



XXIX Convegno UMI – CIIM dedicato alla memoria di Giovanni Prodi

Cetraro (CS), 21-22 ottobre 2010

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA



Dipartimento di MATEMATICA

Questo laboratorio è stato ben introdotto dalla conferenza generale della *Prof.ssa Maria Alessandra Mariotti* nel punto inerente l'Informatica.

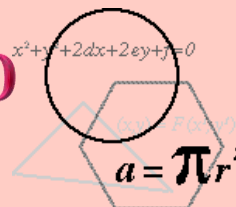


XXIX Convegno UMI – CIIM dedicato alla memoria di Giovanni Prodi

Cetraro (CS), 21-22 ottobre 2010

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
Dipartimento di MATEMATICA

LABORATORIO



*Il calcolatore nell'insegnamento - apprendimento
della Matematica: 15 anni di esperienze.*



Francesco Aldo Costabile, Annarosa Serpe

Dipartimento di Matematica, Università della Calabria

costabil@unical.it annarosa.serpe@unical.it

1. Lo stato dell'arte

1995

Si avviò, con il supporto dell'Assessorato all'Istruzione della regione Calabria, una indagine conoscitiva sull'insegnamento - apprendimento della Matematica nelle Scuole secondarie calabresi che avevano aderito ai progetti sperimentali del MIUR: *Piano Nazionale per l'Informatica, programmi Brocca, Igea, etc.* .

1. Lo stato dell'arte

Tali progetti avevano un denominatore comune:

l'inserimento del computer nell'insegnamento della Matematica, attraverso un linguaggio di programmazione, addirittura il **Progetto Brocca** prevedeva il cambio della dizione dell'insegnamento del biennio da:

Matematica  Matematica ed Informatica.

1. Lo stato dell'arte

Le ragioni culturali che avevano generato questo processo innovativo apparivano più che giustificate, se non necessarie.

MA

L'analisi condotta insieme ai docenti sperimentatori portò, con grande sorpresa, a conclusioni negative che possono essere così sintetizzate: *la sperimentazione prevista, consistente in massima parte nell'uso del calcolatore integrato nell'insegnamento-apprendimento della Matematica, era quasi inesistente.*

1. Lo stato dell'arte

Cause del fallimento individuate:

- a. **inadeguatezza** dello strumento proposto per l'interazione studente-computer, ovvero un linguaggio di programmazione evoluto e generale quale poteva essere il Pascal o il Basic;
- b. **mancato reale aggiornamento** della classe docente, per la maggior parte dei quali il computer non figurava neanche nel curriculum degli studi universitari, sia sul piano squisitamente tecnico-informatico, che, e soprattutto, didattico, ovvero sull'impatto del computer quale strumento per una maggiore o più facile comprensione di concetti e metodi matematici; (notiamo che era stato varato dal MIUR il piano nazionale di aggiornamento dei docenti di ruolo di matematica, ovvero il P.N.I.)
- c. **scarsa efficienza dell'hardware** nei singoli istituti.

1. Lo stato dell'arte

In definitiva:

- 1) L'inserimento del computer nell'insegnamento della matematica nella **scuola secondaria di I grado** era solo e soltanto sulla carta;
- 2) nella scuola **secondaria di II grado**, il problema del calcolatore non era stato neanche posto, ma neanche quello delle calcolatrici tascabili.
- 3) l'insegnamento della matematica nella metodologia, appariva di stretta impronta **gentiliana**, ovvero volto più all'acquisizione di alcune abilità di calcolo formale, che ad un'attività di pensiero attivo, caratterizzato da fantasia, creatività, intuizione e deduzione etc.

Bibliografia

1. COSTABILE F. A. (1984), *L'insegnamento della Matematica con il calcolatore nella Scuola Secondaria Superiore*. Convegno Nazionale Mathesis - Cosenza, 28/0/1984.
2. COSTABILE F. A. (1992), *L'insegnamento della matematica nell'era del Computer*. Convegno Mathesis - Catanzaro, 13/04/1992.
3. COSTABILE F. A. (1995), *Progetto Nuovi Programmi e qualità degli studi: Relazione I anno*, Rapporto n°8, C.I.R.D. - Università della Calabria, Rende (CS).
4. COSTABILE F. A. (1996), *Progetto Nuovi Programmi e qualità degli studi: Relazione II anno*, Rapporto n°9, C.I.R.D. - Università della Calabria, Rende (CS).
5. COSTABILE F. A. (1997), *Come va il Piano Nazionale per l'Informatica*, Periodico di Matematiche, Mathesis.
6. COSTABILE F. A. (2000), *Matematica e computer: un binomio ormai scisso?* Periodico di Matematiche VII, 7, n°2-3, pp.21-36 .

2. La ricerca



Assunto di partenza:

nell'attuale momento storico l'insegnamento della Matematica trova, più che mai, la sua ragion d'essere nel contributo che può dare alla formazione del pensiero e della personalità nella sua globalità, per un vivere civile in una società avanzata, quale quella odierna.

Ciò implica: maggiore attenzione verso l'apprendimento effettivo, o, se si preferisce, verso il singolo allievo con le sue specifiche peculiarità, in modo che egli possa contribuire in prima persona alla costruzione del proprio sapere.

2. La ricerca

Per questo è necessario che l'allievo sia stimolato, possa agire, sentirsi protagonista e riflettere su ciò che ha fatto, che sta facendo, che potrà fare, ovvero potersi gradualmente appropriare di una scatola di strumenti personalizzati, che gli permetta di apprendere con sempre maggiore autonomia.

In questo quadro ed in questo momento storico riteniamo che l'inserimento del calcolatore nel processo di insegnamento/apprendimento della Matematica sia non solo utile, ma necessario.

2. La ricerca

Attenzione



Il calcolatore è una macchina assai versatile e duttile, al punto che unita a sempre nuovi strumenti tecnologici e telematici può assolvere a sempre diversi compiti.

Ciò a cui noi ci riferiamo è la sua capacità di dialogo intrinseco con l'uomo, ovvero la possibilità che la mente umana ha di trasferire in un ente esterno in grado di operare autonomamente, propri processi di pensiero, frutto di fantasie, creatività, intuizioni e deduzioni, e di vederne, se pure in una realtà virtuale, una rappresentazione.

2. La ricerca

In altre parole non si può rinunciare alla **programmazione**, se pur nella forma più semplice e facilitata, **intesa come attività di pensiero volto alla risoluzione di problemi**.

In sostanza le idee proposte dal **MIUR** nei progetti sperimentali degli anni '90 sono condivisibili; per realizzarli pienamente, però, occorre cambiare metodi e strumenti, cioè occorre rimuovere gli ostacoli evidenziati sopra.

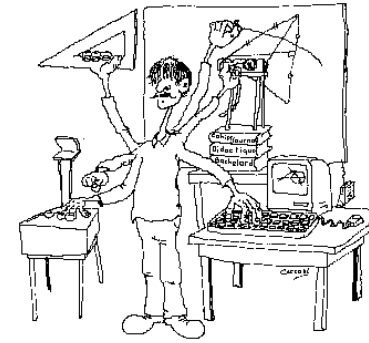
Il primo e, forse, maggiore ostacolo che lo studente, o l'uomo in genere, incontra nel dialogare con il calcolatore è costituito dai linguaggi di programmazione; infatti questi sono in continua evoluzione e sempre più finalizzati e facilitati, in modo da poter risolvere problemi diversi e specifici.

2. La ricerca

PROBLEMA

un linguaggio finalizzato all'insegnamento/apprendimento della Matematica nella scuola secondaria e adatto, dunque, alle capacità logiche, astrattive e linguistiche di adolescenti dai dieci (ma vedremo anche meno) ai diciotto anni.

2. La ricerca



A tale scopo abbiamo creato l'ambiente di programmazione denominato **MatCos** che ha le seguenti fondamentali caratteristiche:

- a. **Espressività**: MatCos è in lingua italiana, presenta un uso elementare delle strutture linguistiche, perché utilizza comandi con una terminologia specifica riferita a precisi concetti matematici (*punto, linea, frazione, funzione, etc.*);
- b. **Facilità di apprendimento**: MatCos essendo privo di fase dichiarativa, contribuisce a snellire il fardello delle regole sintattiche di un linguaggio usuale di programmazione senza, però, sacrificare l'efficienza dell'eseguibile;



- c. **Qualità pedagogiche:** MatCos nasce con finalità didattiche e tra le sue peculiarità si sottolinea la modalità di esecuzione ***passo-passo***, che consente il monitoraggio costante, ovvero il controllo su ogni passo dell'algoritmo e, quindi la possibilità per lo studente di verificare istantaneamente la correttezza dei suoi processi mentali sia sintattici che concettuali: è noto che un ciclo di tentativi ed errori, non condotto a caso, arricchisce il processo euristico di una componente di analisi;



- d. **Leggibilità:** i listati dei programmi MatCos sono facilmente leggibili e comprensibili sia per chi progetta che per persone estranee, fermo restando la distinzione tra leggibilità per neofiti e per esperti. La nazionalizzazione del linguaggio non costituisce uno svantaggio in merito alla portabilità del codice ed alla comunicazione grazie proprio all'universalità del linguaggio matematico;
- e. **Modularità:** la strutturazione di MatCos in moduli consente di finalizzare i comandi del linguaggio ai contenuti matematici oggetto dell'apprendimento, senza fughe in avanti che potrebbero essere deleterie sul piano formativo. I moduli, inclusivi in ampiezza, sono otto, uno per ogni classe della scuola secondaria, più un altro per la Scuola Primaria.

L'ambiente MatCos



Sul piano tecnico consente la rappresentazione di diverse tipologie di dati e molti tipi di procedimenti risolutivi riconducibili al calcolo, nonché di risultati con una grafica opportuna e di facile comprensione.

In particolare si distinguono i seguenti blocchi di istruzioni:

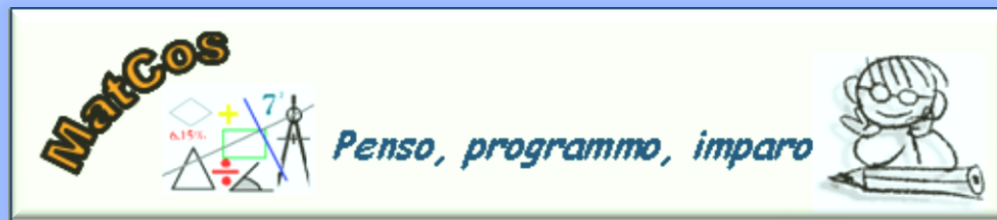
- ✓ Ingresso/uscita, assegnazione, ciclo, condizionale, operatori booleani,
- ✓ Specifiche di natura **geometrica** (nel piano e nello spazio euclideo e cartesiano);
- ✓ di natura **aritmetico-analitica** per lavorare con frazioni, funzioni, derivate, integrali, etc.
- ✓ di natura **statistico-probabilistica** per lavorare con diagrammi, istogrammi, numeri random, etc.

Ogni istruzione ha i parametri essenziali (relativi) al concetto matematico che si vuole rappresentare.

L'ambiente **MatCos**



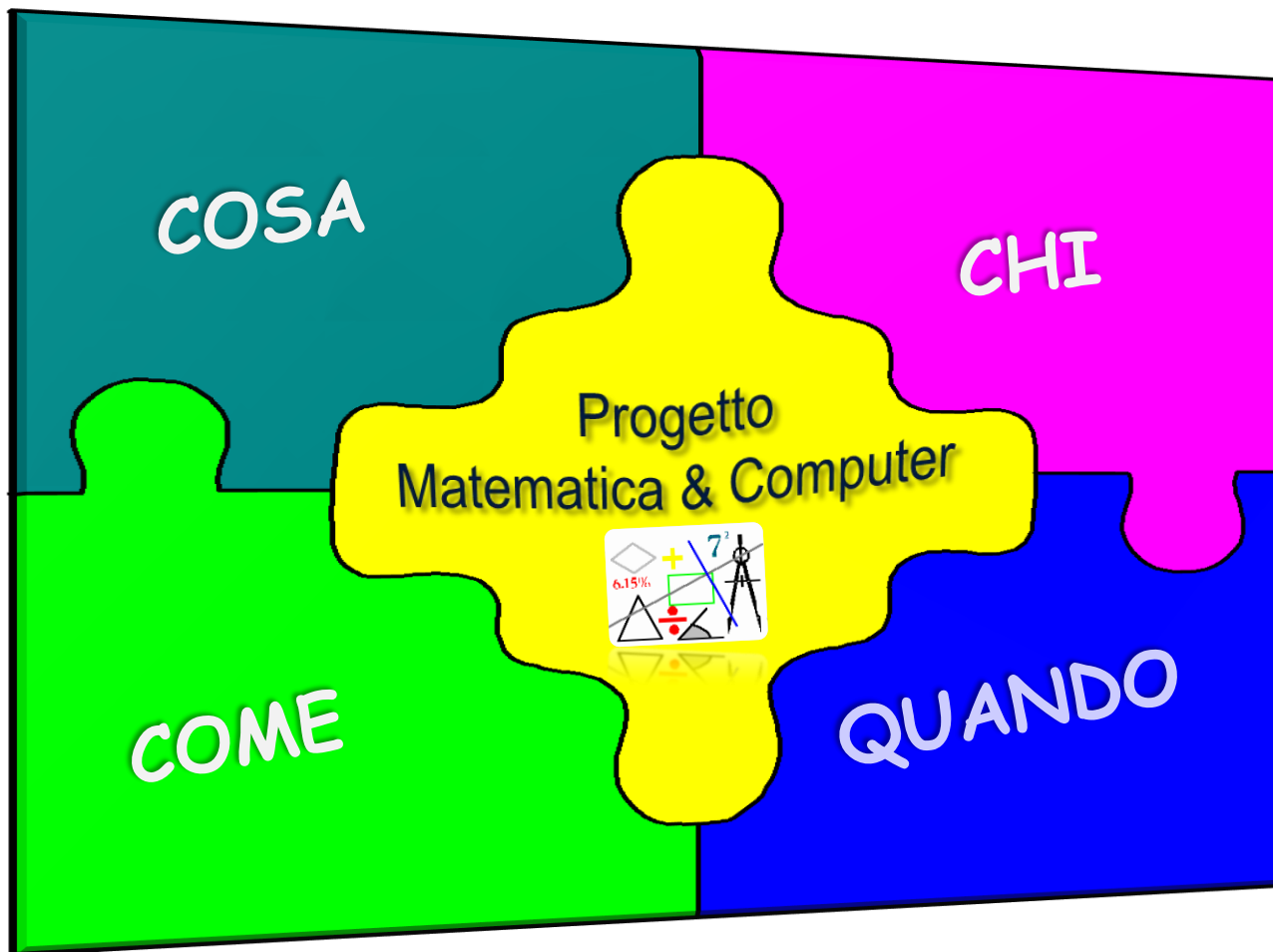
Le peculiarità anzidette collocano l'ambiente di programmazione MatCos nell'ottica strategica sia a livello matetico che euristico del *problem solving* proferendo un felice connubio per ciò che concerne i problemi di un corretto sviluppo cognitivo e l'efficienza e l'utilità della pratica didattica.
Non a caso il motto che capeggia il software è :



Bibliografia

7. COSTABILE F. A. (2000-2004), *MatCos – Manuali per lo studente, Moduli 1.1, 1.2, 1.3 (scuola media); Moduli 1.4, 1.5 (Biennio scuola secondaria superiore); Moduli 1.6, 1.7, 1.8 (Triennio scuola secondaria superiore)*. Ionia Editrice, Cosenza
8. COSTABILE F. A. (2000-2004), *MatCos - Software per l'insegnamento - apprendimento della matematica. Moduli 1.1, 1.2, 1.3 (scuola media); Moduli 1.4, 1.5 (Biennio scuola secondaria superiore); Moduli 1.6, 1.7, 1.8 (Triennio scuola secondaria superiore)*. Calì Informatica, Cosenza
9. COSTABILE F. A. (2005-2009), *MatCos - Software per l'insegnamento - apprendimento della matematica. Moduli 2.1, 2.2, 2.3 (scuola media); Moduli 2.4, 2.5 (Biennio scuola secondaria superiore); Moduli 2.6, 2.7, 2.8 (Triennio scuola secondaria superiore)*. Calì Informatica, Cosenza
10. COSTABILE F. A. (2010), *MatCos - Software per l'insegnamento - apprendimento della matematica. Versione 3, Moduli 3.1, 3.2 (scuola media); Moduli 3.4, 3.5 (Biennio scuola secondaria superiore)*. Calì Informatica, Cosenza.

3. La sperimentazione





*Matematica
&
Computer*

Dal **2000** è iniziata l'effettiva sperimentazione in classi pilota supportata da adeguato monitoraggio e verifiche in itinere.

La sperimentazione è stata condotta in collaborazione con l'Ufficio Scolastico Regionale della Calabria e, alternativamente, con l'Assessorato all'Istruzione della Regione Calabria che, nell'occasione, sentitamente ringraziamo.

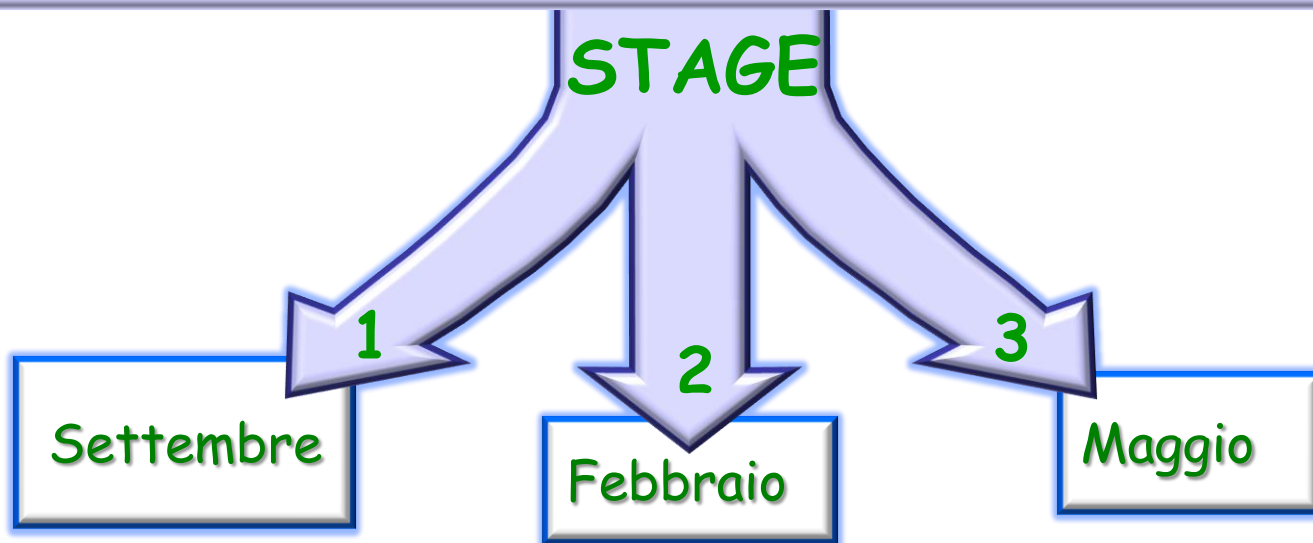
3. La sperimentazione

Matematica & Computer

Nel corso della sperimentazione occorre, però, correggere le disfunzioni che, a nostro avviso, si erano manifestate nel P.N.I.

Infatti, la formazione dei docenti è stata pianificata sull'intero anno scolastico e centrata non solo sull'uso del software ma anche e, soprattutto, nella sua integrazione nell'insegnamento curricolare.

3. La sperimentazione



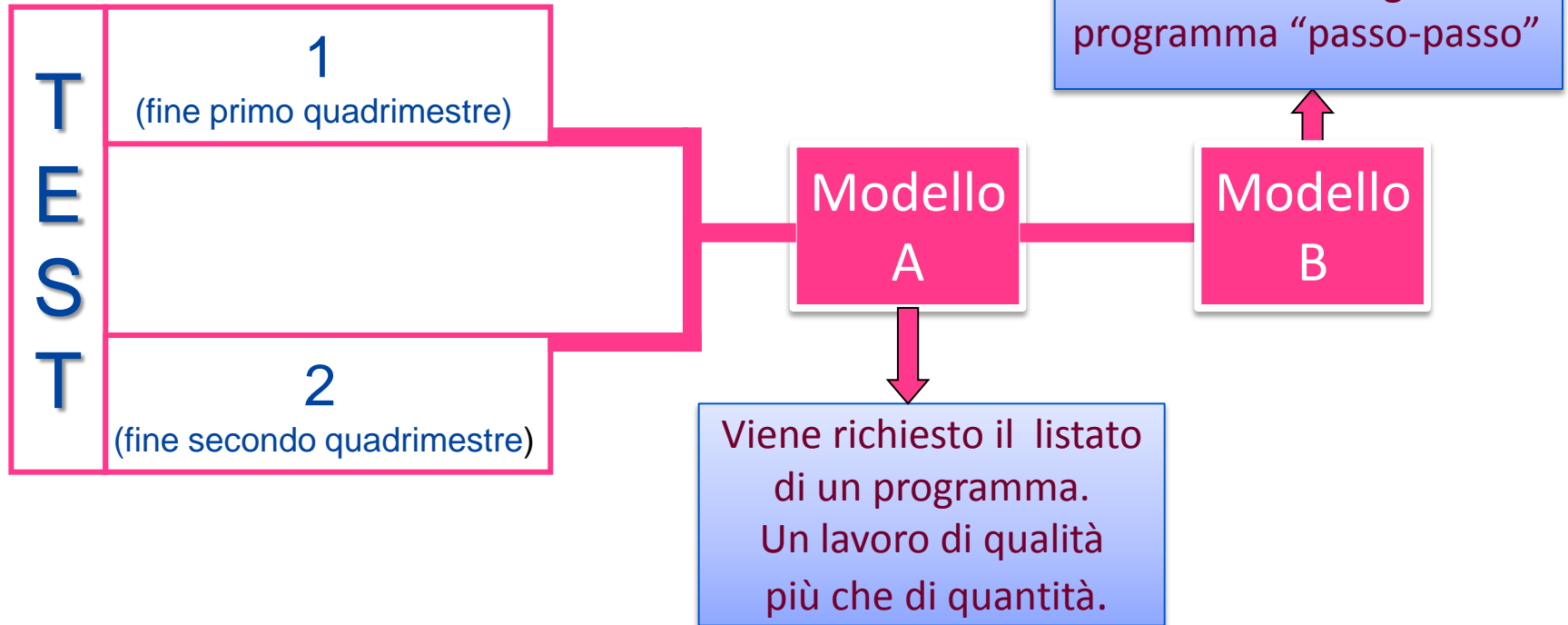
Giugno: giornata conclusiva di lavoro con gli studenti protagonisti.

Alla fine di ogni quadrimestre viene effettuato un test i cui risultati vengono monitorati e discussi ampiamente.

3. La sperimentazione

MODELLO ORGANIZZATIVO ANNUALE

Settembre	I stage di formazione per i docenti sperimentatori
Gennaio	Somministrazione del I test di verifica agli allievi
Marzo	II stage di formazione per i docenti sperimentatori e valutazione dei risultati del I test
Maggio	III stage di formazione per i docenti sperimentatori, somministrazione del II test di verifica agli allievi
Giugno	Valutazione dei risultati dei test, presentazione dei risultati.





Test

VALUTAZIONE E CERTIFICAZIONE

I TEST

II TEST

Valutati dal docente sperimentatore

Ogni test è corredato da due schede

Scheda 1

il docente riporta i risultati ottenuti, da ogni alunno, nei singoli quesiti

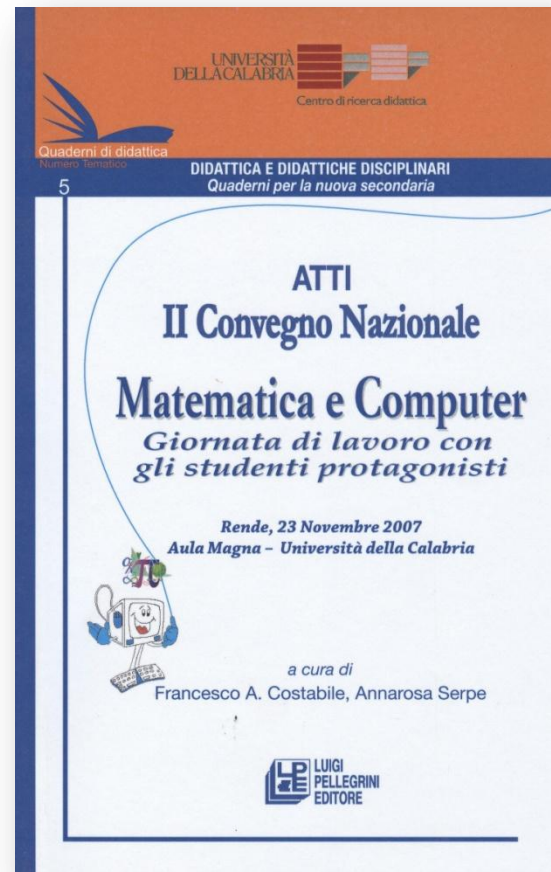
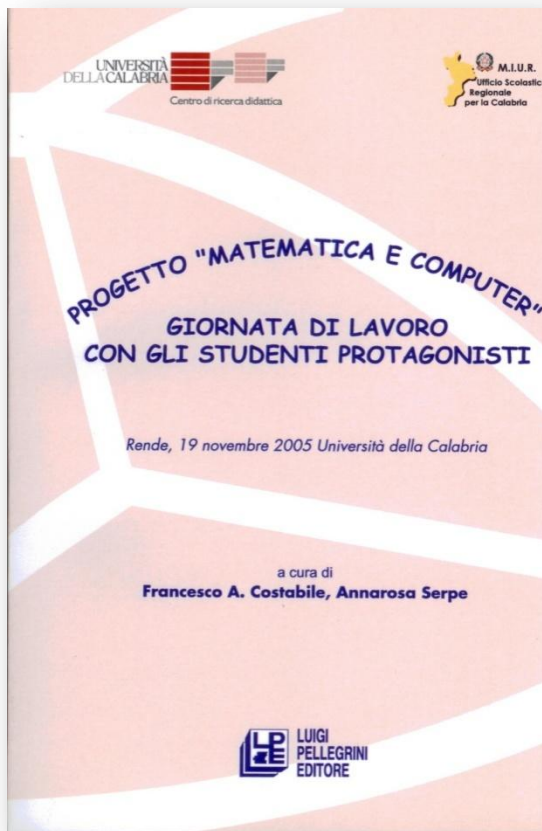
Scheda 2

Riporta il sinottico ottenuto per ogni quesito; fornisce il quadro completo inerente la valutazione della classe

I test corredati dalle due schede vengono monitorati nel C.I.R.D.

3. La sperimentazione

Sono stati organizzati due convegni nazionali con ampio spazio per gli studenti partecipanti al progetto, i cui atti sono stati pubblicati.



3. La sperimentazione

Questa sperimentazione è stata possibile grazie alla disponibilità delle Scuole polo, alcune dislocate anche fuori il territorio regionale, e, soprattutto grazie all'impegno e al sacrificio personale dei docenti sperimentatori che hanno dimostrato grande dedizione e professionalità verso l'Istituzione.

Non ci resta che esprimere un grande riconoscimento e ringraziamento a tutti i soggetti, ivi compresi i tecnici del CIRD, che, a vario titolo, hanno reso possibile questo lavoro che, siamo sicuri, lascerà traccia.

Quanto, finora, detto viene sinteticamente illustrato con esempi relativi alla scuola secondaria di I grado.

Bibliografia

11. COSTABILE F.A., SERPE A. (2000), *Matematica e computer - Un esperimento nella scuola media - 1° annualità*. Rapporto n°24, CIRD - Università della Calabria.
12. COSTABILE F.A., SERPE A. (2000), *Matematica e computer - Un esperimento nella scuola media - 2° annualità*, Rapporto n°27, CIRD - Università della Calabria.
13. COSTABILE F. A., SERPE A. (2001), *Matematica e Computer. Un esperimento nella scuola media - 3° annualità.* , Rapporto n°30, CIRD - Università della Calabria.
14. COSTABILE F.A., SERPE A. (2001), *Matematica e computer - Un esperimento nel biennio 1999/2001 della scuola superiore*, Rapporto n°31, CIRD - Università della Calabria.
15. COSTABILE F.A., SERPE A. (2002), *Matematica e computer - Un esperimento nel triennio della scuola superiore - 1° annualità.*, Rapporto n°34, CIRD - Università della Calabria.
16. COSTABILE F.A., SERPE A. (2002), *Matematica e computer - Un esperimento nella scuola media - II gruppo - 1° annualità.*, Rapporto n°35, CIRD - Università della Calabria.
17. COSTABILE F.A., SERPE A. (2002), *Progetto Matematica e Computer. L'esperimento nella scuola media inferiore*. vol. 1, n°3. CIRD - Università della Calabria.
18. COSTABILE F. A., SERPE A. (2002), *Matematica & Computer con MatCos: un esperimento nella I media*, Progetto Alice, Vol.III, n°7, pp.79-98.
19. COSTABILE F. A., SERPE A. (2002), *MATCOS: un nuovo strumento per fare matematica*, in Dileo V., Fazio R., Leoci G. (eds), Atti 4° Convegno Nazionale ADT, “Nuovi obiettivi, curricoli e metodologie nella didattica della matematica e delle scienze”, Monopoli, Editrice Arti Grafiche Alberobello, pp.262-273

Bibliografia

20. Costabile F.A., Serpe A. (2003), *Matematica e computer - Un esperimento nel triennio 2000/03 della scuola superiore - 2° annualità.*, Rapporto n°36, CIRD - Università della Calabria.
21. COSTABILE F.A., SERPE A. (2003), *Matematica e computer - Un esperimento nella scuola media - Il gruppo - 2° annualità*, Rapporto n°37, CIRD - Università della Calabria.
22. COSTABILE F. A. (2003), *Un progetto per l'insegnamento-apprendimento della Matematica – Informatica*, in Costabile C. e Serpe A. (eds), Atti del Convegno Internazionale, “Didattica in ambito scientifico con le nuove tecnologie”, Caposuveto, CZ, Costabile Editore, Rende, pp.41-54.
23. COSTABILE F. A., SERPE A. (2003), *Le Projet MATCOS*, in Lagrange et al. (eds), Actes du Colloque Européen ITEM “Integration des Technologies dans l’Enseignement des Mathématique Ecole, IUFM (Instituts Universitaires de Formation des Maîtres) di Reims, France, giugno 2003, WEB SITE URL: http://www.reims.iufm.fr/Recherche/ereca/itemcom/index_fr.htm
24. COSTABILE F. A., SERPE A. (2003), *La programmazione in MatCos come supporto ad applicazione matematiche nel reale*, in D’Amore B. e Sbaragli S. (eds), Atti del Convegno Nazionale “Incontri con la Matematica n°17” e V Convegno Nazionale ADT “La didattica in aula”, Castel San Pietro Terme (BO), Pitagora Editrice, Bologna, pp260-261.
25. COSTABILE F.A., (2004), *Il calcolatore, motore dell’azione didattica e scientifica in matematica*, in Zampillo G. (ed), Quaderni di Matematica n°2, 2004, Dipartimento di Matematica, Università di Lecce, Edizioni del Grifo, Lecce, pp.141-160.
26. COSTABILE F.A., SERPE A. (2004), *MatCos: un linguaggio di programmazione per l’insegnamento - apprendimento della Matematica*, Atti del Convegno DIDAMATICA 2004 EDS: Andronico A., Frignani P., Poletti G., Omnicom Editore, Ferrara, pp.163-178.

Bibliografia

27. COSTABILE F.A., SERPE A. (2004), *Matematica e computer - Un esperimento nella scuola media - II gruppo - 3° annualità*. Rapporto n°40, CIRD - Università della Calabria.
28. COSTABILE F.A., SERPE A. (2004), *Matematica e computer - Un esperimento nel triennio della scuola superiore - 3° annualità*. Rapporto n°41. CIRD – Università della Calabria.
29. SERPE A. (2004), *Lavori eseguiti dagli alunni delle scuole superiori*. Rapporto n°42, CIRD, Università della Calabria.
28. SERPE A. (2004), *Lavori eseguiti dagli alunni delle scuole superiori*. Rapporto n°43, CIRD - Università della Calabria
29. SERPE A. (2005), *Lavori eseguiti dagli studenti delle Scuole Superiori - A.S. 2004/05*. Rapporto n°44, CIRD – Università della Calabria.
30. COSTABILE F.A., SERPE A. (2005), *Matematica e computer - La sperimentazione nelle prime classi della scuola superiore - Modulo MatCos 2.4 - Monitoraggio dei risultati - A.S. 2004/05*, Rapporto n°45, CIRD – Università della Calabria.
31. COSTABILE F.A., SERPE A. (2005), *Progetto Pluriennale Matematica e Computer Monitoraggio delle attività - Modulo MATCOS 2.1 Anno Scolastico 2003-04*, Vol. 986, Centro Programmazione Editoriale, S. Prospero s/S (MO)
32. COSTABILE F.A., SERPE A. (2005), *Formazione in servizio e ricerca-azione: il modello C.I.R.D. dell'UNICAL*, in *DIDATTICA E DIDATTICHE DISCIPLINARI*, Ed: Costabile F.A., Quaderni di didattica Vol. 1, Luigi Pellegrini Editore, Cosenza, pp. 89-102

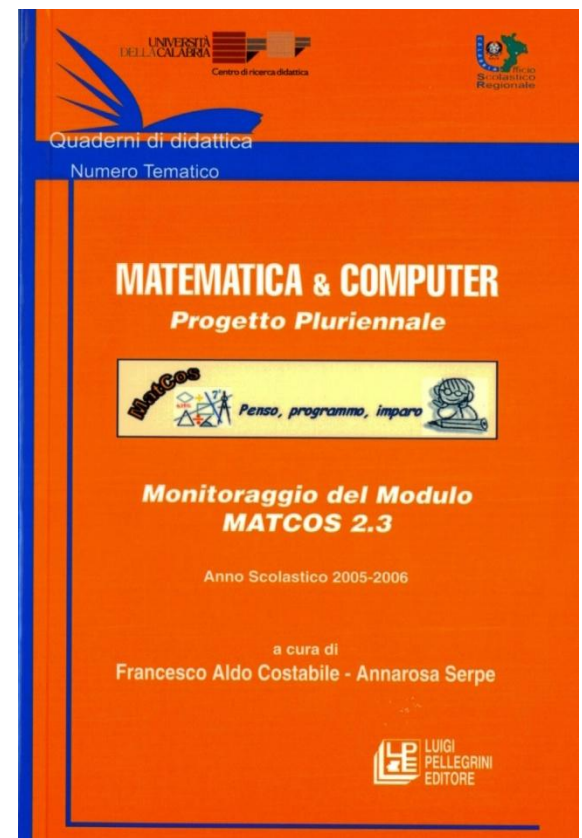
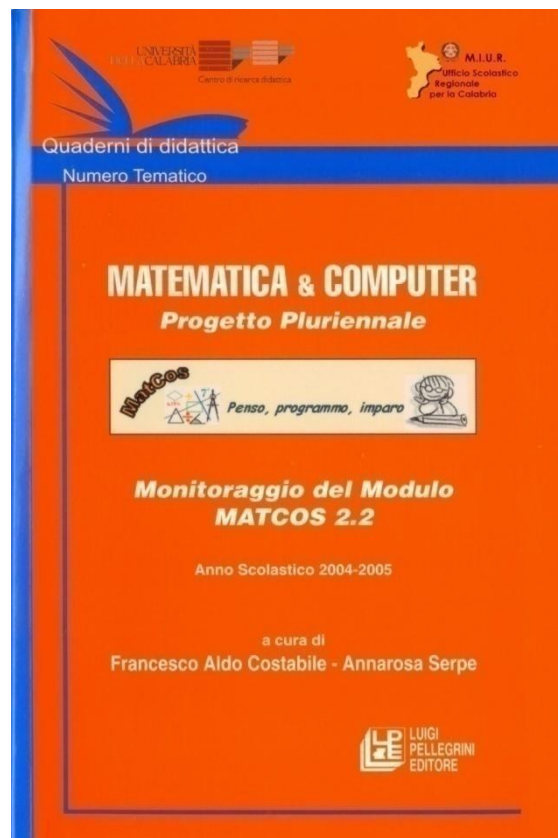
Bibliografia

33. COSTABILE F.A., SERPE A. (2005), *Il calcolatore elettronico nel processo insegnamento-apprendimento della Matematica: sì, no, perché, come*, Atti del convegno "Insegnare la Matematica nella scuola di tutti e di ciascuno. EDS:Ancona R. L., Faggiano E., Montone A., Pupillo R. , Ghisetti&Corvi Editore, Milano pp. 192-197.
34. COSTABILE F.A., SERPE A. (2005) (ed), *Matematica & Computer. Progetto Pluriennale. Monitoraggio del Modulo MATCOS 2.2 – Anno Scolastico 2004-2005*, Quaderni di didattica: Numero tematico, Luigi Pellegrini Editore, Cosenza
35. COSTABILE F.A., SERPE A. (2005), *MATEMATICA & COMPUTER La sperimentazione nelle terze classi della scuola superiore - Modulo MatCos 2.6 - Monitoraggio dei risultati - A. S. 2004/2005*. Rapporto n°46, CIRD – Università della Calabria.
35. COSTABILE F.A., SERPE A. (2005), *MATEMATICA & COMPUTER – Progetto Pluriennale - Monitoraggio del Modulo MATCOS 2.2. Anno Scolastico 2004-2005*, Didattica e Didattiche Disciplinari Vol. tematico, Cosenza: Luigi Pellegrini Editore.
36. COSTABILE F. A. , SERPE A. (2006), *MATEMATICA & COMPUTER - Progetto Pluriennale - Monitoraggio del Modulo MATCOS 2.3. Anno Scolastico 2005-2006*, Didattica e Didattiche Disciplinari Vol. Tematico, Cosenza: Pellegrini Editore.
37. COSTABILE F.A., SERPE A., (2007), *Il progetto Matematica e Computer, Rassegna dell'istruzione*, Vol. Anno LXII, n. 1, pp. 18-23.
38. COSTABILE F.A., SERPE A., (2007), *I Ciclo di sperimentazione nel biennio della scuola superiore - Moduli MatCos 2.4 -2.5 - Monitoraggio dei risultati - Anni scolastici 2004/05 - 2005/06*. Rapporto CIRD n°51.

Bibliografia

39. COSTABILE F.A., SERPE A. (2008), *MATEMATICA & COMPUTER - Progetto Pluriennale - Monitoraggio dei Moduli 2.1 Scuola Secondaria I grado, 2.4 e 2.6 (Biennio e Triennio) Scuola Secondaria II grado. Anno Scolastico 2006-2007*, Didattica e Didattiche Disciplinari Vol. tematico, Cosenza: Luigi Pellegrini Editore.
40. SERPE A., (2009), *Atelier MatCos: curve in passerella*. Atti del convegno "MFSNT", Lamezia Terme (CZ) ITALY, 20-22 febbraio, 2009, EDS: Costabile F.A., Cerasoli M., Mercuri E., Serpe A., Luigi Pellegrini Editore:Cosenza, pp. 157-169.
41. COSTABILE F.A., SERPE A. (2009), *The MatCos Project: a survey of the results of the experiment*. Proceedings of ICERI 2009, Madrid, 16-18 novembre, 2009, EDS: Gomez Chova L., Belenguer D. M., Candel Torres I., IATED:Valencia, 2009.
42. CAIRA R. (2010), *La frazioni: elementi di base supportati da software*, Didattica e Didattiche Disciplinari Vol. 9, Cosenza: Luigi Pellegrini Editore, pp.43-71.

Alcuni volumi inerenti i risultati della sperimentazione:





Aritmetica

- 1) Operazioni in \mathbb{N} ;
- 2) Operazioni in \mathbb{Q}^+ ;
- 3) Calcolo dei divisori;
- 4) Numeri primi;
- 5) Fattorizzazione in fattori primi;
- 1) Espressione aritmetica.

$$16 = 2^4$$



$$\sqrt{256}$$

$$4^2 = 16$$

$$2 \times 8 = 16$$



Operazioni in \mathbb{N} [Ar1.mcs](#)



Operazioni in \mathbb{Q}^+ [Ar2.mcs](#)

Calcolo dei divisori [Ar3.mcs](#)



Numeri primi [Ar4.mcs](#)

Fattorizzazione in fattori primi [Ar5.mcs](#)

Espressione aritmetica [Ar6.mcs](#)



4. Esempi Programmi da fare con gli studenti



Programmi per chiarire concetti

- 1) Frazioni;
- 2) Crivello di Eratostene.

$$16 = 2^4$$



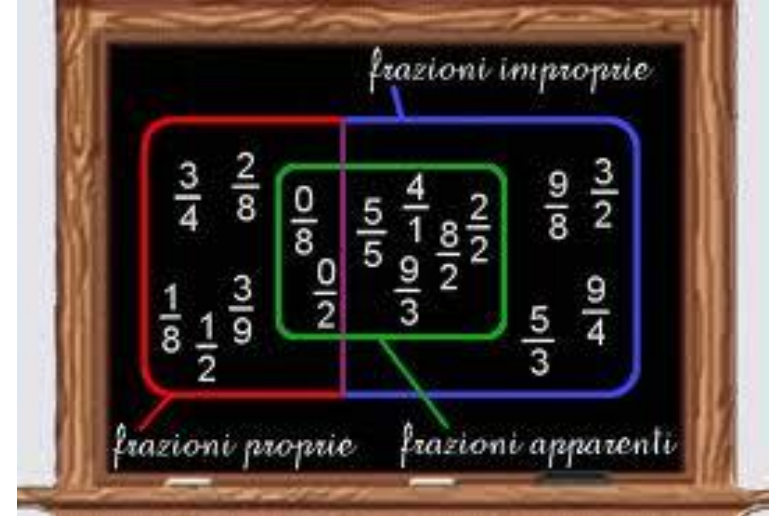
$$\sqrt{256}$$

$$4^2 = 16$$

$$2 \times 8 = 16$$



Frazioni



Genera frazione

Fraz-genera.mcs

Frazioni equivalenti

Fraz-equiv.mcs

Frazioni a confronto

Fraz-confr.mcs

Crivello di Eratostene



```
v=vettore(n);
Per ( i da 1 a n)esegui;
v(i)=i;
fine;
Per (p da 2 a n)Esegui;
  se (v(p)<>0)allora esegui;
    Per (k da p a int(n/p))esegui;
      i=p*k;  v(i)=0;
    fine;
  fine;
altrimenti Esegui;
p=p+1;
  Per (h da p a int(n/h));
    i=p*h; v(i)=0;
  fine;
fine;
fine;
v(1)=0;
stampavett(v);
```

Procedimento per
trovare i numeri
primi minori di 100



Crivello.mcs



Geometria

- 1) Enti geometrici
- 2) Triangolo rettangolo
- 3) Teorema di Pitagora
- 4) Isometrie
- 5) Calcolo di π
- 6) Spazio;
- 7) Costruzione di solidi

$$16 = 2^4$$



$$\sqrt{256}$$

$$4^2 = 16$$

$$2 \times 8 = 16$$



Enti geometrici



Geo1.mcs

A=punto;

ColorePenna(255,0,255); SpessorePenna(2);

l=linea;

B=punto; ColorePenna(255,0,0);

s=linea(A,B); ColorePenna(234,117,0);

s1=segmento(A,B);

ColorePenna(0,0,128); r=retta(A,B);

C=punto; ColorePenna(128,0,128);

r1=perpendicolare(r,C); ColorePenna(119,119,0);

r2=parallela(r,c);

m=distanza(A,B);

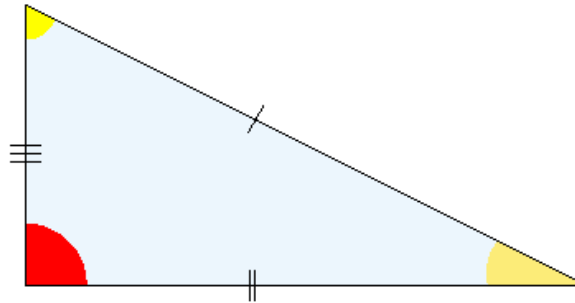
stampa("la distanza tra A e B è " , m);

Triangolo rettangolo

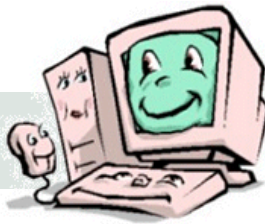


Geo2.mcs

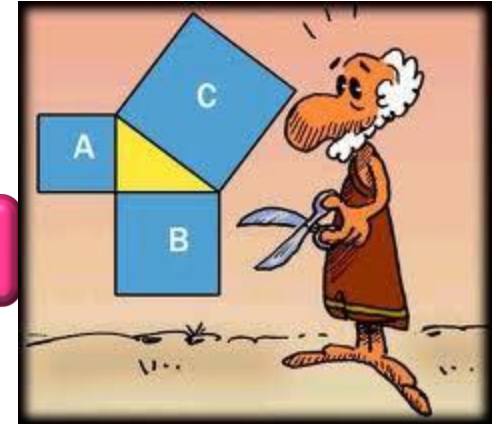
```
A = Punto;  
B = Punto;  
r = Retta(A,B);  
s = Perpendicolare(r,A);  
D = Punto_su(s);  
H = Punto_su(r);  
Segmento(D,H);  
Stampa("Il triangolo DAH è rettangolo");  
alfa=angolo(H,A,D);  
m=Ampiezza(alfa);  
scrivi(m);
```



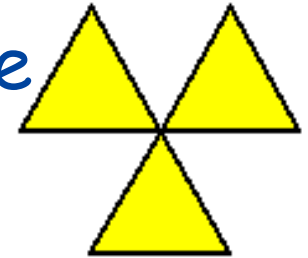
Teorema di Pitagora



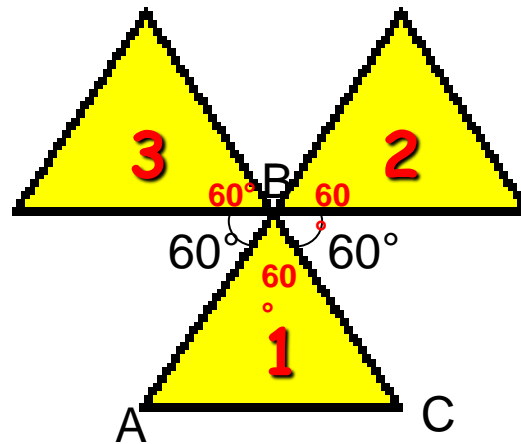
Pitagora1.mcs

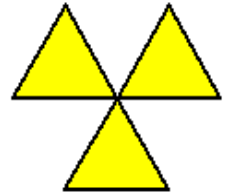


Pitagora2.mcs



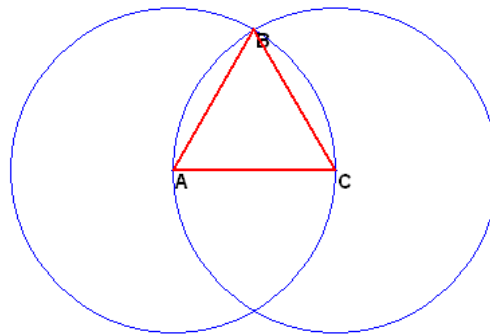
1. Costruzione del triangolo equilatero **ABC**;
2. Rotazione del triangolo **ABC** di **120°** attorno al centro **B** in **senso orario**;
3. Rotazione del triangolo **ABC** di **120°** attorno al centro **B** in **senso antiorario**.





Pertanto:

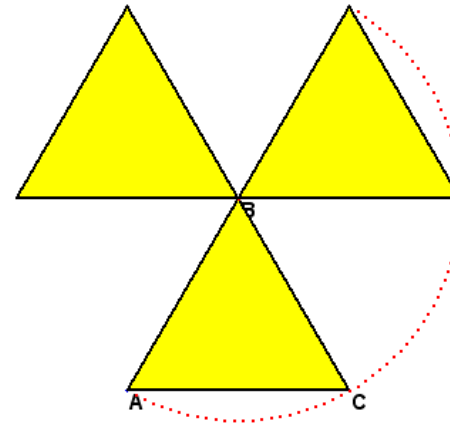
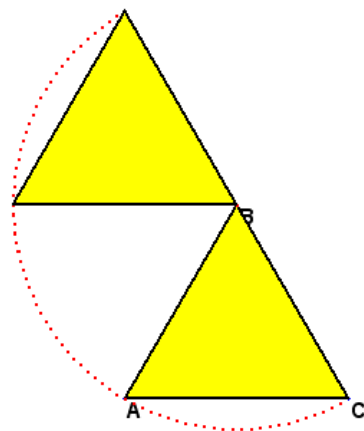
1. disegna un segmento **AB** (dato iniziale);
2. traccia la circonferenza di raggio **AC** e centro **A** e la circonferenza di raggio **AC** e centro **C**;
3. Scelta di uno dei punti d'intersezione delle due circonferenze (che rappresenta il vertice **B** del triangolo equilatero).





Infine:

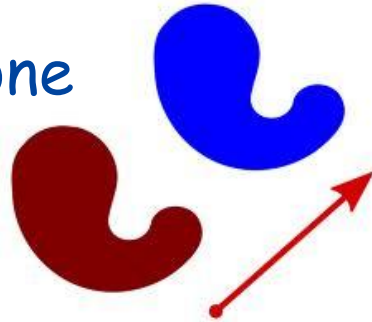
5. Ruota il triangolo ABC di 120° attorno al centro B in senso orario;
6. Ruota il triangolo ABC di 120° attorno al centro B in senso antiorario;



Isometrie

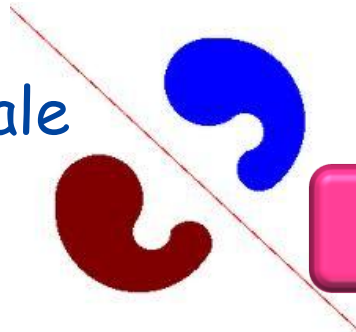


Traslazione



Geo4.mcs

Simmetria assiale

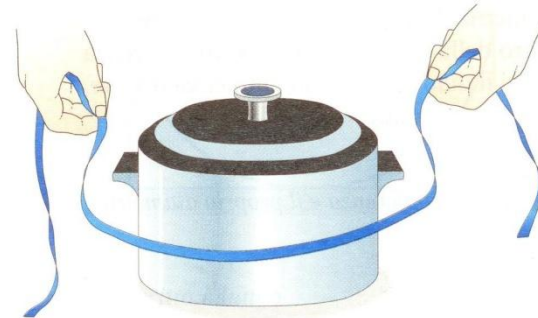


Geo5.mcs

Calcolo di π con il metodo di Archimede

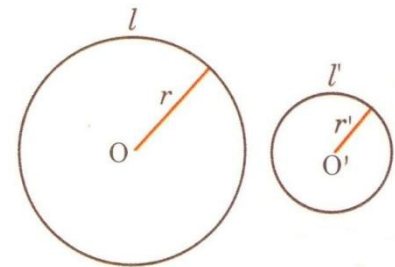


Dopo aver giustificato/intuito (ad esempio mediante piccoli esperimenti con materiale povero) che il rapporto tra la lunghezza della circonferenza ed il relativo diametro è costante



$$\frac{c}{2r}$$

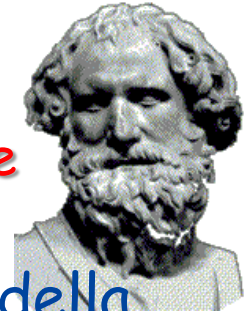
non varia al variare della circonferenza



Calcolo di π con il metodo di Archimede



Si pone il problema del calcolo numerico di tale costante



Archimede pensò di approssimare la lunghezza della circonferenza con i perimetri dei poligoni regolari inscritti e circoscritti alla circonferenza.

Senza la conoscenza del simbolismo moderno e senza il contributo di alcun strumento di calcolo, Archimede riuscì a considerare poligoni regolari di 6, 12, 24, 48, 96 lati giungendo alla disequaglianza:

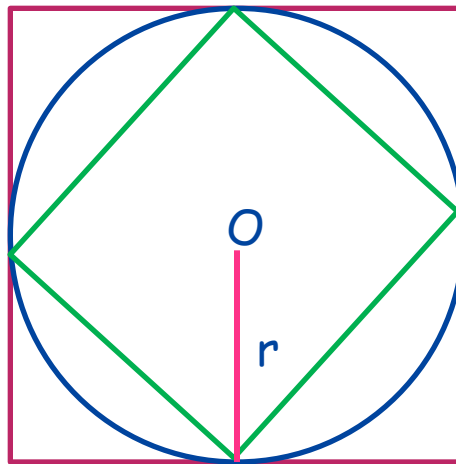
$$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$$

Calcolo di π con il metodo di Archimede



In considerazione del livello scolastico in questione, si propone come

PRIMO PASSO: circoscrivere/inscrivere un quadrato ad una circonferenza



Pi-quadrato.mcs

Quadrato circoscritto ad una circonferenza



Osservando che:

$$C < \text{Perimetro} \rightarrow C < 4 \cdot \text{lato}$$

Ma il lato = diametro $\rightarrow C < 8r$

Quindi:

$$\frac{c}{2r} < \frac{8r}{2r} = 4$$

e si ha il primo risultato: $\pi < 4$

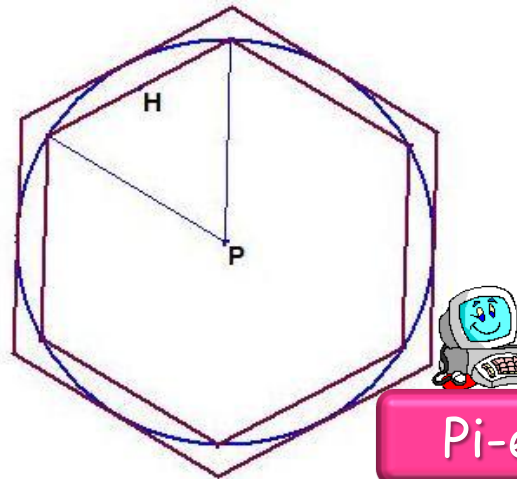
Questo risultato può essere migliorato considerando l'esagono regolare inscritto e circoscritto alla circonferenza.

Esagono inscritto e circoscritto alla circonferenza



Il codice MatCos è basato:

sulla suddivisione della circonferenza in sei archi uguali, tramite la rotazione di un suo punto intorno al centro, di 60° e sulla costruzione delle tangenti in questi punti.



Pi-esag.mcs

Dodecagono inscritto e circoscritto



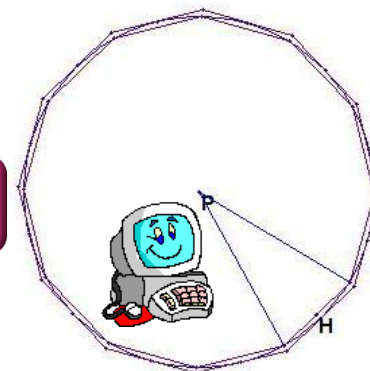
Con l'esagono si trova perciò la diseguaglianza:

$$3 < \pi < 3.4$$

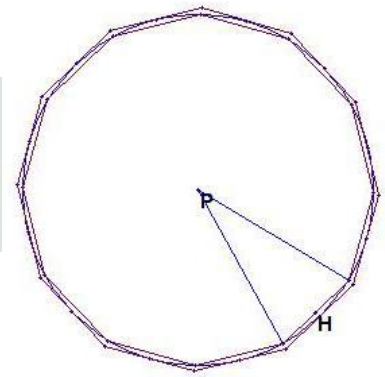
Andiamo ad esaminare il **dodecagono** regolare inscritto e circoscritto, procedendo allo stesso modo e tenendo conto che questa volta l'angolo di rotazione è di 30° .

Si ha il seguente codice MatCos:

Pi-dodec.mcs



Dodecagono inscritto e circoscritto ad una circonferenza



Con il dodecagono si trova perciò la diseguaglianza:

$$3.1 < \pi < 3.2$$

che è più stretta di quella precedente.

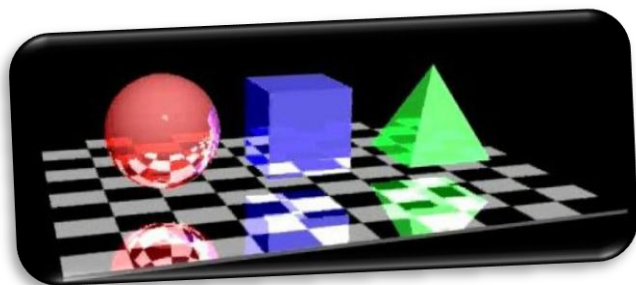
A questo punto, l'attività può concludersi affermando che π è un numero irrazionale, ovvero ha rappresentazione decimale illimitata non periodica, la cui approssimazione ai centesimi è 3,14.

Spazio



```
RifCart3D;  
P=Punto3d(1,-1,1); Q=Punto3d(-1,1,1);  
Z=Punto3d(1,1,-2);  
ColorePenna(255,0,0);  
s=retta3D(p,Q);
```

Spazio1.mcs



```
RifCart3D;  
Piramide(1.5,2);  
Parallelepipedo(1.5,2,1);  
Cubo(2);
```

Spazio2.mcs

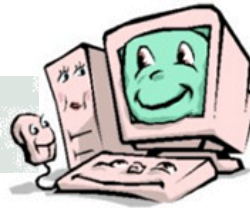
```
rifcart3D;  
cilindro(1.5,2);  
cono(1.5,2);
```

Spazio3.mcs

```
rifcart3D;  
sfera(1);
```

Spazio4.mcs

Parallelepipedo rettangolo



RifCart3D;

A=Punto3d(2,0,2);

B=Punto3d(3,0,2);

C=Punto3d(2,0,3);

D=Punto3d(3,0,3);

E=Punto3d(2,2,2);

F=Punto3d(3,2,2);

G=Punto3d(2,2,3);

H=Punto3d(3,2,3);

faccia(A,B,F,E);

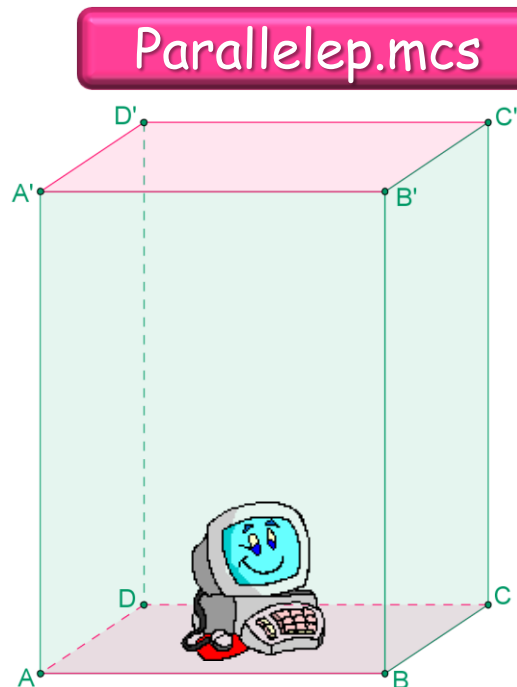
faccia(C,D,H,G);

faccia(A,B,D,C);

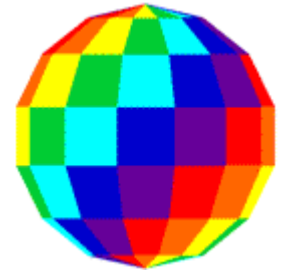
faccia(A,E,G,C);

faccia(E,F,H,G);

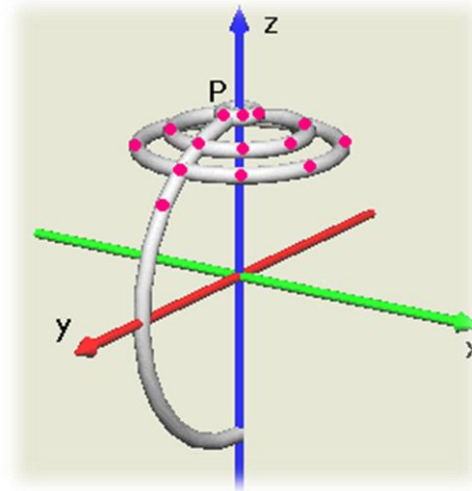
faccia(B,D,H,F);



Costruzione della sfera



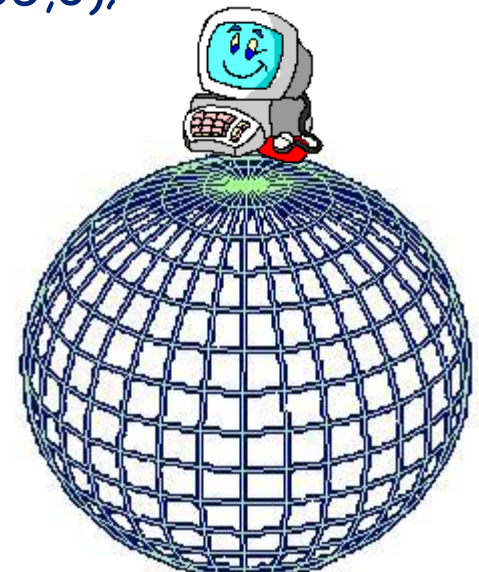
Il programma si basa sull'algoritmo che costruisce una semicirconfenza ottenuta con la rotazione di un punto **P** intorno all'asse **x** ed n circonferenze ottenute con la rotazione dei punti, sulla semicirconfenza, intorno all'asse **z**, come schematizzato nella figura seguente.



Costruzione della sfera



```
rifcart3d;  
r=LeggiNum("raggio");  
A=Punto3d(0,0,r); B=Punto3d(0,0,r*2);  
B1=B; B4=B;  
ColoreRiempimento(255,255,0); ColorePenna(255,255,0);  
per (j da 1 a 12) esegui;  
  B3=ruota3d(B,A,"x",j*15,orario);  
  G=B1;  
  per (i da 0 a 18) esegui;  
    F=ruota3d(B3,A,"z",i*20,orario);  
    B2=ruota3d(B4,A,"z",i*20,orario);  
    Faccia(B1,B2,F,G);  
    G=F;  B1=B2;  
  fine;  
  B4=B3; B1=B3;  
fine;  
cancella(B1,B2,B3,B4,G,F);
```



Sfera.mcs



Rappr. Grafiche e leggi matematiche

- 1) Riferimento cartesiano;
- 2) Proporzionalità diretta;
- 3) Proporzionalità inversa;
- 4) Collegamenti con equazioni e disequazioni.

$$16 = 2^4$$



$$\sqrt{256}$$

$$4^2 = 16$$

$$2 \times 8 = 16$$



Riferimento Cartesiano



Rif-cart.mcs

```
r = Rettanum(Punto,1);
P = Punto_su(r);
a = Ascissa(r,P);
Stampa("l'ascissa del punto è ",a);
Rifcart(Punto,1,1);
P = Punto(2,3);
Q = Punto;
a = Q.x;
b = Q.y;
Stampa("ascissa di Q ",a," ordinata ",b);
s= segmento(P,Q);
M = punto_medio(s);
Masc = M.x;
Mord = M.y;
stampa("l'ascissa di M è ",Masc, " l'ordinata è
",Mord);
```

Proporzionalità



diretta

Proporz1.mcs

inversa

Proporz2.mcs

Il numero delle
donne non è
uguale a quello
degli uomini!

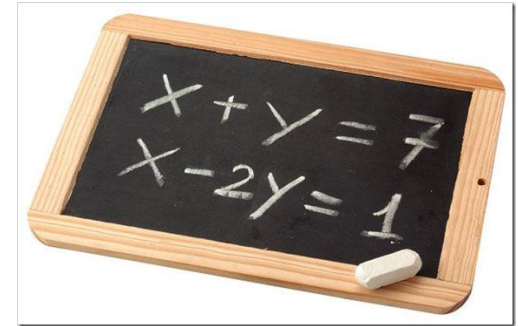


Equazioni e disequazioni



$$3 * x = 12$$

Equazioni e disequazioni



`a = legginum("Coefficiente dell'incognita");`

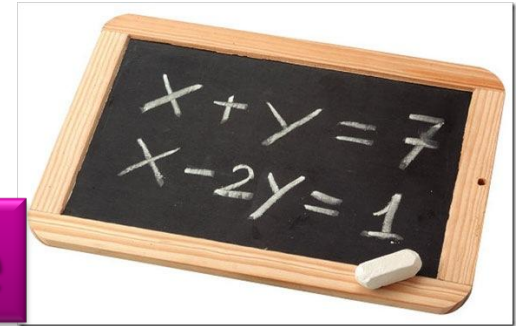
`b = legginum("Termine noto");`

`x = b/a;`

`stampa("La soluzione dell'equazione è ",x);`

Equazione-1 .mcs

Equazioni e disequazioni



Attenzione

Può capitare, però, che tale coefficiente non sia dato in lettura, ma sia il risultato di un calcolo precedente o che l'utente non sia molto attento nell'introdurre i dati, per cui potrebbe capitare che a sia uguale a zero.

In questo caso:

```
a = legginum("Coefficiente dell'incognita");
```

```
b = legginum("Termine noto");
```

```
se (a<>0) allora esegui;
```

```
  x = b/a;
```

```
  stampa("La soluzione dell'equazione è ",x);
```

```
  fine;
```

```
altrimenti stop;
```

Equazione -2.mcs



Elementi di statistica e probabilità

- 1) istogramma, diagramma a strisce e circolare;
- 2) calcolo degli indici più notevoli: medie, moda, mediana,
- 3) simulazione testa - croce

$$16 = 2^4$$



$$\sqrt{256}$$

$$4^2 = 16$$

$$2 \times 8 = 16$$

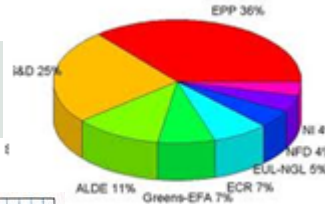


Diagrammi a strisce



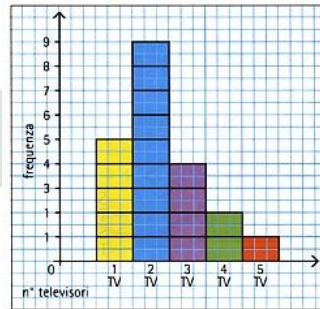
Dia-strisce.mcs

Diagrammi circolari



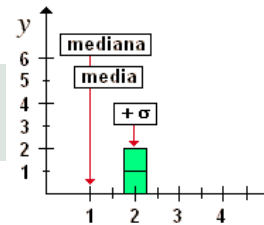
Dia-circ.mcs

Istogramma



Istogramma.mcs

Media, Moda e mediana



Indici-stat.mcs

Simulazione testa -croce



```
a=numero_a_caso(0,1000);  
b=int(a);  
stampa(b);  
se (b rdiv 2=0) allora  
    testa=punto_a_caso;  
altrimenti  
    croce=punto_a_caso;
```

Testa-croce.mcs



5. Lavori autonomi scolti dagli studenti



L'ambiente **MatCos** si è rivelato adeguato, a livello di scuola secondaria, per esaltare il rapporto intrinseco **Matematica-Realtà sensibile**.

Numerose, infatti, sono state le proposte fatte autonomamente dagli studenti.

Qui, di seguito si riportano alcuni esempi.

Mosaico

Particolare originale



Output del particolare

Danila Monorchio - Classe II F - Anno Scolastico 2004/05
Istituto di I grado "G. Galilei" Reggio Calabria

```
a=punto; s=segmento(a,100);  
s1=ruota(s,a,90,antiorario);  
b=s1.estremo(2);  
s2=ruota(s1,b,90,antiorario);  
c=s2.estremo(1);  
s3=ruota(s2,c,90,antiorario);  
d=s3.estremo(2); c1=segmento(a,c);  
o=punto_medio(c1);  
ColorePenna(128,0,0);  
ColoreRiempimento(198,99,0);  
g=poligono(a,b,c,d);  
ColoreRiempimento(128,0,0);  
p=poligono(a,punto,punto,punto,punto);  
p1=ruota(p,o,90,orario);  
p2=ruota(p1,o,90,orario);  
p3=ruota(p2,o,90,orario);  
cancella(a,b,c,d,o,c1);
```

Mosaico 3

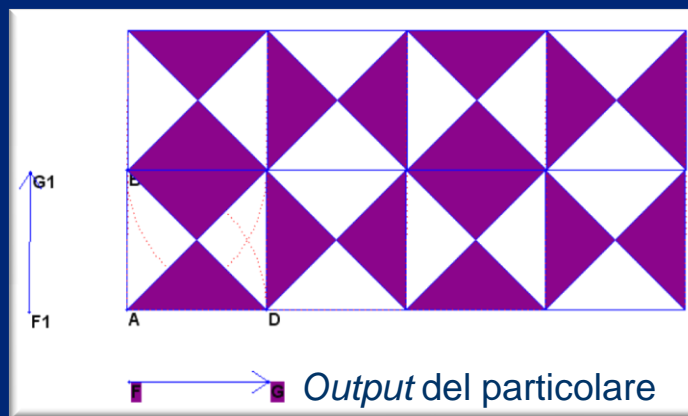
Silvia Picara Classe III F Istituto di I Grado "G. Galilei" Reggio Calabria A.S. 2004/05

```
A=punto; s=segmento(a,120);  
s1=ruota(s,a,90,antiorario);  
B=s1.estremo(2);  
s2=ruota(s1,b,90,antiorario);  
c=s2.estremo(1);  
s3=ruota(s2,c,90,antiorario);  
d=s.estremo(2);  
p=poligono(a,b,c,d);  
ColoreRiempimento(128,0,128);  
p1=poligono(b,c,a,d);  
F=punto; s4=segmento(F,120);  
G=s4.estremo(2); v=segmento_or(f,g);  
p2=trasla(p,v);  
ColoreRiempimento(255,255,255);  
p3=trasla(p1,v); p4=trasla(p2,v);
```

```
ColoreRiempimento(128,0,128);  
p5=trasla(p3,v);p6=trasla(p4,v);  
ColoreRiempimento(255,255,255);  
p7=trasla(p5,v);F1=punto;  
s5=segmento(f1,120);  
g1=s5.Estremo(2);  
v1=segmento_or(f1,g1);trasla(p,v1);  
ColoreRiempimento(128,0,128);  
trasla(p1,v1);trasla(p2,v1);  
ColoreRiempimento(255,255,255);  
trasla(p3,v1);trasla(p4,v1);  
ColoreRiempimento(128,0,128);  
trasla(p5,v1);trasla(p6,v1);  
ColoreRiempimento(255,255,255);  
trasla(p7,v1);
```

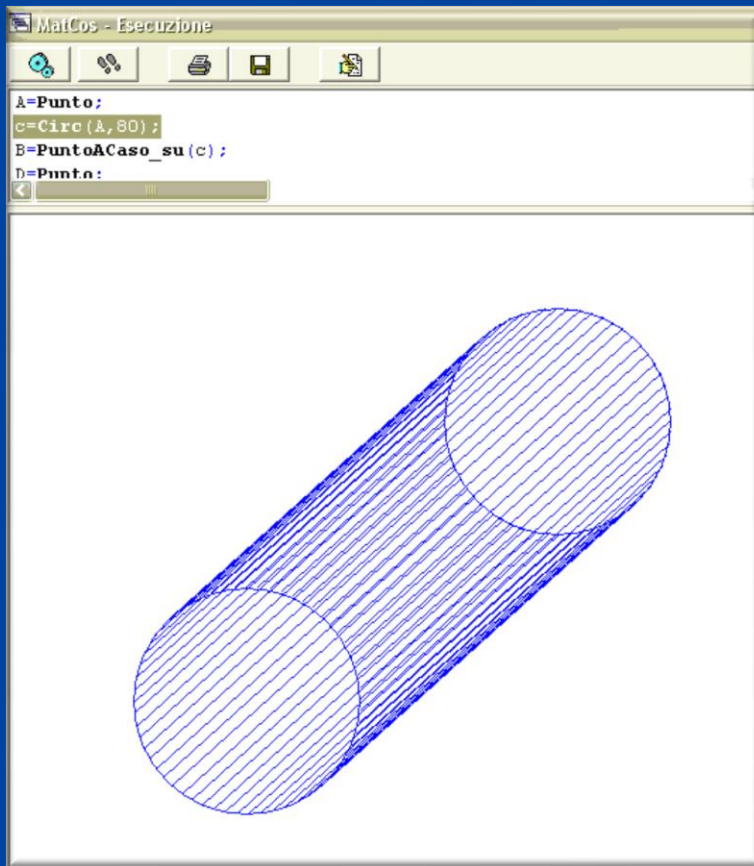


Particolare originale



Cilindro con rotazione e traslazione

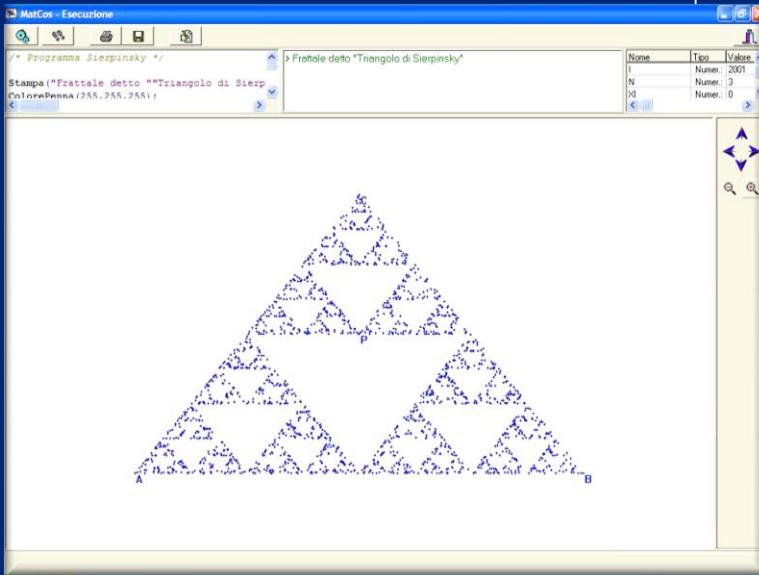
Salvino Carmine - classe III - Scuola Media Statale " G. del Fosso" Rogliano (CS)
Anno Scolastico 2005/06



```
A=punto; c=circ(A,50);  
B=puntoacaso_su(c);  
D=punto; D1=punto;  
s=segmento_or(D,D1);  
trasla(c,s);  
l=4;  
per(i da l a 360);  
    B2=ruota(B,A,i,orario);  
    l=l+5;  
    B1=trasla(B2,s);  
    segmento(B1,B2);  
fine;  
cancella(B,B1,B2,A,s,D,D1);
```


Stanislao Grazioso, Antonino Massano - Classe I C -
Liceo Scientifico Statale "F. Severi" Castellammare di Stabia (NA)
Anno Scolastico 2004/05

"Sierpinsky"

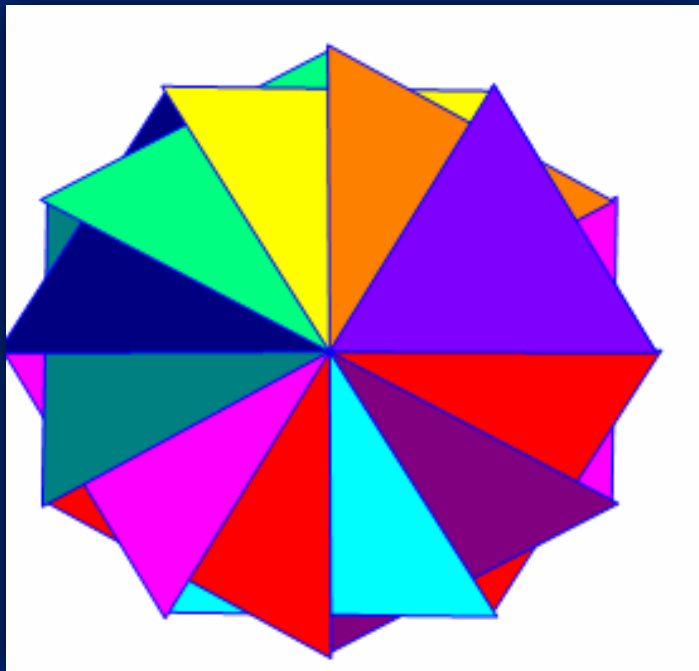


```
Stampa ("Frattale detto ""Triangolo di  
Sierpinsky""");  
ColorePenna (255, 255, 255); RifCart;  
ColorePenna (0, 0, 255);  
A=Punto (-10, -6); B=Punto (10, -6);  
C=Punto (0, 6); P=Punto (0, 0); xp=P.X; yp=P.Y;  
per (i da 1 a 2000) esegui;  
n=int(numero_a_caso(0, 3))+1;  
se (n=1) allora esegui;  
    xi=a.x; yi=a.y;  
fine;  
se (n=2) allora esegui;  
    xi=b.x; yi=b.y;  
fine;  
se (n=3) allora esegui;  
    xi=c.x; yi=c.y;  
fine;  
xp=(xi+xp)/2; yp=(yi+yp)/2;  
punto (xp, yp);  
fine;
```

Girandola

Enza Maringola Classe II A

Istituto Comprensivo Scuola Media Cirò (KR) Anno Scolastico 2004/05



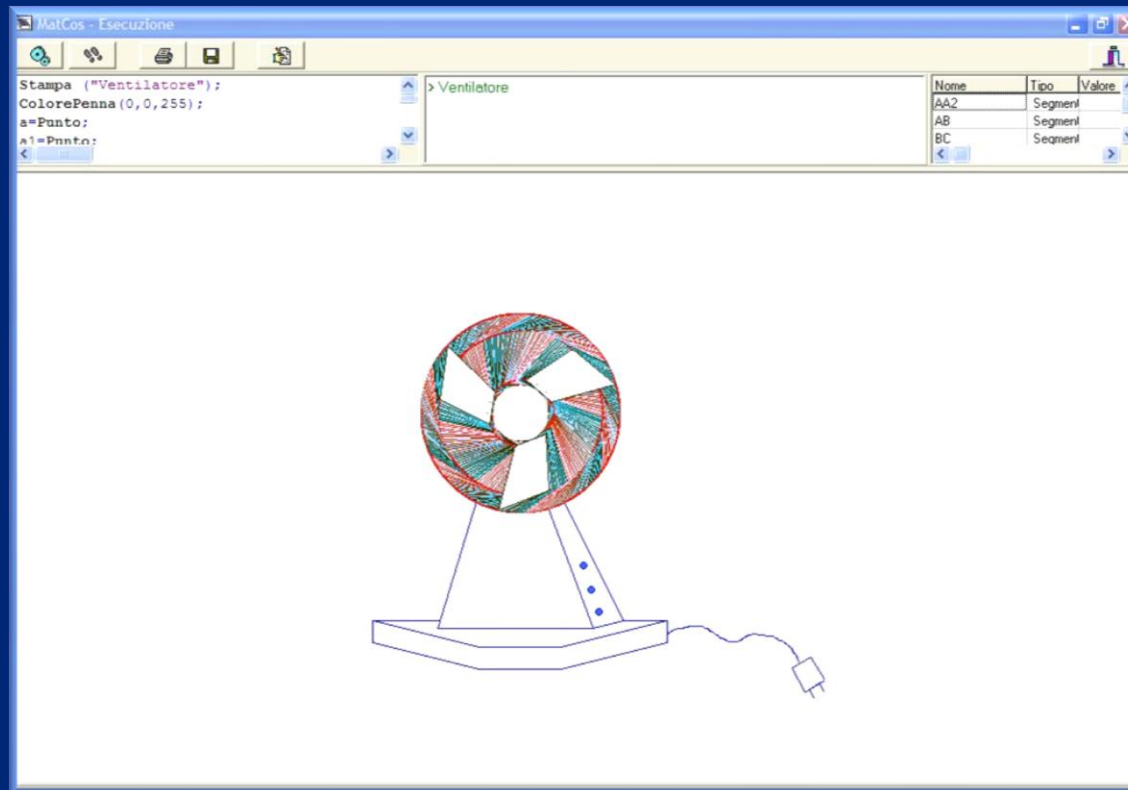
```
a= punto; b = punto; s = segmento (a,b); l = LeggiNum("200");  
c = Circ(a,l); c1 = circ (b,l); d = intersezione(c,c1);  
ColoreRiempimento(128,0,0);  
e = poligono (a,b,d); ColoreRiempimento(255,0,255);  
ruota(e,a,30,orario); ColoreRiempimento(255,0,0);  
ruota(e,a,60,orario); ColoreRiempimento(128,0,128);  
ruota(e,a,90,orario); ColoreRiempimento(0,255,255);  
ruota(e,a,120,orario); ColoreRiempimento(255,0,0);  
ruota(e,a,150,orario); ColoreRiempimento(255,0,255);  
ruota(e,a,180,orario); ColoreRiempimento(0,128,128);  
ruota(e,a,210,orario); ColoreRiempimento(0,0,128);  
ruota(e,a,240,orario); ColoreRiempimento(0,255,128);  
ruota(e,a,270,orario); ColoreRiempimento(255,255,0);  
ruota(e,a,300,orario); ColoreRiempimento(255,128,0);  
ruota(e,a,330,orario); ColoreRiempimento(128,0,255);  
ruota(e,a,360,orario); ColoreRiempimento(255,0,128);  
Cancella(c,c1,D,A,B);
```



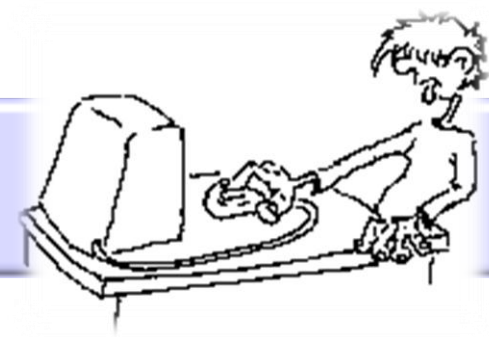
Andrea Ricci classe III A
Istituto comprensivo di Novoli (LE)
Anno Scolastico 2005/06



Alunni della classe III E
Istituto Comprensivo "B. Telesio" Spezzano Sila (CS)
Plesso di Spezzano Piccolo - A. S. 2008/09



Conclusioni



Un ambiente di programmazione adeguato, schiude nuove modalità di apprendimento, sviluppa l'individualità degli studenti ed abitua alla formalizzazione.

Riprodurre e descrivere un oggetto reale significa mettere in atto un processo di razionalizzazione ed astrazione e quindi di matematizzazione: in sostanza si vede la Matematica sotto "altra luce".



Il calcolatore, unitamente ad un ambiente di programmazione, costituisce un'enorme potenziale da sfruttare per l'apprendimento e l'uso della matematica nell'attuale momento storico-sociale.

Il voler volutamente ignorare questa opportunità ci sembra fuori del comune buon senso, oltre che voler ignorare le recenti conquiste scientifico-tecnologiche dell'umanità.



XXIX Convegno UMI – CIIM
dedicato alla memoria di Giovanni Prodi

Cetraro (CS), 21-22 ottobre 2010

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA
Dipartimento di MATEMATICA

Grazie



Francesco A. Costabile, Annarosa Serpe

Dipartimento di Matematica, Università della Calabria

costabil@unical.it annarosa.serpe@unical.it