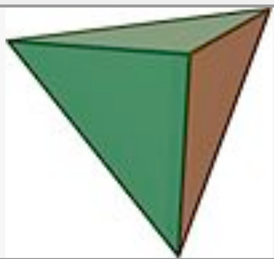
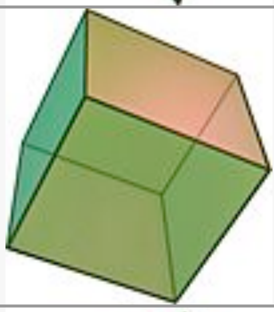
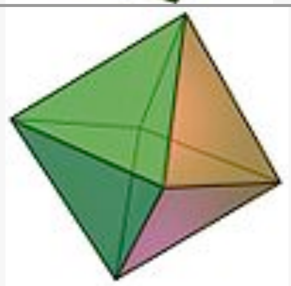
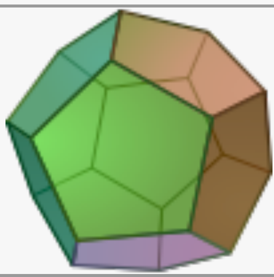
UMI-CIIM 2013 mario barra

Saper contare. *Problem solving*, ragionamento geometrico, induttivo e dinamico, seguendo gli insegnamenti di Emma Castelnuovo

Riempire gli spazi vuoti della seguente tabella con il numero richiesto

Nome	Immagine	$V =$ (n° vertici)	$S =$ (n° spigoli)	$F =$ (n° facce)	Caratteristica di Eulero: $V - S + F =$
Tetraedro					
Cubo					
Ottaedro					
Dodecaedro					
Icosaedro					

* Pensate a due solidi convessi (senza rientranze) con le stesse facce (= anche nel n°) ma diversi.
* La dimostrazione della formula (o caratteristica) di Eulero per i poliedri è stata data da Augustin-Louis Cauchy. Sull'argomento è stato scritto un libro molto interessante:

* **Lakatos I.**, 1979 (1976), *Dimostrazioni e confutazioni. La logica della scoperta scientifica*, Feltrinelli, Milano.

Ci sono stati vari tentativi di dimostrazione: Legendre, Cauchy, Lhuilier, Von Staudt, ecc. fino a Möbius, Listing, Jordan, ecc. che miravano a "stabilire" il teorema dandone *condizioni di validità* espresse non nel quadro topologico che oggi ci è familiare, ma con clausole atte a impedire la costruzione di controesempi (considerati spesso come "mostri" da eliminare: un atteggiamento nei riguardi delle "mostruosità" o "patologie" assai diffuso nell'Ottocento, che si ritrova soprattutto nell'analisi della seconda metà del secolo). L'emergere del carattere più propriamente topologico (piuttosto, poniamo, che metrico o proiettivo) con Cayley e Listing nel 1861 e quindi con Jordan nel 1866, le generalizzazioni di Schäfli e di Poincaré e infine l'inserzione da parte di quest'ultimo della congettura (caratteristica o formula) di Eulero nel quadro concettuale della topologia combinatoria sono, per Lakatos, certamente dei contributi di grande rilievo, ma non "verità ultime", in nome delle quali dimenticare quel che è accaduto prima. MB

* Noi dimostreremo senza fare calcoli e facendo riferimento soltanto al ragionamento dinamico, induttivo e alle immagini mentali che in dimensione **d** (**d** anche maggiore di 3) vale:

$$N_0 - N_1 + N_2 - N_3 + \ldots (-1)^d N_d = 1,$$

dove $\mathbf{N_j}$, (con **j** minore o uguale a **d**) è il numero di "oggetti" di dimensione **j** contenuti in un solido qualsiasi, ma "senza buchi ...", di dimensione **d**. Ad esempio in un cubo, dove ci sono **8** vertici, **12** spigoli, **6** facce e **1** solido, cioè $N_0 = \mathbf{8}$, $N_1 = \mathbf{12}$, $N_2 = \mathbf{6}$, $N_3 = \mathbf{1}$, vale: **8 - 12 + 6 - 1 = 1**, e in un segmento: **2 - 1 = 1**

*... *Emma Castelnuovo dimostra che il rendimento è migliore, per la maggior parte degli allievi, se si introduce una concezione dinamica dell'apprendimento e si dà all'attività degli allievi un posto più grande. Ciò non comporta alcuna perdita di tempo, né di rigore; al contrario. Se gli allievi sanno chiaramente di cosa si tratta, si esprimono in modo più soddisfacente per loro stessi e i loro professori.*

(firmato **CIEAEM** (commissione internazionale per il miglioramento dell'insegnamento della matematica (di cui Emma è stata Presidente))). **Emma Castelnuovo**, 1965, L'oggetto e l'azione nell'insegnamento della geometria intuitiva, in AA.VV. *Il materiale per l'insegnamento della matematica*, La Nuova Italia, Firenze, pp. 41-65 (versione italiana di: Castelnuovo E., 1958c) Tradotto da *Le materiel pour l'enseigement des mathématiques*, Delachaux & Niestlé, Paris, 1958. (tradotto dal francese, v. p. 7), p. X.

* *Uno dei più insidiosi pregiudizi del nostro secolo è quello che un concetto debba essere **definito** con precisione per aver senso, o che un ragionamento debba essere comunque presentato a rigor di logica matematica. ... Persino dal punto di vista del buon senso, l'ideale della precisione ci appare assurdo. I nostri ragionamenti quotidiani non sono affatto precisi, ma raggiungono il loro scopo.*
La natura stessa, dall'universo al gene, è approssimata e imprecisa.

Gian-Carlo Rota, 1999, *Lezioni napoletane*, Ed. La città del Sole, p. 44.

* *Se le matematiche vengono così spesso riguardate come inutile peso dagli allievi, dipende in parte almeno dal carattere troppo formale che tende a prendere quell'insegnamento, da un falso concetto del rigore tutto intento a soddisfare certe minute esigenze di parole, da una critica analitica eccessiva e fuori di posto... Ma queste tendenze si riattaccano ad una causa più generale; cioè al fatto che le matematiche siano state studiate come un organismo a sé, riguardandone piuttosto la sistemazione astratta conseguita dopo uno sviluppo secolare, che non l'intima ragione storica. Si dimenticano per tal modo i problemi concreti che conferiscono interesse alle teorie, e sotto la formula o lo sviluppo del ragionamento non si vedono più i fatti ormai da lungo tempo acquisiti, ma soltanto la concatenazione in cui noi artificialmente li abbiamo stretti.*

Federico Enriques, *Sulla preparazione degli insegnanti di scienze*, relazione tenuta al V Congresso degli insegnanti di scuole medie, 1906.