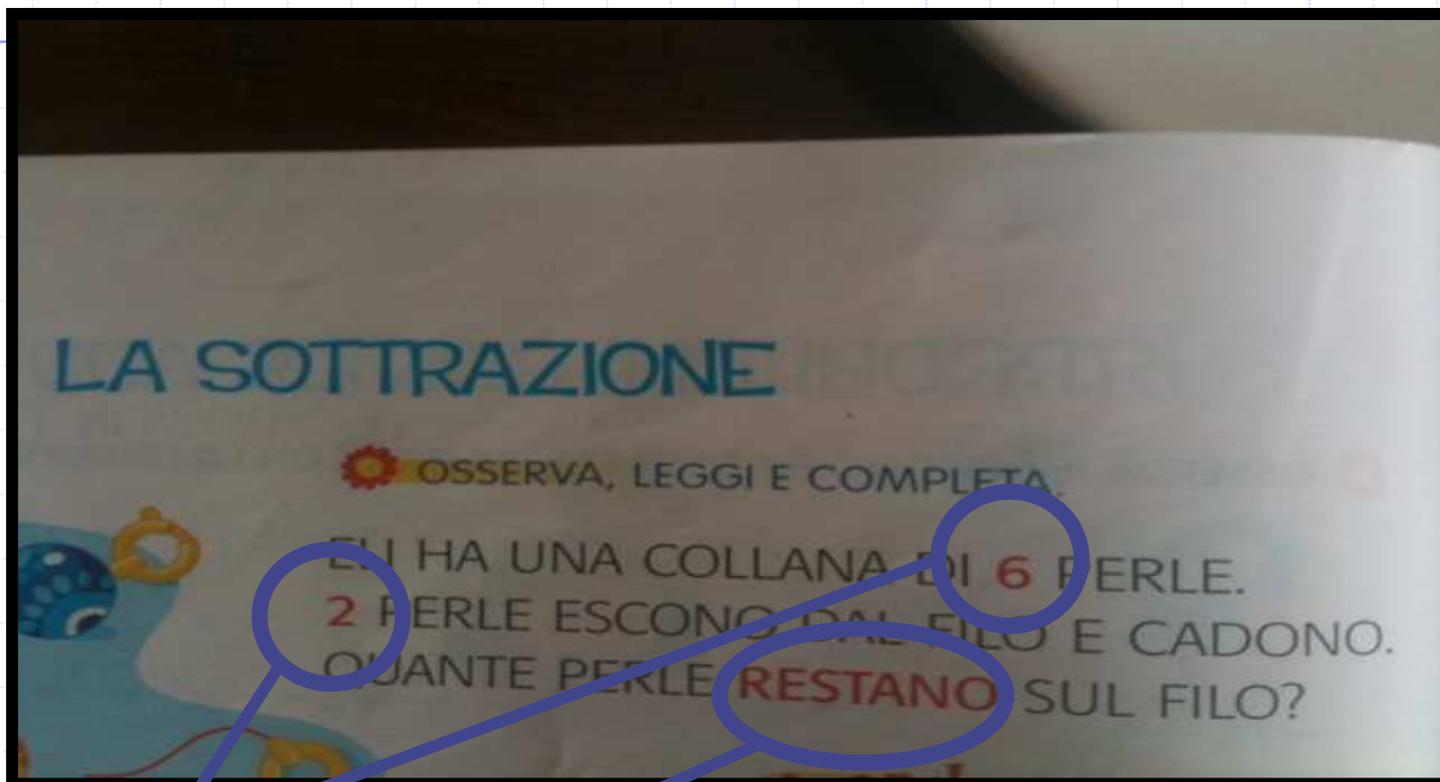
E' del tipo "tutto o niente"

Si devono combinare con operazioni tutti e soli i dati numerici presenti

C'è una e una sola soluzione

Si devono utilizzare conoscenze apprese di recente

La sottrazione: prima elementare



Dati
numerici

Parole
chiave

Lettura selettiva
del testo

Comportamenti *patologici*

Valutare conoscenze e abilità



Nel risolvere un problema scolastico molti bambini sembrano procedere *combinando numeri*:

- secondo strategie suggerite da parole presenti nel testo
- secondo schemi risolutivi interiorizzati nella loro precedente esperienza scolastica
- a caso

E' del tipo "tutto o niente"

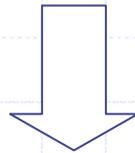
Si devono combinare con operazioni tutti e soli i dati numerici presenti

C'è una e una sola soluzione

Si devono utilizzare conoscenze apprese di recente

Sembra mancare:

- controllo sulle strategie
- controllo sui risultati
- un'effettiva ricostruzione della situazione problematica



COMPORAMENTI 'PATOLOGICI'



RIPENSARE L'ATTIVITÀ DI PROBLEM SOLVING

L'insegnante:

- *Non* corregge eventuali errori
- *Non* suggerisce la risposta corretta

Ma...

- Fa domande per stimolare processi di pensiero:
 - ✓ Cosa avete fatto?
 - ✓ Cosa state facendo?
 - ✓ Cosa pensate di fare?
- Utilizza le potenzialità della 'comunità di pratica' per:
 - ✓ sottolineare la varietà dei processi possibili
 - ✓ sviluppare abilità di argomentazione
 - ✓ negoziare significati

Che tipo di problema?

Come usarlo?

Perché?

Scelte didattiche

...l'insegnante!

Come usarlo?

Scelte didattiche

...l'insegnante!

MODALITA' D'USO

Da soli



A gruppi

Poco tempo



Il tempo necessario

A casa
(in classe solo la verifica)



In classe

L'insegnante
corregge,
risponde



L'insegnante
fa domande

Che tipo di problema?

Scelte didattiche

...l'insegnante!

LA STRUTTURA MATEMATICA

Si devono utilizzare
conoscenze apprese
di recente



Non si sa a priori
quali conoscenze
vanno utilizzate

C'è una e una sola
soluzione



Ci possono essere
più soluzioni, o anche
nessuna

Si devono combinare
con operazioni tutti e soli
i dati numerici presenti



I dati non è detto
siano solo numerici.
Non è detto che
ci vogliano operazioni.

E' del tipo "tutto
o niente"



E' possibile
l'esplorazione

Perché?

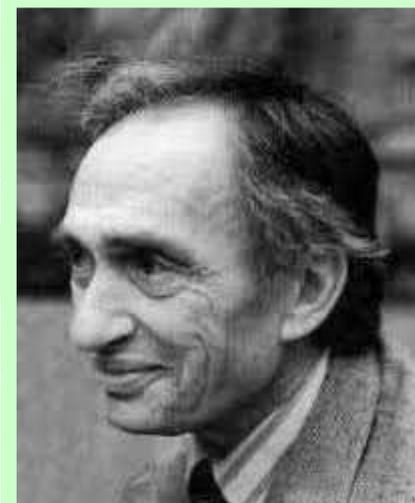
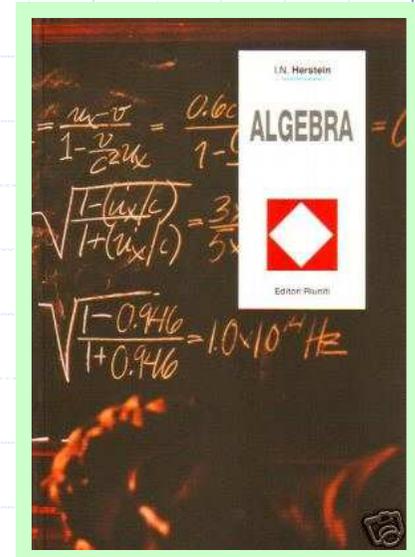
Scelte didattiche

...l'insegnante!

Perché fare problem solving?

Due parole sui problemi. Ve ne sono molti, e solo un studente eccezionale potrebbe risolverli tutti. Alcuni servono solo a completare dimostrazioni del testo, altri hanno lo scopo di illustrare i risultati ottenuti e far pratica su di essi.

Molti non vengono proposti **tanto per essere risolti, quanto per essere affrontati**. Il valore di un problema non sta tanto nel trovarne la soluzione, quanto nelle idee che fa sorgere in chi la affronta e nei tentativi messi in atto”



Perché fare problem solving?

- Sviluppa abilità metacognitive
- Sviluppa:
 - ✓ la capacità di prendere decisioni
 - ✓ l'assunzione della responsabilità dei propri processi di pensiero...
 - ✓ ...dell'apprendimento
- Favorisce la costruzione del senso di auto-efficacia
- Favorisce una visione delle discipline come discipline vive, di processi più che di prodotti

OBIETTIVI

Valutare
conoscenze e
abilità



Costruire
conoscenze e
competenze



la complessità viene vista come un ostacolo alla
produzione di risposte corrette

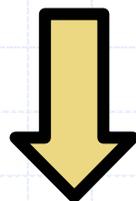


...un'adeguata complessità è necessaria per
attivare processi di pensiero significativi

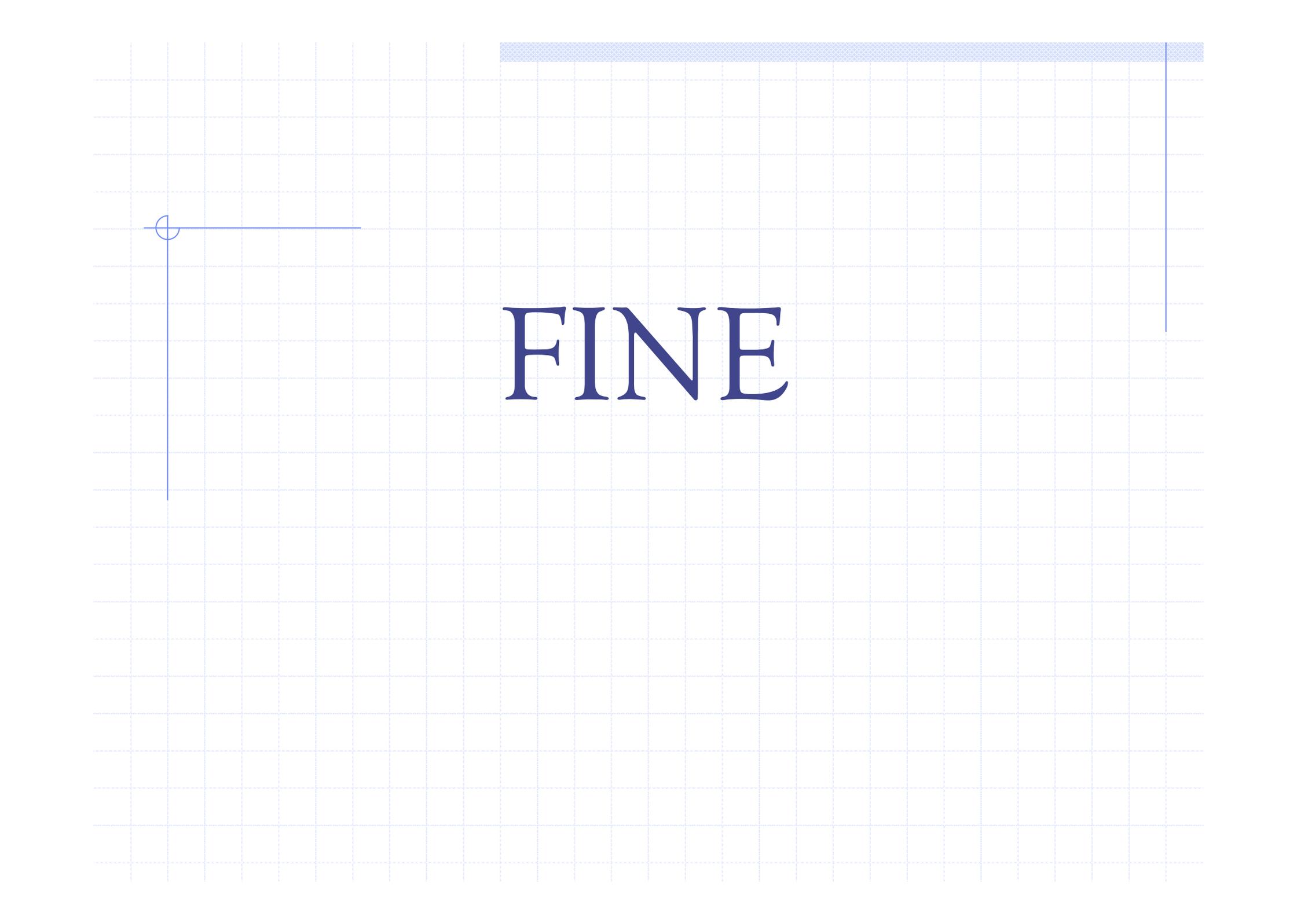
OBIETTIVI

Promuovere un approccio problem solving

Gli strumenti vanno introdotti dopo che l'allievo si è scontrato con la difficoltà di risolvere certi problemi



Ciò può contribuire a dare un senso all'attività matematica: certi strumenti nascono per una esigenza (che può essere pratica, ma anche teorica)



FINE