XXXI Convegno UMI-CIIM
FARE MATEMATICA NELLA SCUOLA DI TUTTI

Dedicato a Emma Castelnuovo

Salerno, 17,18,19, ottobre 2013

Aspetti rivoluzionari dell'insegnamento di Emma Castelnuovo
"Traduzioni digitali" con un DGS (dynamic geometry software) del materiale didattico di Emma e possibili sviluppi nel secondo ciclo di istruzione e nell'università

Mario Barra Univ. Roma La Sapienza

In poco tempo e in prima approssimazione si può caratterizzare l'insegnamento di Emma Castelnuovo [EC] nel passaggio da una **minore** a una **maggiore** presenza di:

• **insegnamento deduttivo**	**insegnamento induttivo**
• **impostazione assiomatica**	**impostazione "naturale"**
• **"ambiente" astratto**	**"ambiente" concreto**
• **insegnamento statico**	**insegnamento dinamico**
• **insegnamento descrittivo**	**insegnamento costruttivo**
• **routine**	**ragionamento**
• **ripetizione**	**partecipazione, scoperta**
• **"più" Aritmetica e Algebra**	**"più" Geometria**
• **molti calcoli**	**pochi calcoli**
• **parole**	**disegni, materiale [nessuno come EC]**
• **"bruttezza" e mancanza di colore**	**bellezza e colore**
• **argomenti noiosi**	**argomenti interessanti**
• **argomenti poco collegati**	**collegamento fra gli argomenti**
• **finalità poco chiare**	**applicazioni importanti**
• **calcolo infinitesimale**	**ragionamento infinitesimale**
• ***perfezione che è illusoria***	***approssimazione, che è realtà***[1]
• **freddezza**	**affetto, seduzione, empatia**

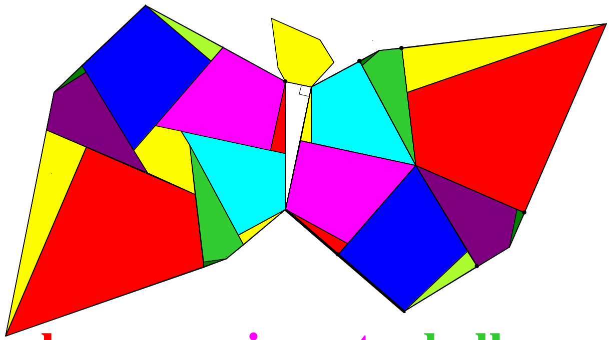
Riassumendo:

- **La "tradizione" parte dalla matematica e cerca di insegnarla bene allo studente.**

- **Emma parte dallo studente e cerca di capire quale matematica può essergli più utile attraverso un insegnamento efficace, efficiente, convincente e rispettoso delle esigenze sue e della società.**

Studenti di Emma. Ad es.: Paolo Mieli, Nanni Moretti, Walter Veltroni, Enrico Arbarello, Massimo Campanino, Ignazio Visco (Governatore della Banca d'Italia), …

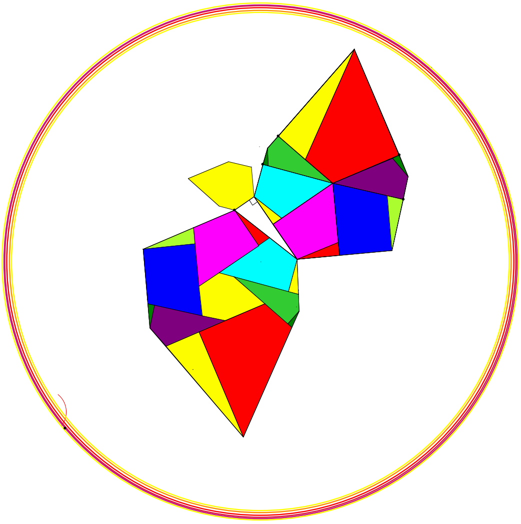
come io vedo
EMMA



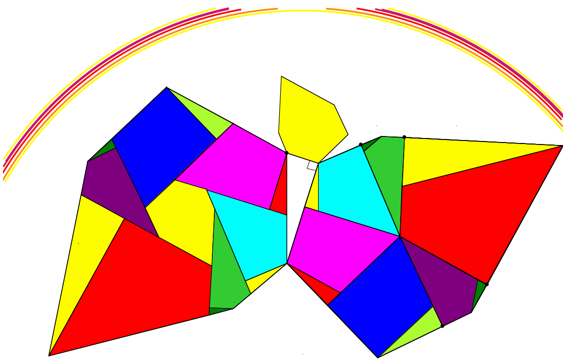
colore, movimento, bellezza, leggerezza,"adattabilità", gioco,... e matematica

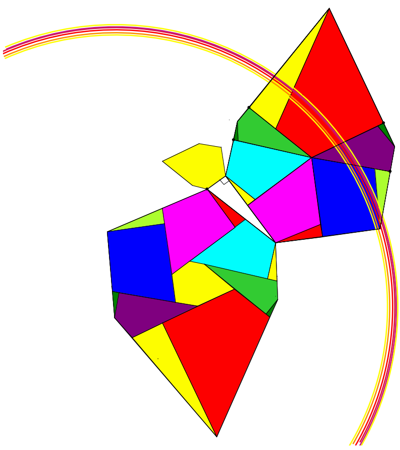
Con i colori della pace

1) ci sono i colori della pace
2) la farfalla è leggera



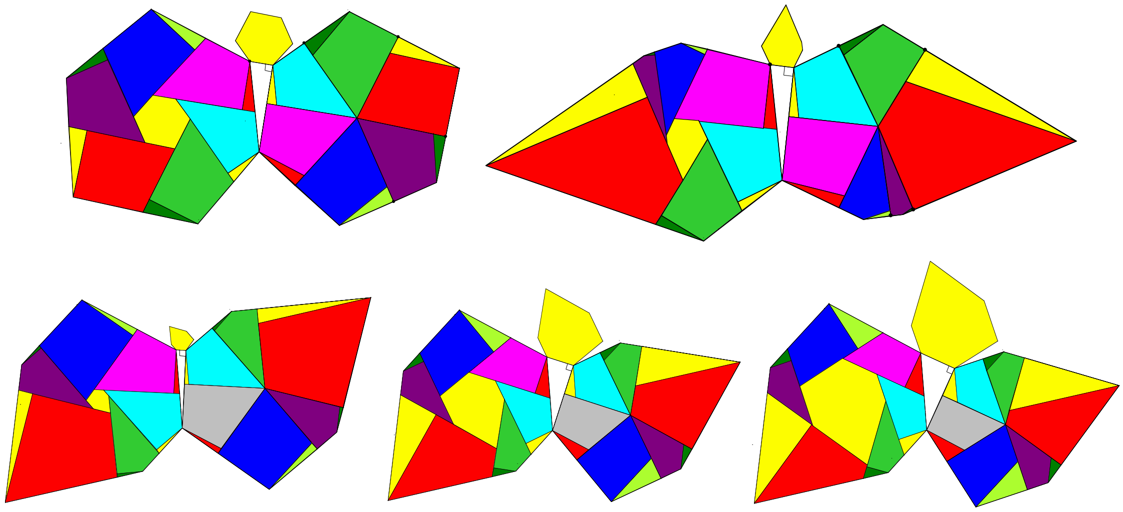
3) può ruotare





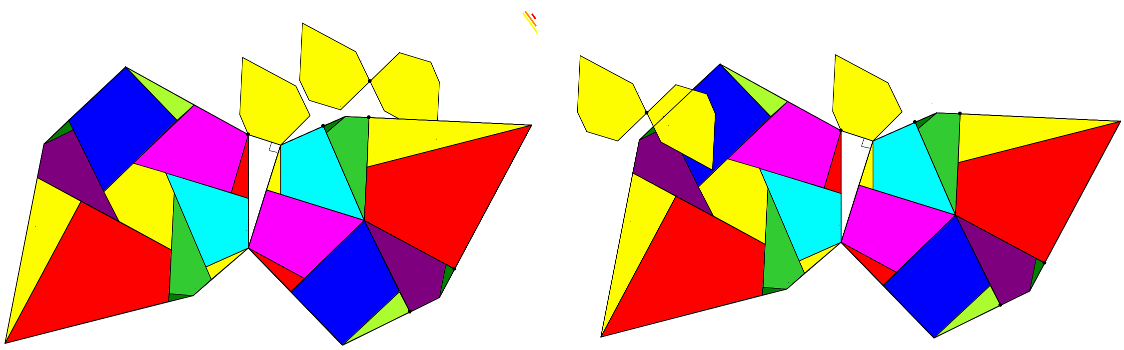
4) diventare più grande **5) spostarsi**

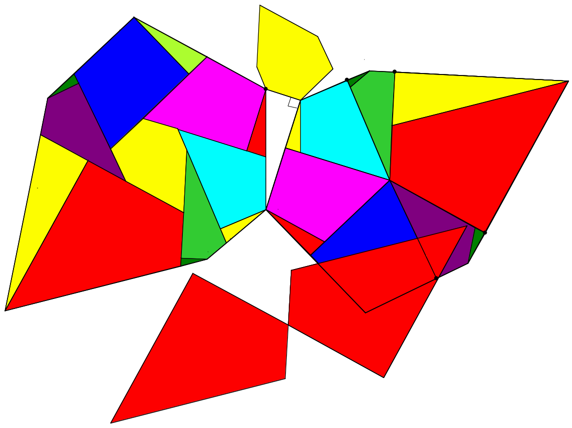
6) modificarsi con continuità
in un poligono qualsiasi circoscritto ad un cerchio



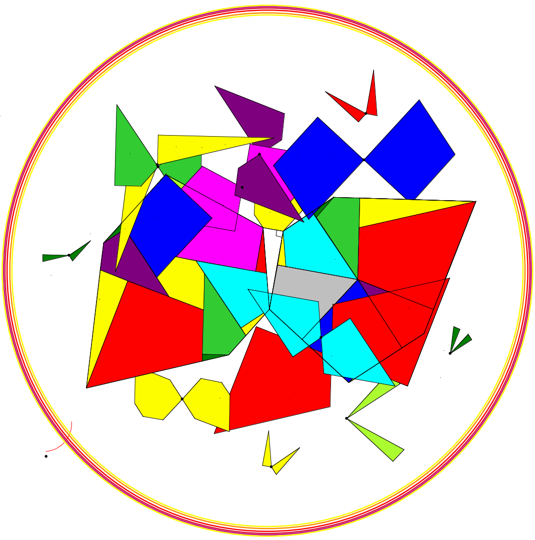
7) la farfalla mostra un teorema di Pitagora
abbastanza generale

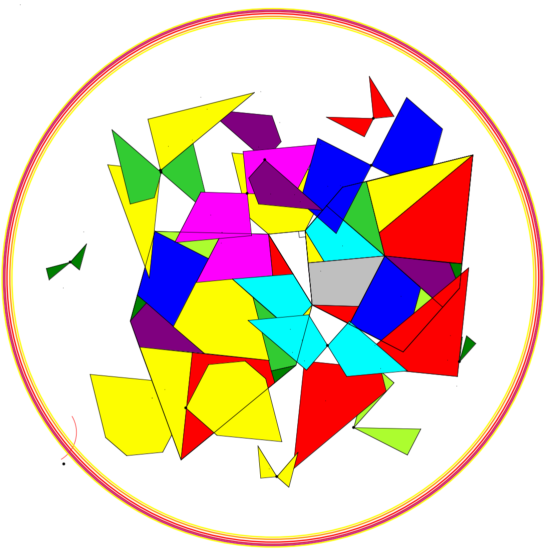
8) la farfalla è un puzzle





9) Emma è festeggiata dai suoi allievi

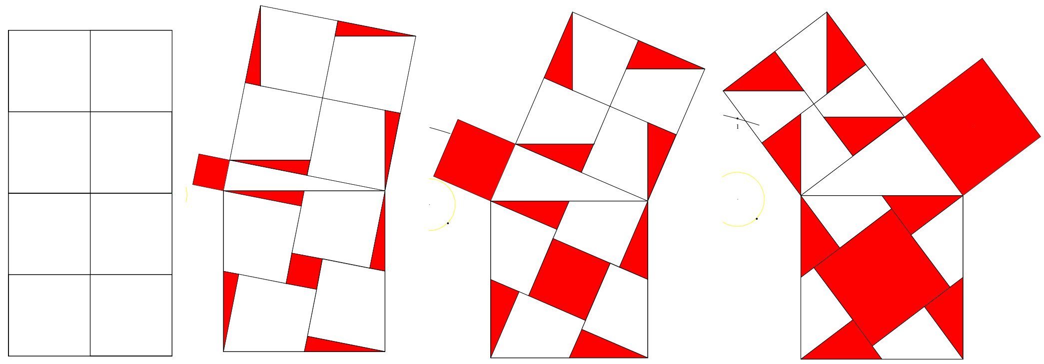




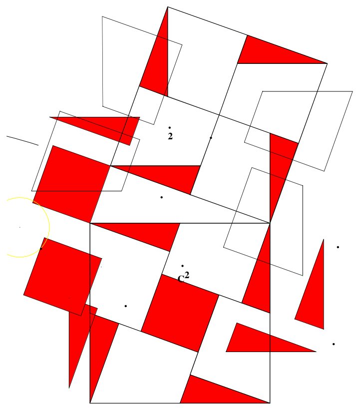
Gli allievi di Emma sanno che:

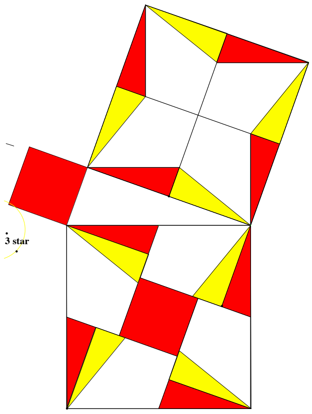
Le regole del diritto internazionale
e i valori della pace
stanno alla base della libertà.
La libertà è fondata sull'incontro, la collaborazione
e il rispetto della storia e delle culture differenti.
Nella cultura del mondo,
sia come storia, sia come linguaggio,
sia come contenuti, assolutamente comuni,
non c'è niente di più internazionale
e di più democratico della
matematica.
La matematica
può sviluppare le capacità degli studenti
e rispondere alle esigenze della società
nel migliore dei modi

Gli studenti di Emma cominciano dai casi più semplici ed apprezzano esteticamente la simmetria

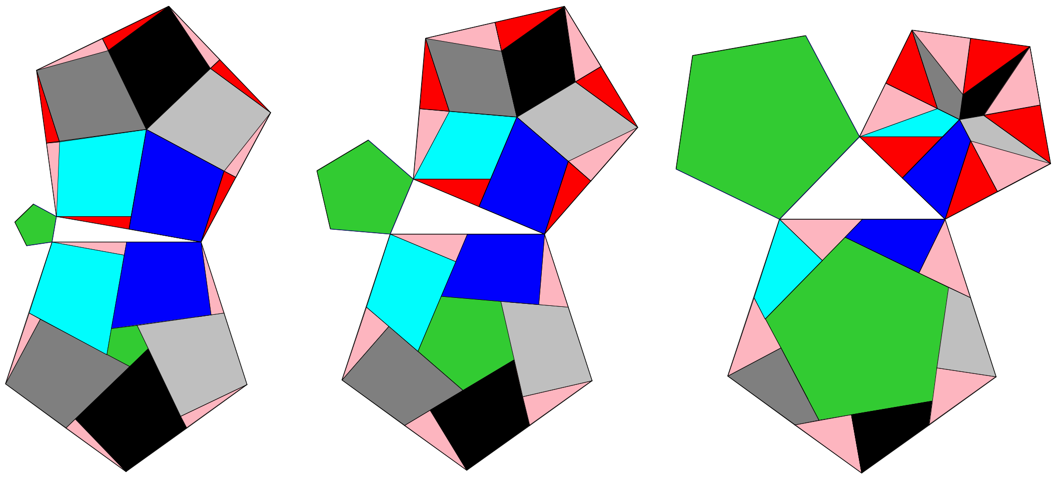


un semplice puzzle: i pezzi si possono spostare con continuità

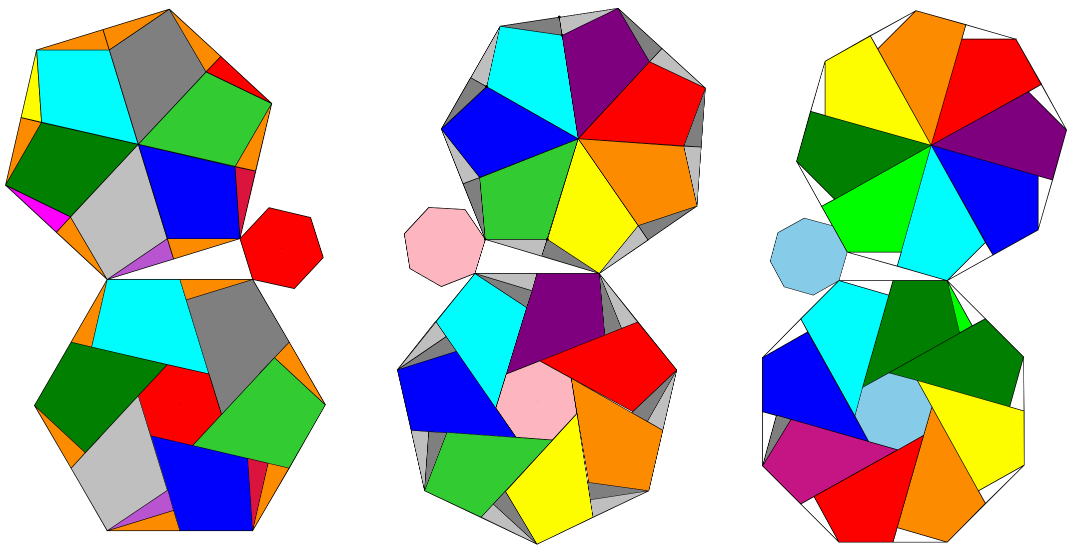




Con la simmetria

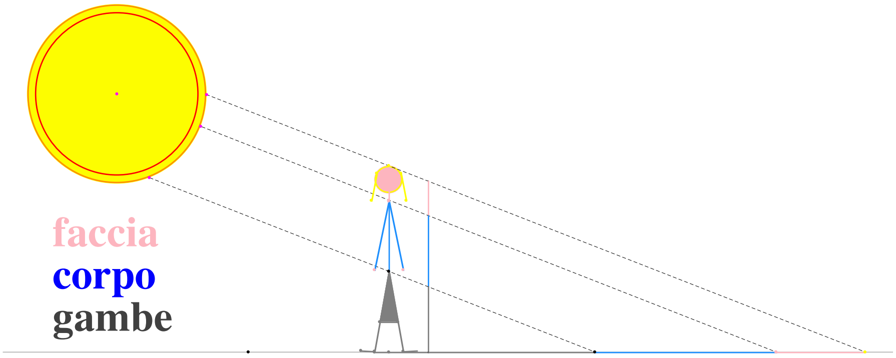


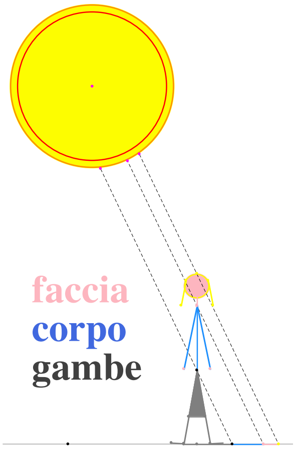
4, 5, 6, 7, 8



“Partire dalle esigenze degli studenti anche nella comunicazione” (Emma)

Una ragazza sotto il sole.
Chi è suo padre?



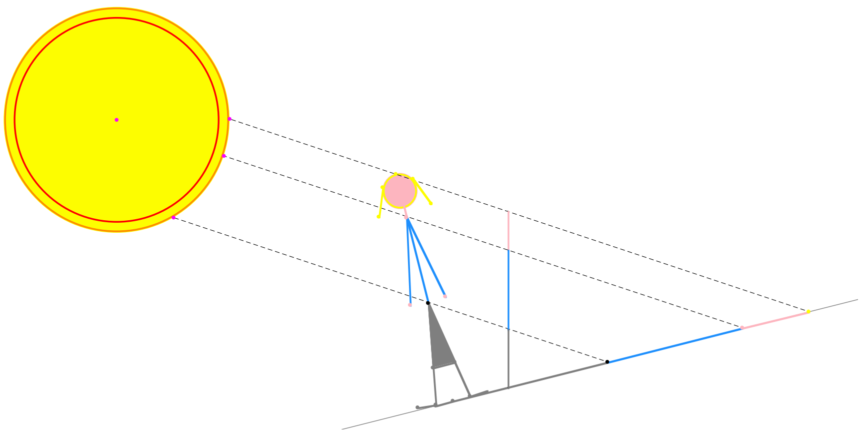


~~AB : BC=A'B':B'C' IxIV = IIxIII~~
~~AB sta a BC come ...~~
~~Le proprietà delle proporzioni sono 5:~~
~~fondamentale, permutare, invertire,~~
~~comporre e scomporre~~
~~... AB:A'B'=BC : B'C'~~

suo padre è Talete

- **Se la lunghezza della testa è metà di quella del corpo, anche nell’ombra il segmento rosa è la metà di quello blu …**

- **Se la lunghezza della testa raddopia nell’ombra**
- **anche quella del corpo raddoppia nell’ombra …**

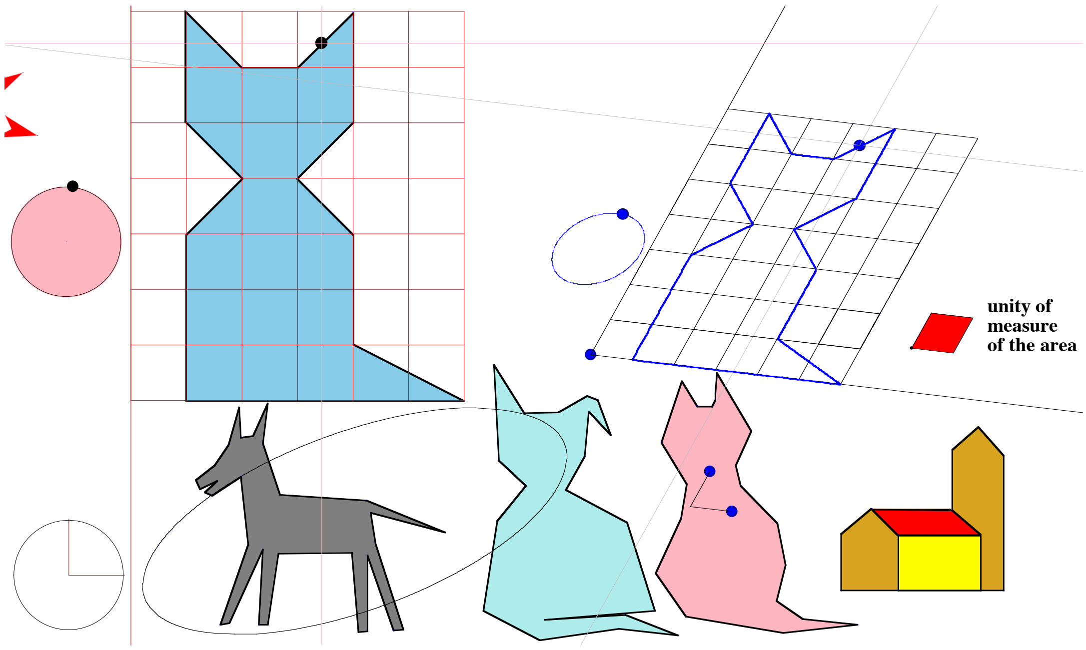


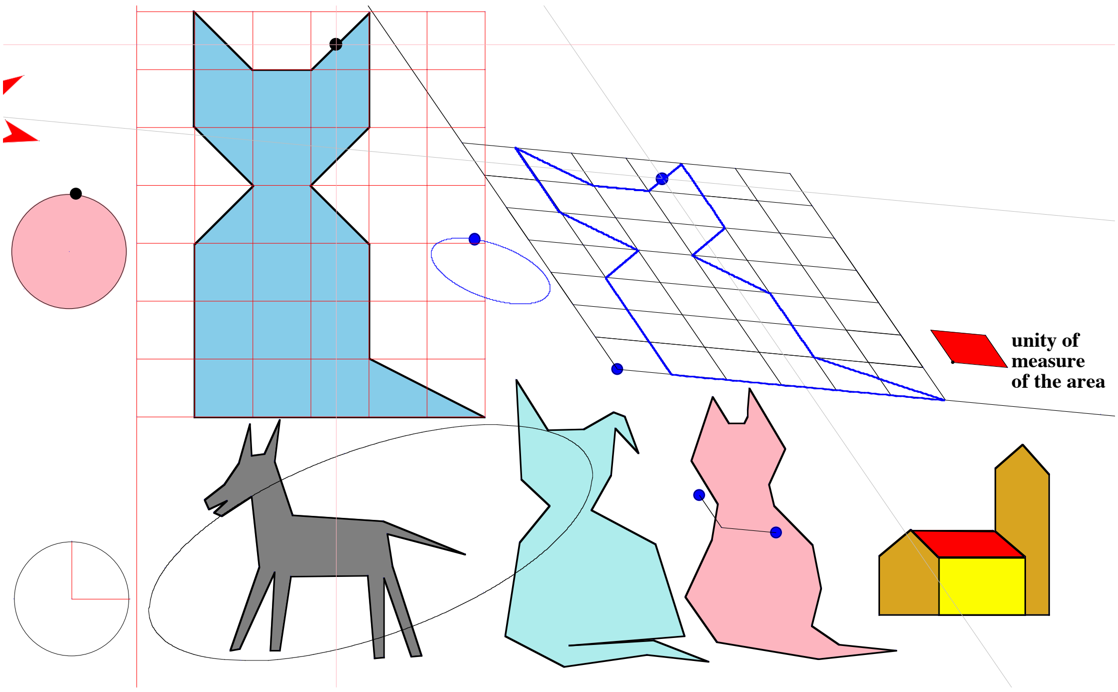
anche se il terreno è in salita …

“Comunque” occorre fare qualcosa perché
nell’università gli studenti del V anno del corso di matematica
non sanno come dividere un segmento
in 3 parti uguali usando un DGS (Cabri, GeoGebra, …)!

Torniamo alla matematica: l’ombra della ragazza
mostra una trasformazione affine sulla retta (TA1)

Ora, nel piano:





gli studenti possono scoprire gli invarianti di
una trasformazione affine (TA2)

invarianti di una (trasf. aff.) (TA2):

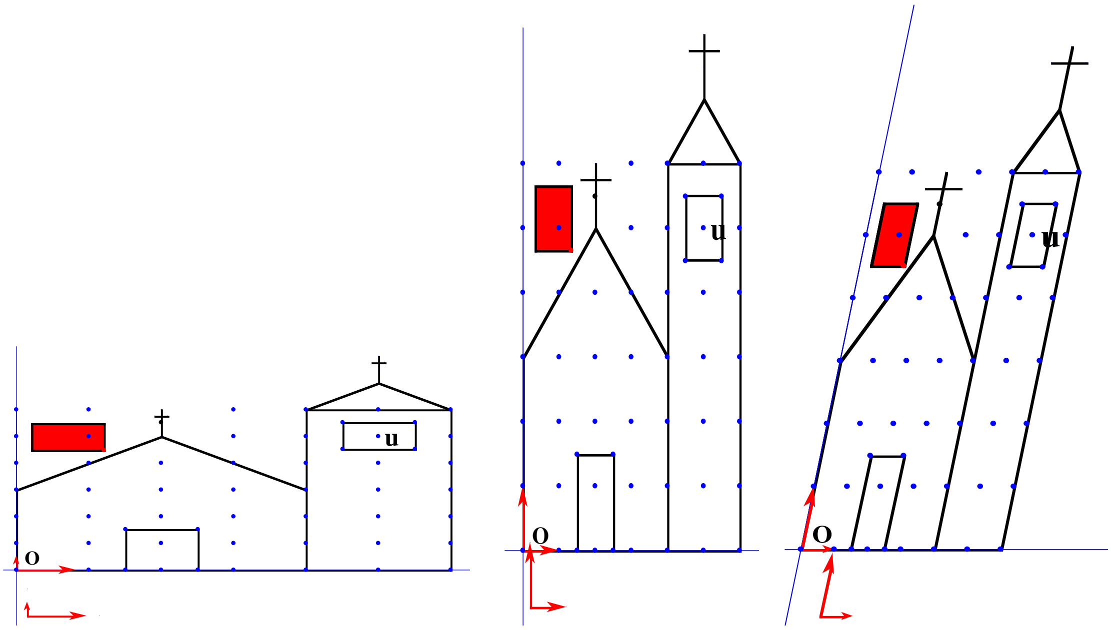
- parallelismo delle rette

- rapporto delle aree

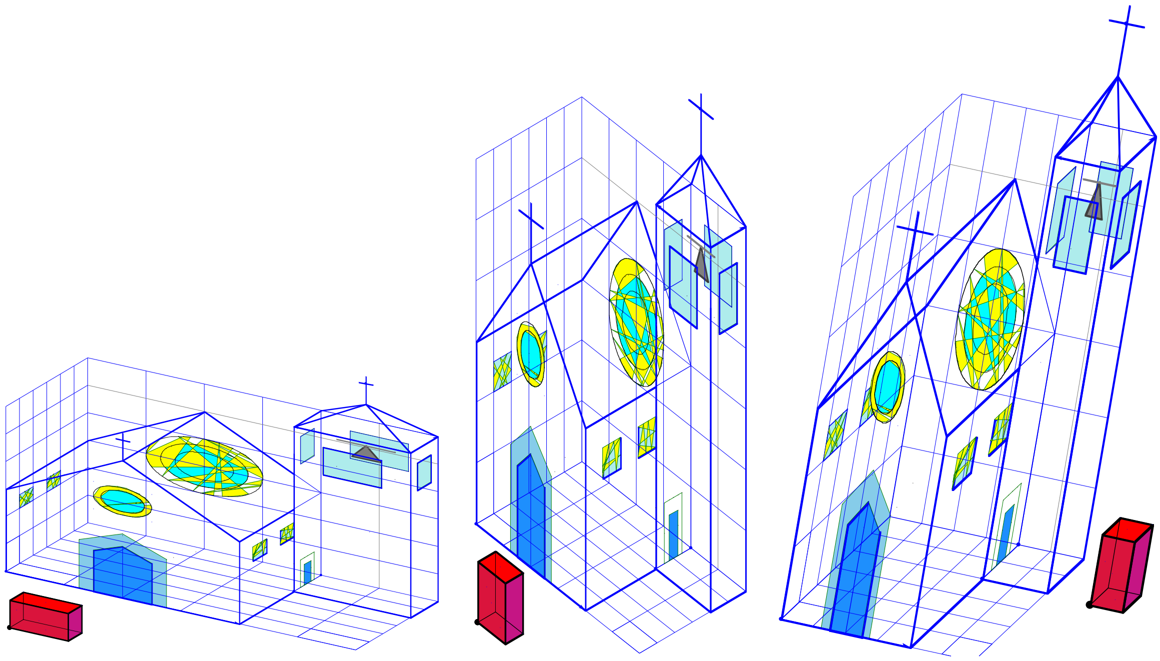
- un fattore fisso che modifica le aree e l'unità di misura

- rapporto delle lunghezze su una stessa retta (TA1) o su rette parallele

- ...



La chiesa romanica, la chiesa gotica, la chiesa di Pisa



invarianti di (trasf. aff.) (TA3):

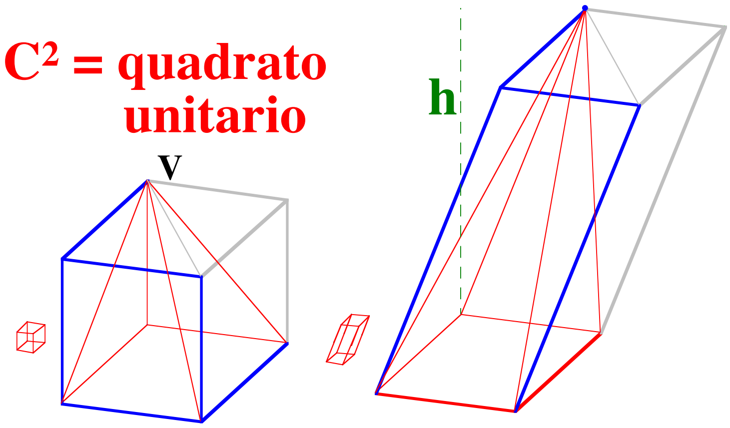
- parallelismo - rapporto delle aree sullo stesso piano (TA2) o su piani paralleli

- rapporto dei volumi - ...

Una applicazione importante, dimenticando Euclide

For a more systematic development of areas that immediately carries over to volumes in three or more dimensions, it is desirable to give a direct definition that is not tied to the idea of integration of functions of one variable and corresponds more closely to the intuitive notion of the area of a region as the 'number of square units' contained in the region.
Courant R., Fritz J., *Introduction to Calculus and Analysis, Vol. II*, Springer, p. 368 - 374.

Volume di un solido con una "punta" (piramide, cono, ...)



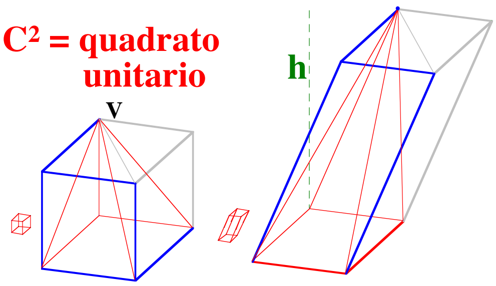
Vol. piramide = V = $C^2 \frac{h}{3}$

Volume solido a punta = area di base per altezza diviso tre

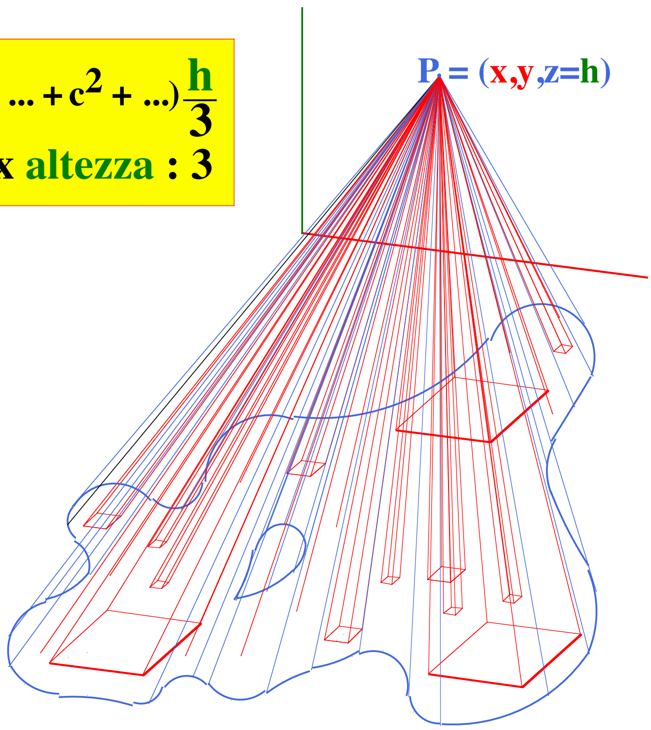
$$V = (C^2 + \ldots + C^2 + \ldots + c^2 + \ldots)\frac{h}{3}$$

= area di base x altezza : 3

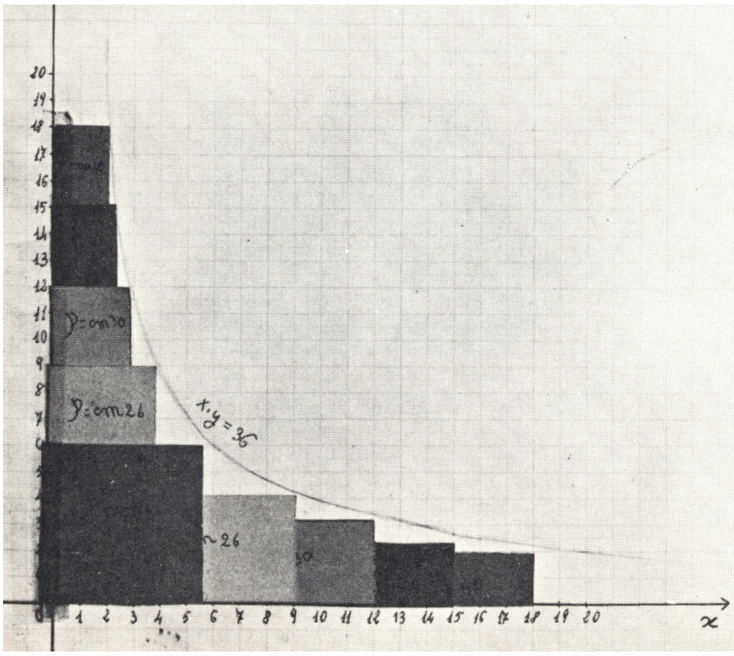
dimostrazioni:
semplici
facili da esprimere
visulizzabili
facili da memorizzare
riutilizzabili (es. affinità)
facili da genetalizzare
(in questo caso in dimensione qualsiasi)



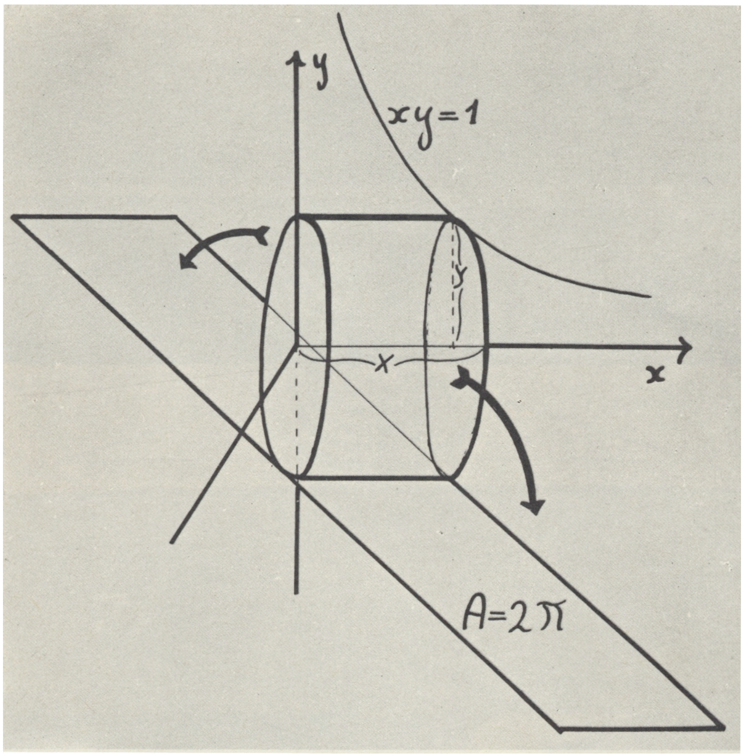
Vol. piramide = V = $C^2 \frac{h}{3}$



Materiale per apprendere

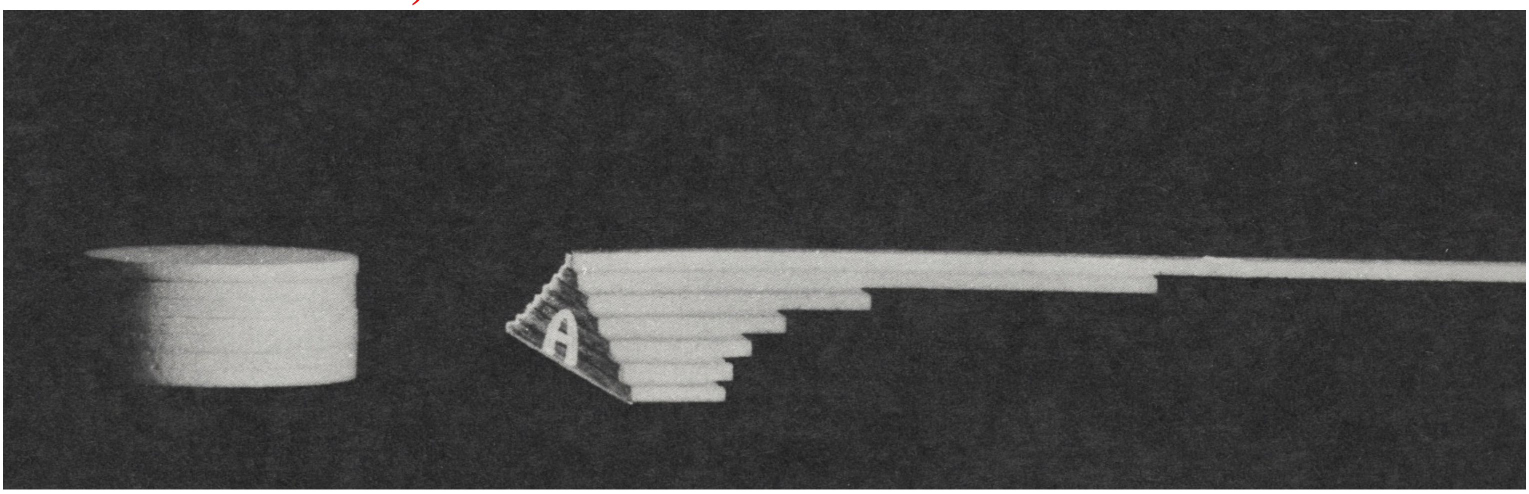


M1)

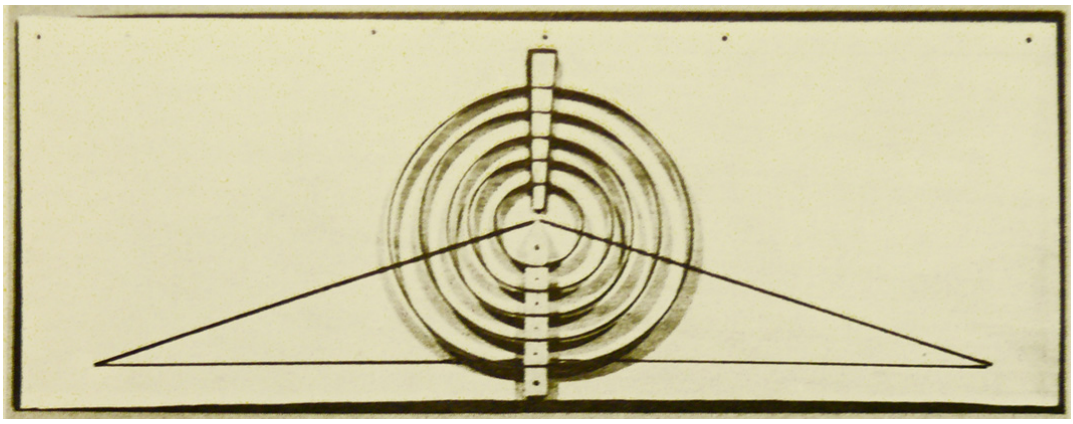


M1')

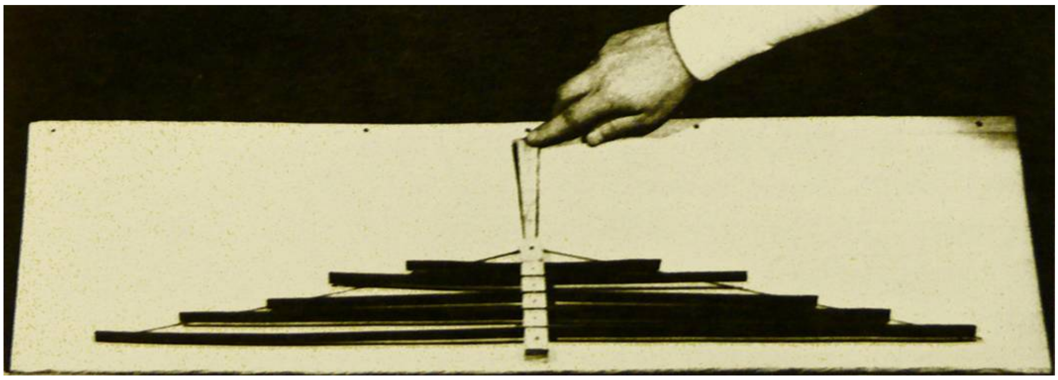
M1'')

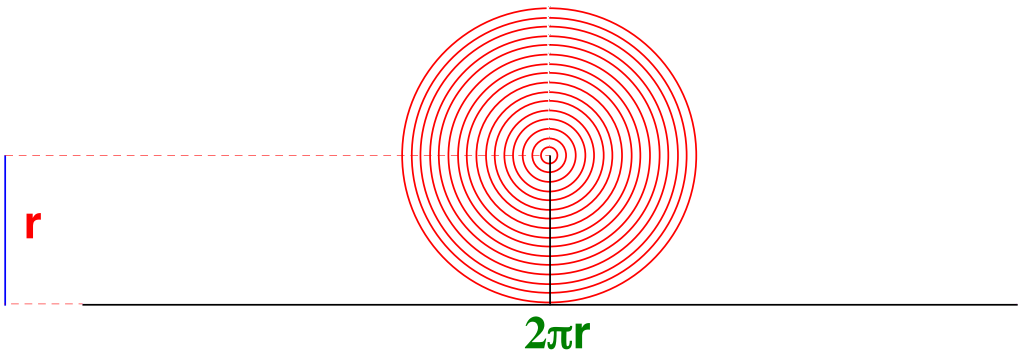


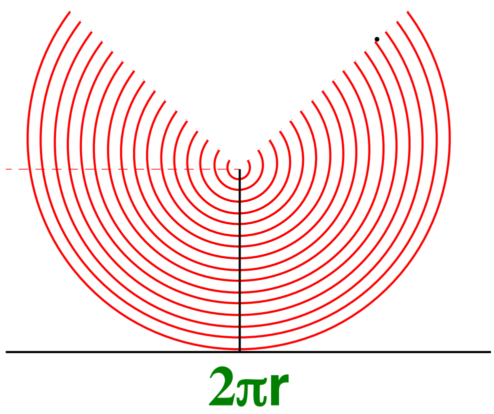
M(2)

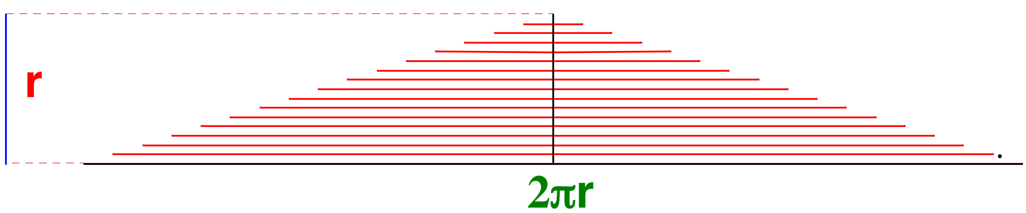


M2')

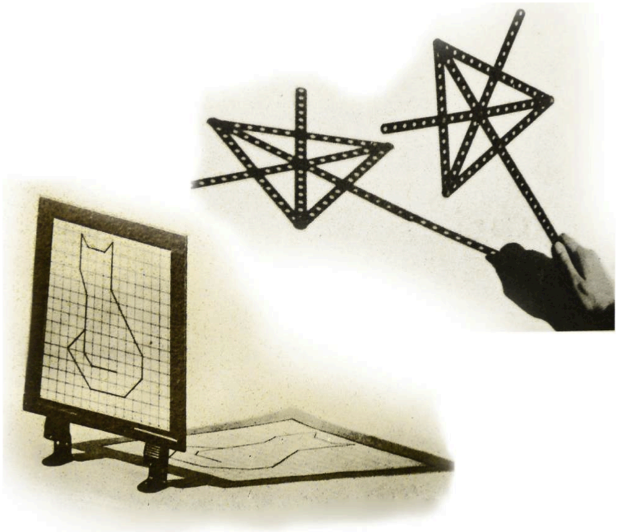






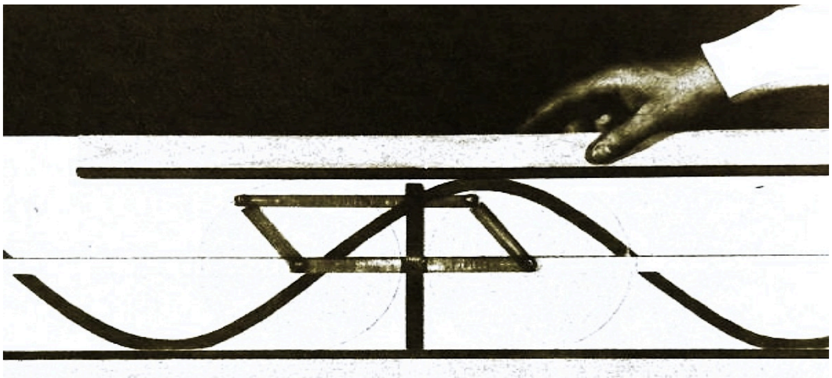


I punti fissi sono sul segmento nero

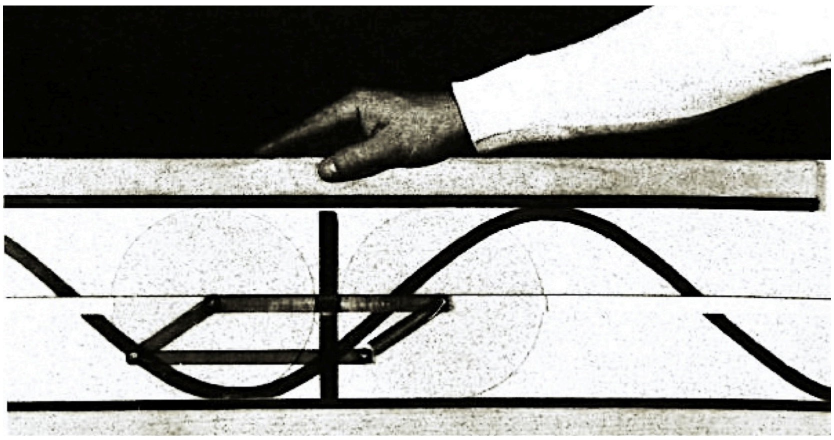


M3)

M4)



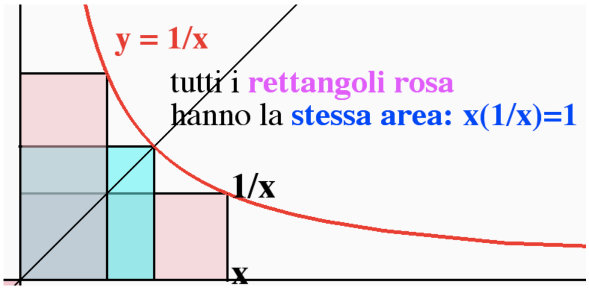
M4')

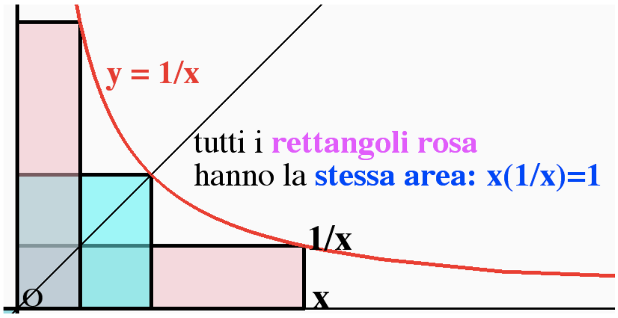


M4'')

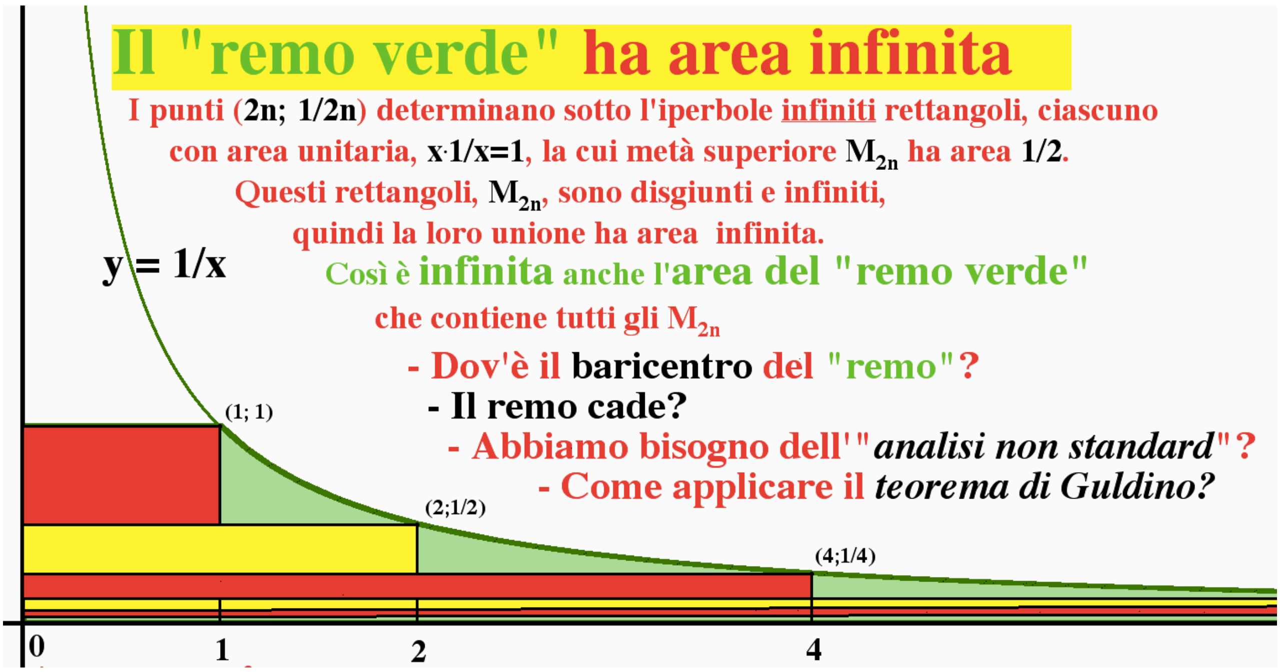
M1)

Il fascino dell'infinito,
conoscendo soltanto l'area del rettangolo

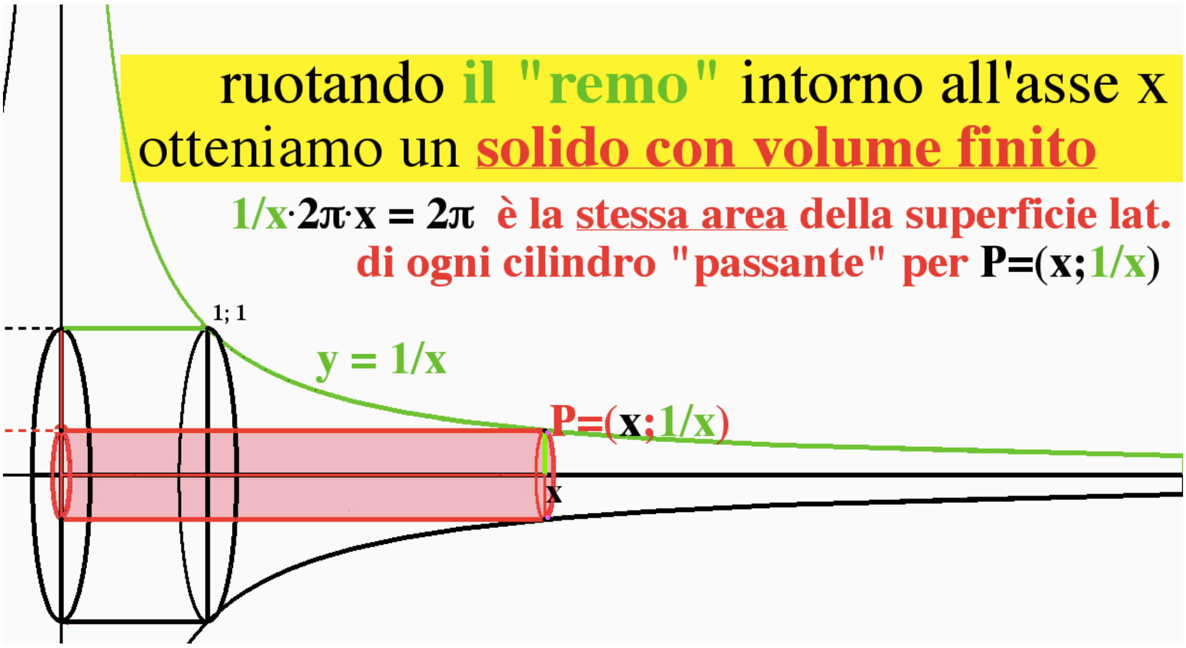


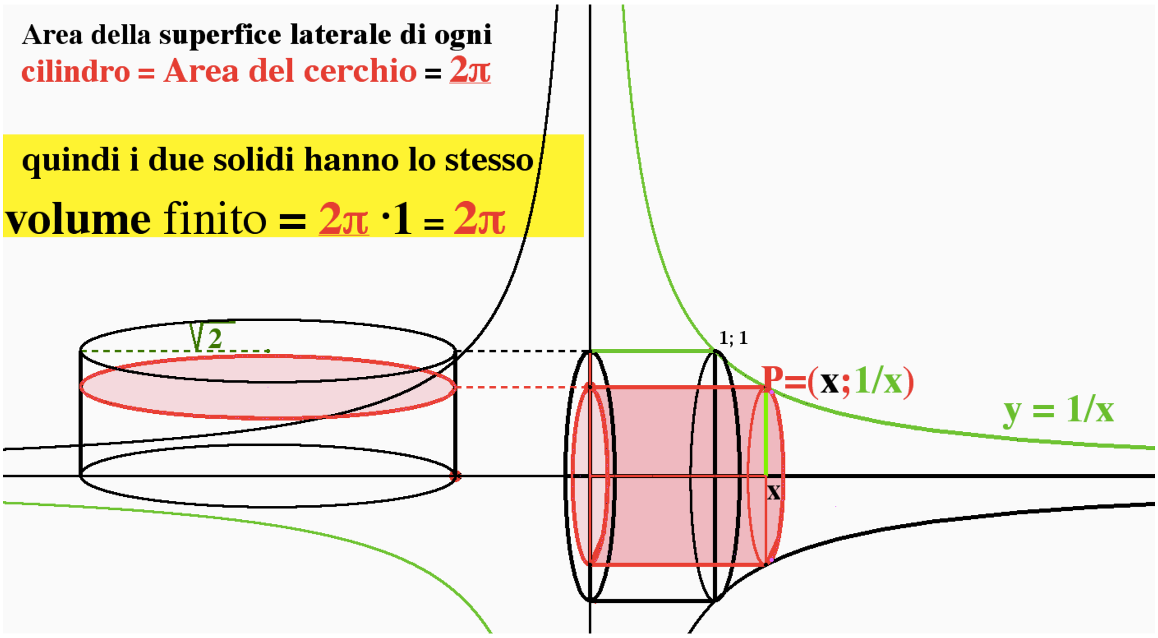


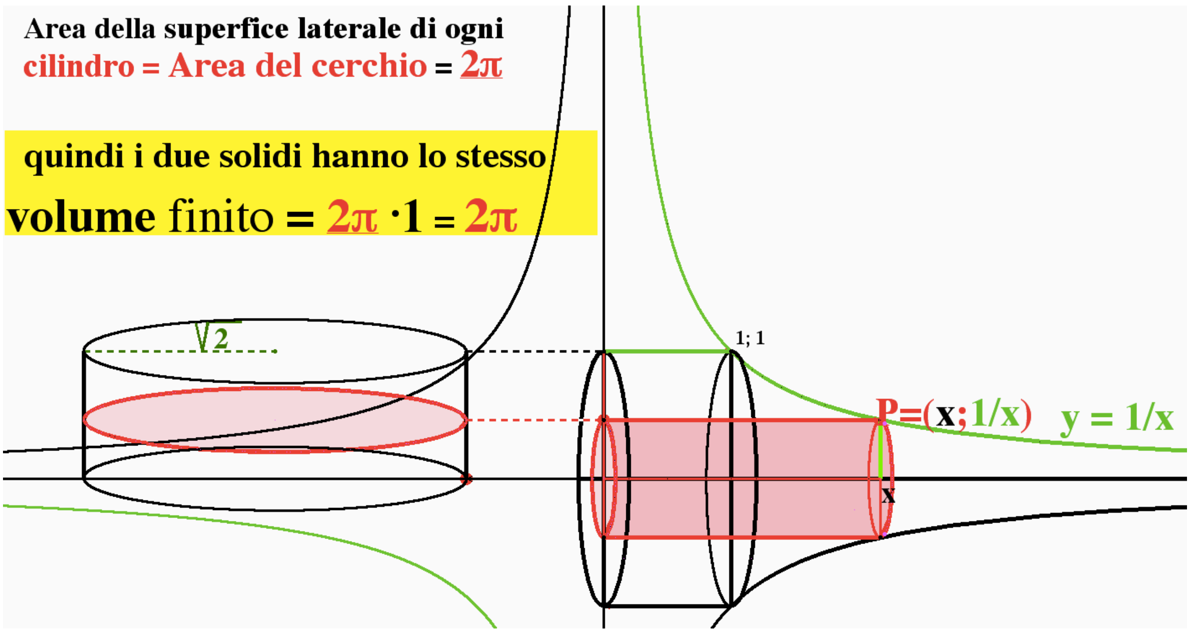
mettendo al suo posto il remo verde:



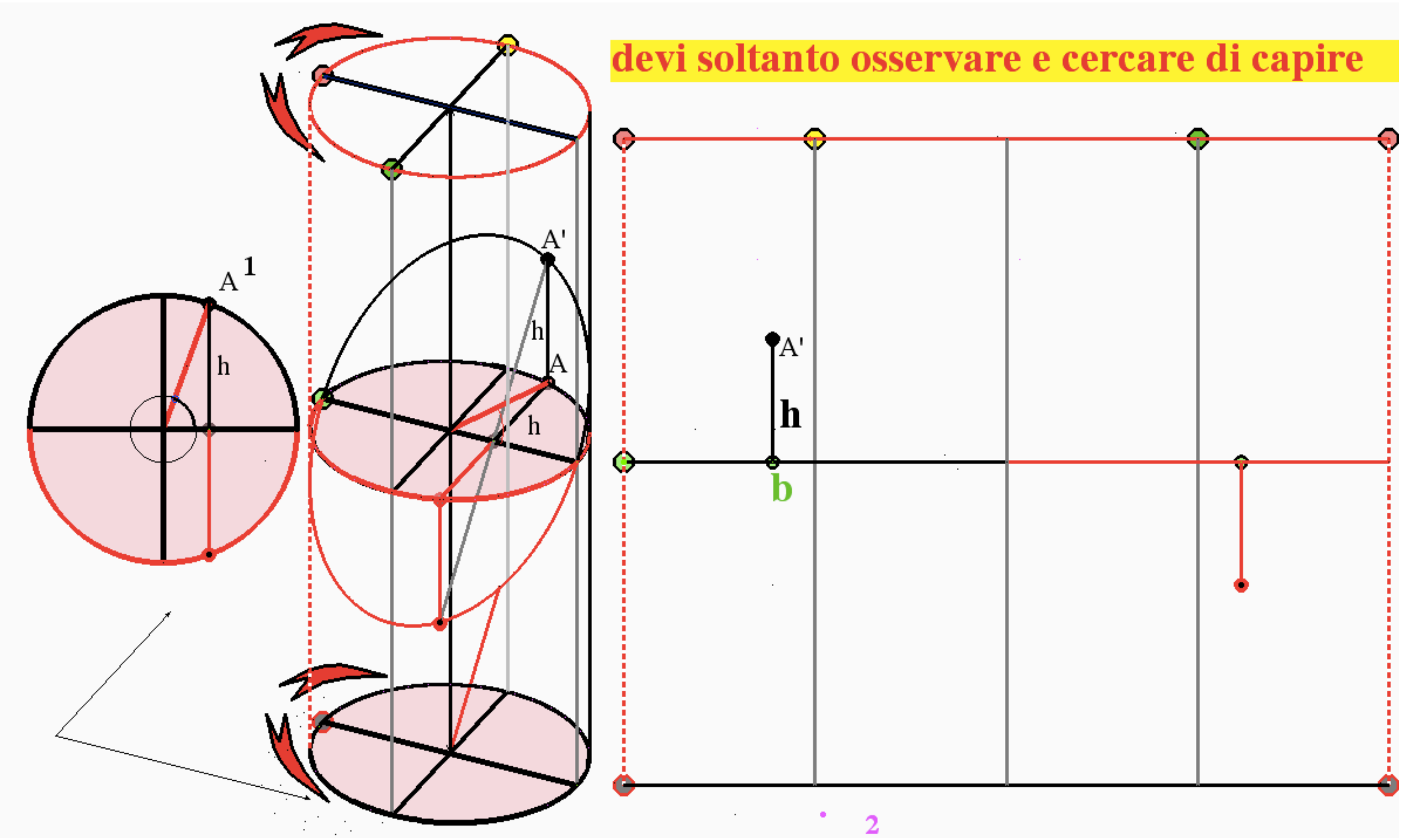
Ha ragione de Finetti quando parla di numeri grandi quanto si vuole, ma finiti?

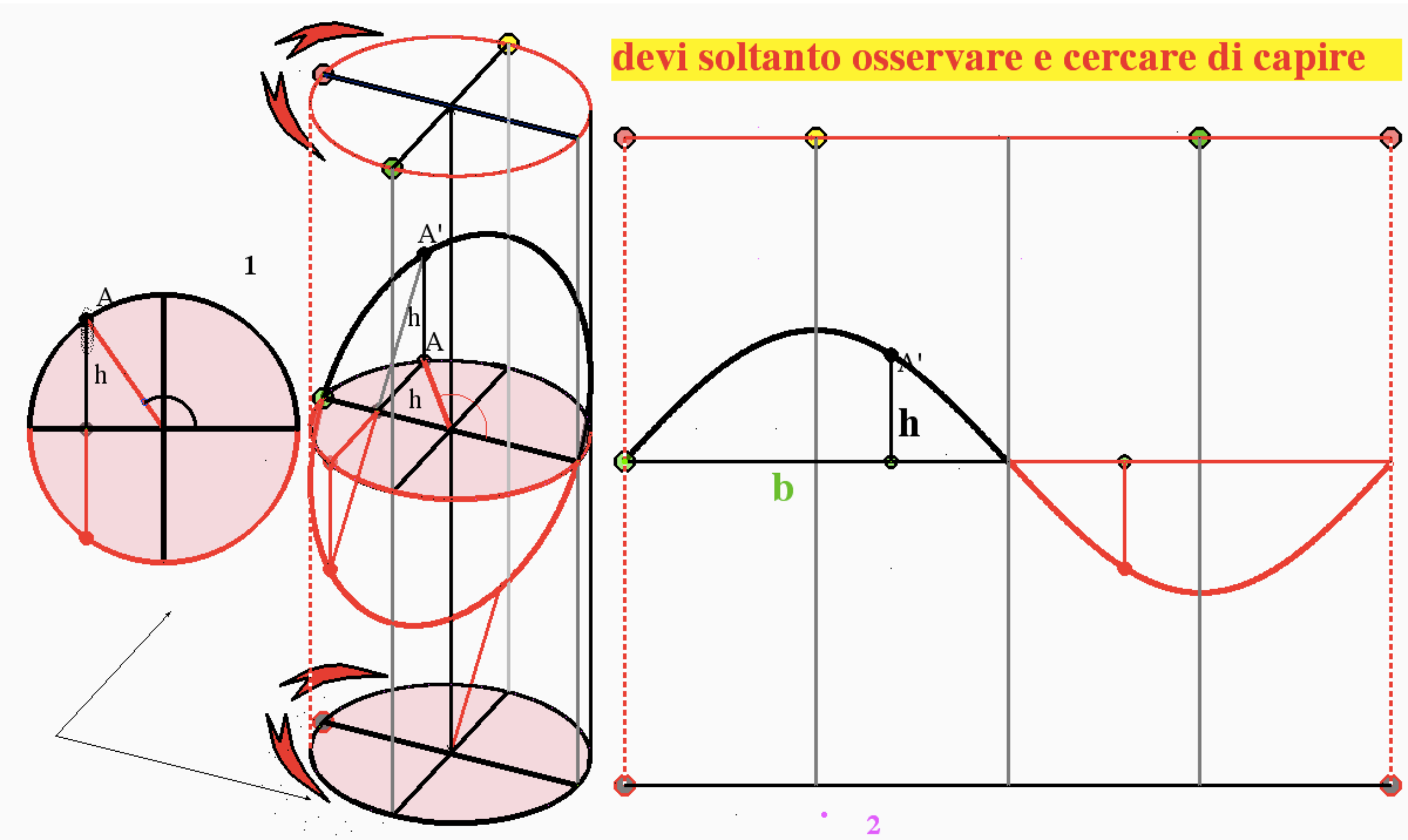

ruotando il "remo" intorno all'asse x
otteniamo un solido con volume finito
1/x·2π·x = 2π è la stessa area della superficie lat.
di ogni cilindro "passante" per P=(x;1/x)
1; 1
y = 1/x
P=(x;1/x)
x


Area della superfice laterale di ogni
cilindro = Area del cerchio = 2π
quindi i due solidi hanno lo stesso
volume finito = 2π ·1 = 2π
√2
1; 1
P=(x;1/x)
y = 1/x
x


Area della superfice laterale di ogni
cilindro = Area del cerchio = 2π
quindi i due solidi hanno lo stesso
volume finito = 2π ·1 = 2π
√2
1; 1
P=(x;1/x)
y = 1/x
x

M4)

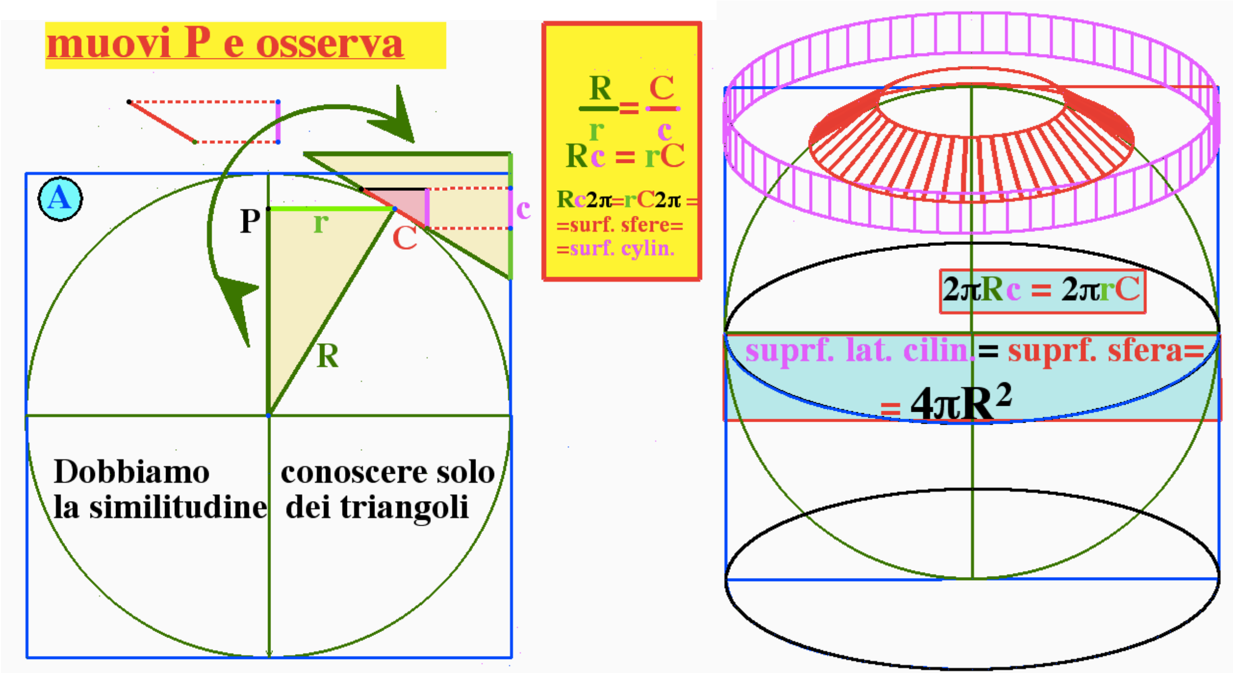


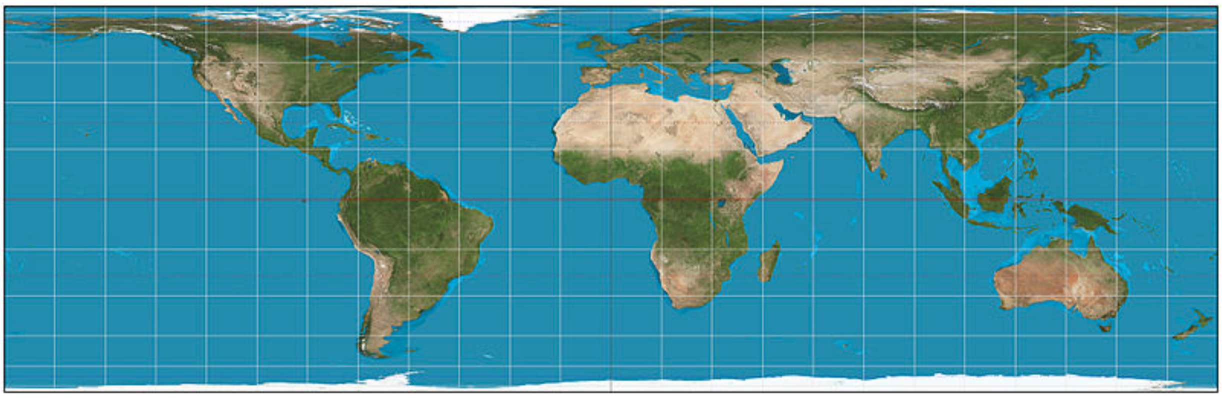


Con il movimento si può capire meglio

Geometria e proiezioni cartografiche

Gli studenti possono scoprire le proprietà cartografiche

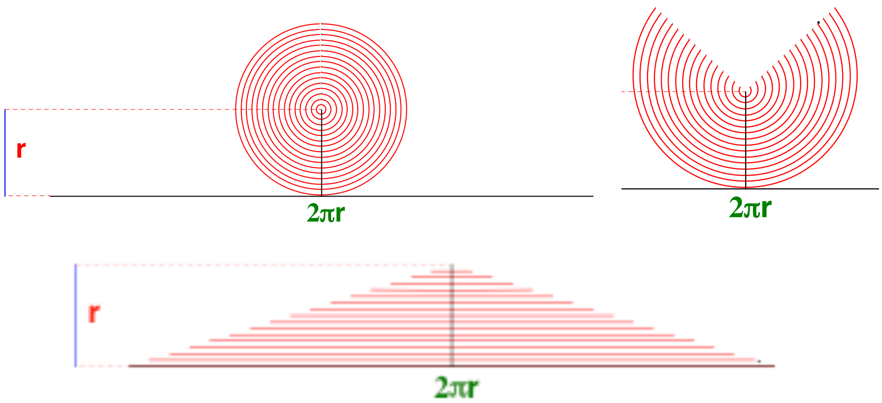




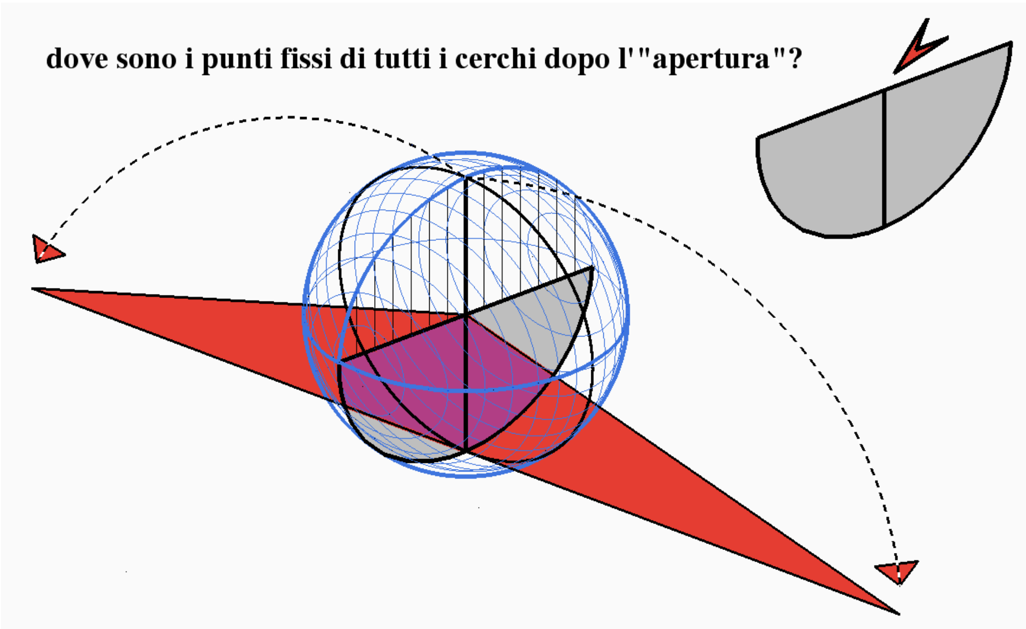
Proiezione cilindrica di Lambert

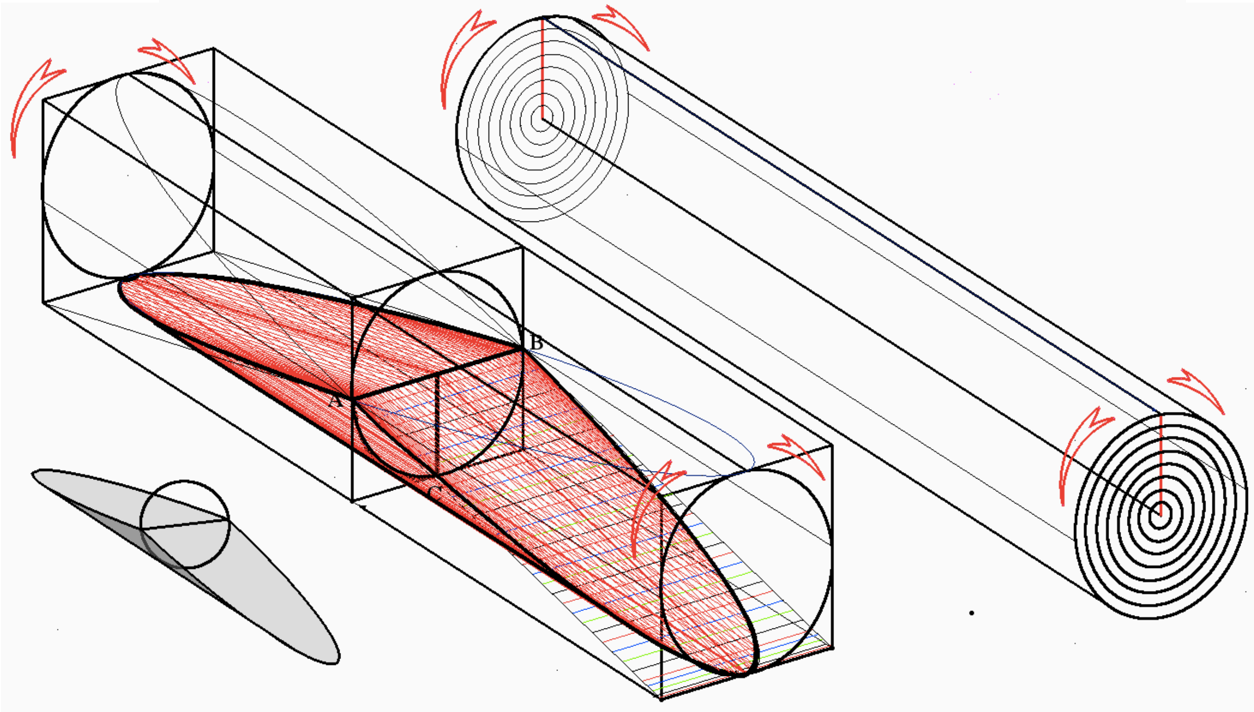
Si conservano i rapporti fra le aree (Equivalente)

M2)

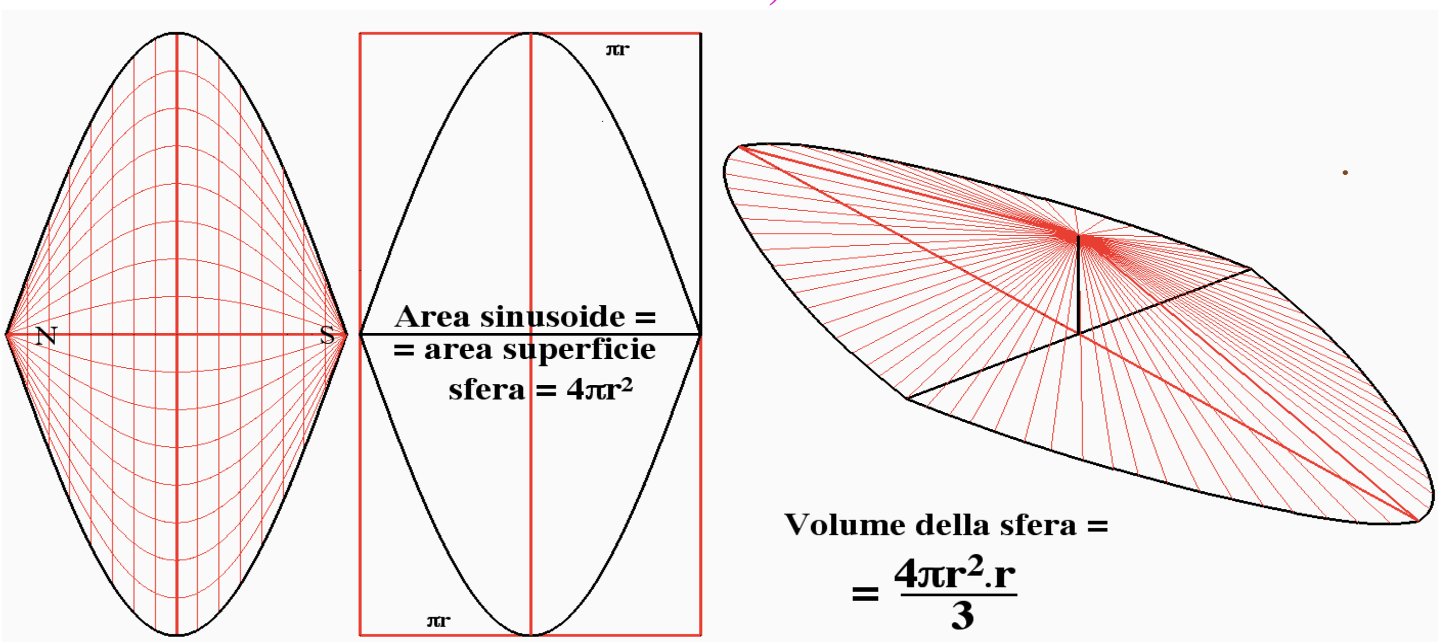


Se i punti fissi sono sul segmento nero



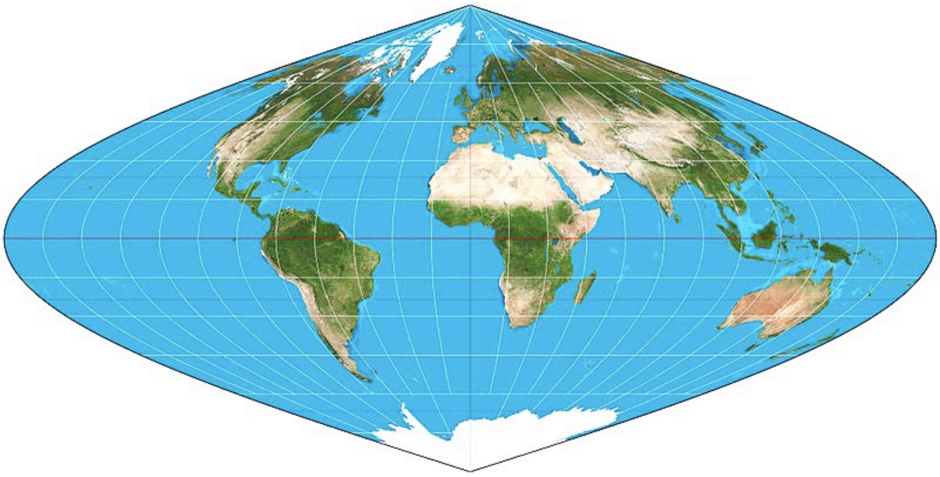


M4)

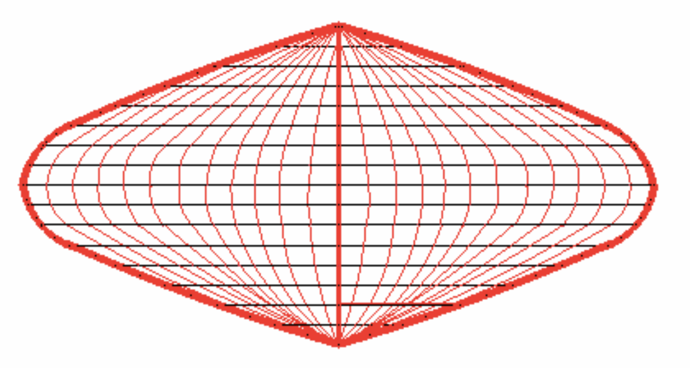


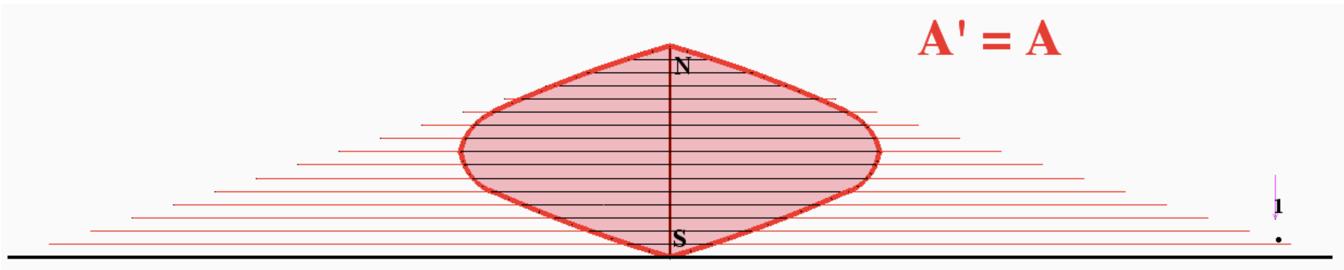
Proiezione cartografica sinusoidale

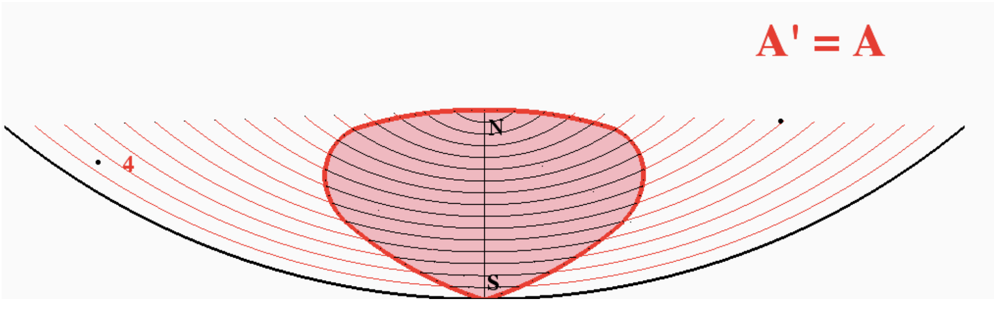
(Equivalente)

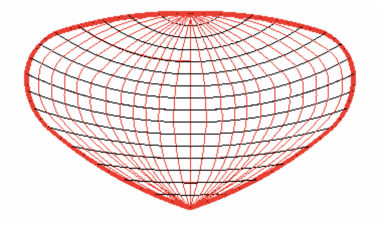


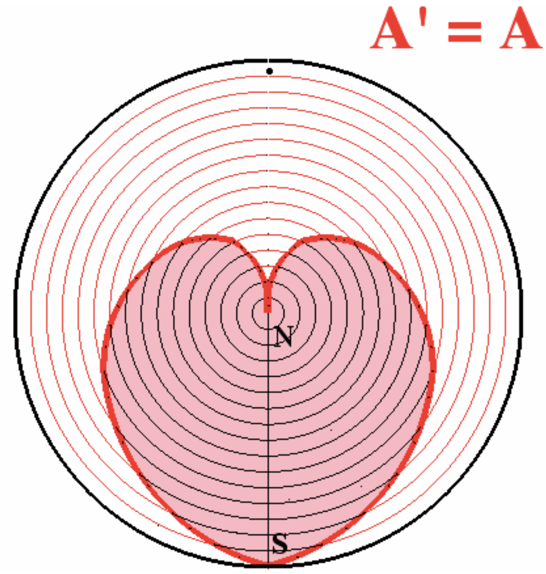
1) Si conservano i rapporti delle aree
I meridiani sono sinusoidi
I paralleli sono equispaziati
Si conservano le distanze lungo i paralleli

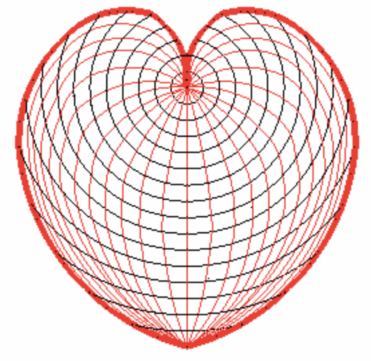




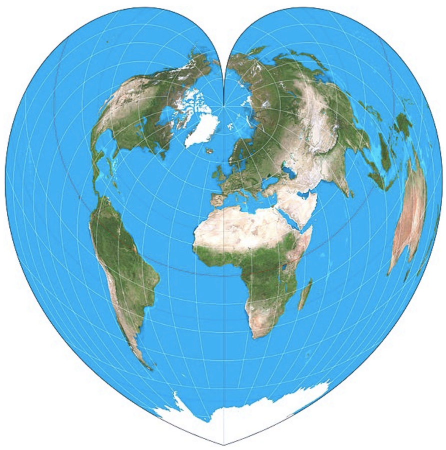








Proiezione Cordiforme di Werner
(Equivalente)

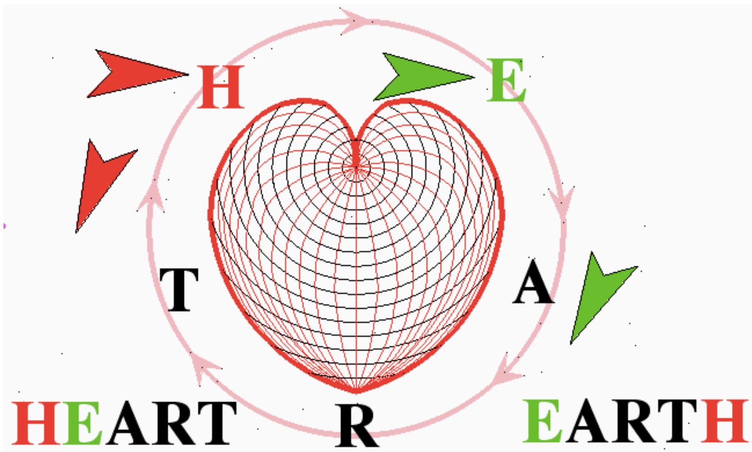


1) Si conservano i rapporti delle aree

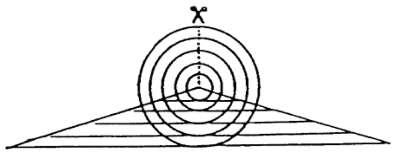
2)! Si conservano le distanze da un punto (es.: polo Nord)

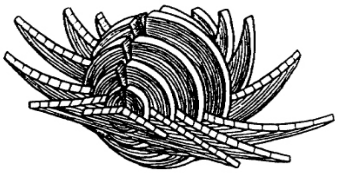
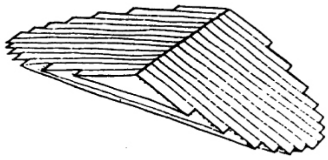
3) Si conservano le distanze “curve” lungo i paralleli

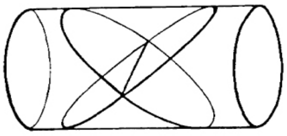
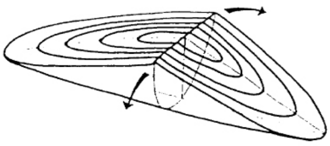
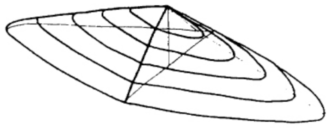
4) Si conservano le distanze fra i paralleli

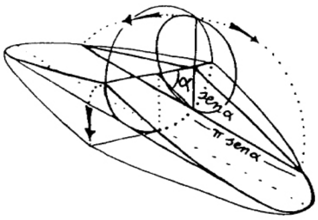


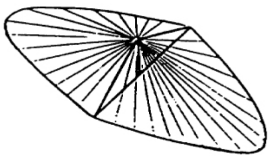
Riassumendo

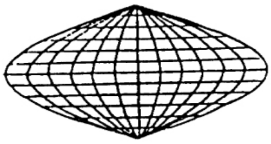
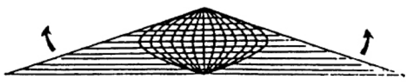
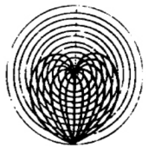







[91]

Sei un ecologista?
Speriamo che le farfalle possano vivere sempre.

(91) Hear the art

Mario Barra