Marzo 1983
Supplemento al n. 3

Period. mensile
sped. in abb. post. gruppo III/70

Anno X

NOTIZIARIO

DELLA

UNIONE MATEMATICA ITALIANA

OTTAVO CONVEGNO SULL'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA

RIMINI, 1-2-3 OTTOBRE 1982
A cura di Paola Cerrai

EDIZIONI DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

Il presente Notiziario viene distribuito gratuitamente ai soci e non è in vendita.

LA PRESENTE RIVISTA VIENE STAMPATA CON UN CONTRIBUTO FINANZIARIO DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE

Autorizzazione N. 4462 del Tribunale di Bologna in data 13 luglio 1976
Tecnoprint - Via del Legatore 3 - 40138 Bologna (Italia)
Marzo 1983
Supplemento al n. 3

NOTA

Si è svolto a Rimini, nei giorni 1-2-3 ottobre 1982, l'VIII Convegno U.M.I. sull'insegnamento della matematica.

Dopo una parentesi di due anni (80 e 81) in cui il Convegno ha avuto luogo immediatamente dopo quello del COASSI e si è concluso in un solo giorno, si è sentita la necessità di un dibattito di più ampio respiro, e si è accolta la richiesta, proveniente da più parti, di tornare alla formula di un Convegno articolato in tre giornate.

I temi da discutere erano molto attuali e importanti: i rapporti fra informatica e matematica; le prove di matematica nell'esame di maturità.

Sul primo argomento hanno riferito molti specialisti in materia. Si è parlato, fra l'altro, del contributo che i calcolatori programmabili grandi e piccoli possono dare alla didattica della matematica. E' stata ampiamente esaminata inoltre la situazione nei paesi stranieri. Infine si è trattato degli usi professionali del calcolatore.

Per quanto riguarda il secondo tema, sono stati messi in luce i vari aspetti della prova negli anni precedenti al provvedimento del '69.

E' stata delineata, poi, la situazione attuale nei principali paesi esteri europei. Infine è seguito un ampio dibattito, nell'ambito della Tavola Rotonda, da cui sono emerse alcune proposte concrete per la prova di matematica nell'attuale maturità e per una eventuale maturità riformata.

I testi delle relazioni sono pubblicati integralmente negli Atti.

Vario ed interessante è stato il dibattito; purtroppo non è stato possibile disporre del testo preciso di molti interventi e pertanto si è dovuto rinunciare ad un contributo che sarebbe stato di notevole valore.

I partecipanti sono elencati, come di consueto, secondo la provincia sede di lavoro.

(P. CERRAI)

ELENCO DEI PARTECIPANTI

ALESSANDRIA: DI MODICA Marisa, FERRACIN Maria Luigina, GELSOMINO Maria Angela, TESTA Marisa.

ANCONA: BOSSOLETTI Silvana, GATTA Maria Teresa, LAZZARA Nunzia, MARCHEGIANI Costantina, SASSAROLI Anita, SILVESTRELLI Maria Pia, VALENTINI Paola, VENTURINI Annalisa.

AREZZO: BERNINI Ivana.

BARI: CANDELA Innocente, DICOMITE Claudio, FAGGIANO Luciano, LA NAVE Mariantonietta, LAPORTA Vito Nicola, MASTROGIACOMO Pasquale, RONCHI Palmira, ROSSO Rosa.

BERGAMO: PALUMBO Umberto.

BOLOGNA: DE FLORA Alberta, SEROTTI Laura, STURLESE Annita.

CAGLIARI: GRUGNETTI Lucia, ONNIS Lidia, PINTUS Giulia.

CATANIA: LIZZIO Angelo, MAMMANA Carmelo, PENNISI Mario.

COSENZA: MANTUANO Aldo.

FIRENZE: BIANCHINI Silvana, CAMPEDELLI Maria Giuditta, CAPACCIOLI Carlo, FOCARDI Enrica, GIORGETTI Anna, SIBANI Serena, SIMONETTI Carla.

FORLI': BRASINI Luigi.

GENOVA: BOTTINO Rosa Maria, FERRARI Giulio, FRACASSINA Grazia, FURINGHETTI Fulvia, GHIO Sabina, GUALA Elda, LEMUT Enrica, PARENTI Laura, REPETTO Ivano, ZAPPA Anna.

LIVORNO:	BILANCERI Paola, LUCCHESI Primalba.
MANTOVA:	FURINI Gian Luigi, LUCCHINI Isa.
MESSINA:	CUTRUFELLO Giuseppa.
MILANO:	AGRILLO Rosanna, CANETTA Pietro, CONTI Rosa Anna, DE ANDREA Laura, D'ELIA Felicita, DOCCI Anna Maria, FALCO Agata, GIUFFRE' Maria Luisa, MADONNA Emilia, MAZZA Giuseppe, MERAN Enrico, MONARI Teresa, PESCI Angela, PIFFARI Giovanna, RANCI Franca, RUSSO Michele, TIBILETTI Cesarina, TOGNONI Carlo, TOSI Armida, VALENTI Maria Cristina, VANNUCCI Vincenza.
MODENA:	BARTOLINI Maria Giuseppina, QUATTROCCHI Pasquale.
NAPOLI:	FADINI Angelo, MORELLI Aldo.
PADOVA:	BRUNELLI Alberto, METELLINI Ariella, MORGANTINI Edmondo, NOFRINI Maria Gabriella, ROSATI Maria Luisa, TONI Paolo.
PALERMO:	AIENA Pietro, LOREFICE Maria Fiorella.
PARMA:	ARTUSI Liliana, SPERANZA Francesco, VENE' Margherita, VIGHI Paola.
PAVIA:	ALBERTINI Pietro, ARCIDIACO Giuseppe, BAZZINI Luciana, BRIZZI Luigi, FERRARI Mario, MAGENES Enrico, PANZARASA Luciano, PINTACUDA Nicolò, REGGIANI Maria, ZUCCOTTI Cesare.
PERUGIA:	SERAFINI Rita.

PISA:	ANDRONICO Alfio, CERRAI Paola, CHECCUCCI Vittorio, DENTELLA Silvia, GIACONI Sauro, GIUNTINI Paola, MARIOTTI Maria Alessandra, PISANESCHI Paolo, PRODI Giovanni, PUCCI Alfredo, SAINATI Maria Teresita, TURCO Claudia, VALENTINI Liliana.
PISTOIA:	GHELARDINI Alessandro, RABUZZI Alessandro.
RAVENNA:	BALLANTI Pietro.
ROMA:	BRENCI Maria Teresa, BURRAI Gino, CORTINI Giulio, CUPIOLI Bruno, FASANO Margherita, PALMA Mauro, PISA Massimo, ZELASCHI Letizia.
TERNI:	BARBANERA Antonio, TAZZA Caterina.
TORINO:	BOSCIA Renato, DEL GIUDICE Valeria, DELSEDIME Piero, GALLARA' Lucia, GALLO Elisa, MOSCA Miranda, SARGENTI Ada, TAMAGNO Sergio, VALABREGA Elda, VARALDI Maria.
TRENTO:	OSS Armida.
TREVISO:	GIACOMETTI Giuliano, PONTORNO Enrico, ROSSETTO Silvano, SITIA Candido, SUCATO Maria Valeria.
TRIESTE:	CORTESE Renata, DE SIMON Luciano, FURLANI Marco, NORBEDO Bruno, PENCO Anna Maria, TORELLI Giovanni, ZUCCHERI Luciana.
URBINO:	RINALDI Rosa.
VARESE:	BERGAMINI Raffaella, RIZZI Maria Chiara.
VERONA:	CAVALIERI Sandro, MODENINI Oriano.

Hanno partecipato inoltre i Prof.ri Ispettori del M.P.I.: Ettore Orlandini e Vincenzo Vita.

PRIMA GIORNATA: 1° OTTOBRE 1982 ORE 9,00

Apre il Convegno il Prof. V. Villani presidente dell'U.M.I..

V. Villani.

L'ottavo convegno sull'insegnamento della matematica, che quest'anno si tiene a Rimini, è dedicato a due temi di grande importanza e attualità: l'uso dei calcolatori nella scuola e le prove di matematica agli esami di maturità.

Il progresso tecnologico ha messo a disposizione delle scuole e dei singoli allievi mezzi di calcolo impensabili fino a pochi anni fa; si è ritenuto quindi necessario e urgente analizzare nell'ambito di questo convegno le implicazioni che ne derivano sul piano didattico, sia per quanto concerne la revisione dei contenuti e dei metodi d'insegnamento, sia per quanto si riferisce ai problemi di aggiornamento dei docenti, sia infine per quanto riguarda i rapporti tra uso scolastico e uso dei calcolatori in campi al di fuori della scuola, ad es. nell'industria, nella professione, nella ricerca scientifica.

Altrettanto urgente è sembrato nel momento attuale promuovere una discussione sulle prove di matematica a conclusione della scuola secondaria superiore; infatti la struttura e gli argomenti di queste condizionano inevitabilmente il tipo di attività che viene svolto in classe nei mesi e a volte negli anni antecedenti l'esame finale, per cui un modello obsoleto di maturità rischia di avere riflessi negativi di vasta portata sullo insegnamento, riflessi tanto più gravi nella delicata fase di transizione che comincerà non appena sarà approvata la riforma della scuola secondaria superiore, soprattutto se verranno presi provvedimenti per la revisione dell'esame di maturità ancor prima della completa attuazione della riforma, come da varie parti è stato ipotizzato.

I lavori del convegno sono articolati, secondo una tradizione ormai ben collaudata, su alcune relazioni informative, destinate a fare il punto sugli argomenti in discussione, con riferimento anche a ciò che si fa all'estero, seguite da una fase, dedicata alle proposte, nella quale troveranno ampio spazio i dibattiti, che mi auguro approfonditi e costruttivi. Proprio per consentire maggiore ampiezza alle discussioni, quest'anno il convegno didattico dell'UMI si svolge in modo autonomo rispetto al convegno didattico del COASSI, che si è tenuto nel mese di aprile a Montecatini. Ciò non vuole significare però un arretramento dei matematici su posizioni corporative e di chiusura nei confronti degli altri settori delle scienze. Sono quindi particolarmente lieto di porgere un saluto ai rappresentati delle varie associazioni scientifiche qui presenti, come pure agli Ispettori Ministeriali proff. Ettore Orlandini e Vincenzo Vita, che apporteranno ai lavori del convegno il loro contributo di esperienza e competenza.

Un sentito ringraziamento ai membri della CIIM e al suo Presidente prof. Giovanni Prodi per la notevole mole di lavoro svolto in preparazione del convegno; infine, un ringraziamento particolare ai relatori che hanno accettato di buon grado l'impegno tutt'altro che lieve di tenere le loro ben documentate esposizioni.

Con l'augurio di buon lavoro a tutti i partecipanti, dichiaro aperti i lavori di questo ottavo convegno dell'UMI sull'insegnamento della matematica.

Corrado Böhm - "I calcolatori e la matematica".

Sono qui per illustrare l'aspetto concettuale del rapporto esistente tra i calcolatori e la matematica.

Il boom dell'informatica ha reso economicamente accessibile alle scuole il possesso di "personal computer" basati su microprocessori e di minicomputer. Tali oggetti esistono nelle scuole e ci si può chiedere come utilizzarli correttamente, anche nell'insegnamento della matematica.

L'ostacolo economico che poteva precludere fino a qualche anno fa l'acquisizione di un computer è caduto non solo per le scuole ma anche per l'individuo, che talvolta risulta equipaggiato di un calcolatore tascabile programmabile.

Un insegnante di matematica si può trovare in difficoltà, di fronte ad un allievo munito di calcolatore tascabile che possiede una certa destrezza nella costruzione di programmi, qualora non sia in grado di correggere eventuali imprecisioni dell'allievo o comunque di interagire con lui a scopo educativo.

L'insegnante può ben dirsi o dire (come è stato detto venti e più anni fa, quando sono stati istituiti, nelle Università, corsi di "tecnica della programmazione" nell'indirizzo applicativo di matematica) che saper programmare è un fatto squisitamente tecnico e specialistico, abbastanza distaccato dall'insegnamento della matematica.

Questo discorso porta di filato ai rapporti tra Scienza e Tecnica.

Non è squisitamente tecnico anche il calcolo delle derivate, il calcolo delle matrici e il calcolo di risoluzione di equazioni algebri che? Qual'è la relazione tra queste tecniche e la matematica?

Per rispondere a questo tipo di domande ricorro ad una allegoria.

Alla porta della "Casa della Scienza" bussa una persona. La Matematica va ad aprire e domanda: "Chi sei?" "Sono l'Informatica", si risponde. "Si, va bene come ti presenti a noi?". Allora l'Informatica dice: "Se proprio vuoi saperlo sono una delle tue figlie ma sono anche tua madre". "Come è possibile ciò?" chiede la Matematica. "Certamente ricordi come sei nata, presso gli astronomi babilonesi e presso gli agrimensori egiziani, tre o quattromila anni fa. Io invece mi sono sviluppata recentemente, grazie a matematici come Von Neumann e Turing, una cinquantina d'anni fa. Qualcuno mi crede più vecchia di qualche centinaio d'anni alla epoca di Leibniz e di Boole. Però le mie origini sono molto più antiche delle tue. Io sono nata quando, per la prima volta, l'uomo ha registrato immagini nelle caverne o scolpito i primi ritratti, diciamo nel paleolitico 40.000 anni fa, molto prima dell'invenzione della scrittura". Fine dell'allegoria.

Detto molto sinteticamente oggi si pensa che l'uso dello strumento e il linguaggio siano sorti contemporaneamente. Bisogna arrivare a Platone per trovare qualcuno che affermi l'esistenza del mondo delle idee indipendentemente da chi le pensi. Tale visione è stata per secoli accettata dai matematici perché molto fertile e comoda. Tutta la modellistica matematica è motivata da queste premesse. Tuttavia in questo ultimo secolo l'aspetto astratto-formale della matematica tiene maggiormente conto della "vita propria dei segni" per così dire, ed ha portato agli sviluppi della logica matematica da un lato e dell'informatica dall'altro.

In un recente convegno a Villa Falconieri sull'introduzione delle Scienze e delle Tecnologie dell'Informazione alla formazione generale di base mi è stata chiesta una definizione dell'informazione e dell'informatica che potesse servire almeno come ipotesi di lavoro. Lo riferisco perché, in certo senso è una conseguenza di quanto espresso nella precedente allegoria.

Informazione. Traccia su un supporto materiale di messaggi prodotti dallo uomo e ad esso (in definitiva) destinati.
Informatica. Disciplina che, presupponendo adeguate apparecchiature elettroniche o simili, studia problemi la cui risoluzione e la cui attuazione si compendiano nella ristrutturazione, duplicazione e cancellazione di notevoli quantità di informazione.

Quest'ultima definizione pone un problema: può esistere l'informatica senza i calcolatori?

I problemi e i metodi si possono ormai anche studiare senza il possesso o l'esistenza del mezzo tecnico. Questo punto di vista è sviluppato in modo molto ampio e intelligente nel libro di Giovanni Lariccia "Le radici dell'informatica" Sansoni editore, uscito l'anno scorso.

Nella precedente definizione dell'informatica se vi è un concetto nuovo rispetto a definizioni antecedenti esso risiede nella parola "ristrutturazione".

Ristrutturare l'informazione significa cambiarne la forma senza alterarne il significato. Ciò vale sia nei processi reversibili (per es. la traduzione di un programma da un linguaggio a un altro), sia nei processi di calcolo non reversibili per esempio il processo che fa passare da 7+8 a 15.

In modo più profondo si può affermare che la ristrutturazione intesa come permutazione di elementi è l'essenza stessa della procedura in formatica.

Infatti i problemi cosiddetti "difficili" quelli cioé la cui funzione di complessità di durata di calcolo rispetto alla quantità di informazione dei dati non si è ancora riusciti (e forse non si riuscirà mai - alludo al problema $\mathcal{P}=\mathcal{NP}$) ad abbassare dal livello esponenziale a quello polinominale, diventano tutti di esecuzione "facile" cioé polinomiale, se viene fornita da un "oracolo" una permutazione cioé una sequenza appropriata dei dati o delle relative operazioni.

Vorrei a questo punto passare, dal discorso a carattere generale, ad indicazioni di carattere più specifico, e cioé: in che senso il calcolatore ha già potuto e può ancora aiutare l'insegnamento della matematica.

Sarò estremamente succinto perché questo genere di argomenti sarà probabilmente trattato da altri conferenzieri.

Il calcolatore può venire dotato di programmi che illustrano la necessità di alcuni concetti matematici come:

i) Il concetto di limite.

ii) Il concetto degli errori di troncamento nel calcolo delle funzioni, qualora per es. ad un continuo bidimensionale venga sostituita una griglia discreta di passo variabile da un'approssimazione ad un'altra.

iii) Il concetto degli errori di arrotondamento e della perdita progressiva di cifre significative nei risultati intermedi dei calcoli.

Negli esempi precedenti viene messa in luce la capacità di elaborazione numerica del calcolatore.

Tuttavia oggi sono accessibili ai calcolatori di cui parlava-mo all'inizio, cioé "personal computer" anche elaborazioni di carattere non numerico. Per esempio si possono esemplificare:

iv) Le regole di derivazione di funzioni matematiche elementari (razionali e trascendenti).

v) Le regole di integrazione indefinita di funzioni per le quali l'integrale è ancora una funzione elementare.

vi) Le quattro operazioni su polinomi di grado non elevato ed aventi come coefficienti espressioni anziché numeri.

vii) La risoluzione letterale delle relative espressioni limitandosi a gradi riducibili al 2°, 3° e 4°.

Negli esempi appena visti vengono messe in evidenza le capacità algebriche del computer, generate da regole simili a quelle che vengono impartite agli studenti delle scuole medie inferiori e superiori e che gli studenti possono a loro volta cercare di comprendere studiando o fabbricando i programmi che fanno eseguire tali regole ai calcolatori.

Infine vi sono le elaborazioni non numeriche di carattere geometrico:

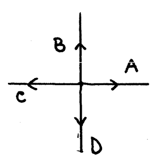
viii) Semplici operazioni di "plottaggio" di funzioni di una o due variabili mediante grafici e linee di livello, magari viste in prospettiva assonometrica o centrale.

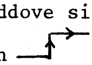
ix) Si possono oggi affrontare, con programmi abbastanza semplici concettualmente, problemi di "lisciaggio di curve" con funzioni di tipo "Splines" che permettono le rappresentazioni di profili di montagne o di volti umani in modo molto suggestivo.

Prima di concludere l'argomento sulle elaborazioni di carattere geometrico, vorrei citare due libri appena usciti che collegano lo aspetto computazionale all'aspetto geometrico e più in generale all'aspetto fisico della materia.

Si tratta del libro di Benoit Mandelbrot (IBM Fellow) "The fractal geometry of nature" ed. Freeman & Company, London 1982 e quello di J. Serra (Ecole Nationale Supérieure de Mines, Centre de Morphologie Mathématique, 35 rue Saint Honoré, 77305 FONTAINE BLEAU, FRANCIA) "Image analysis and mathematical morphology".

Infine cito un articolo di un matematico olandese F.M. DEKKING che in Advance in Mathematics vol. 44, n. 1, April '82, p. 78-104 fornisce una tecnica per generare e descrivere curve in ogni punto simili a se stesse, come gli insiemi di Cantor o le curve di Peano ad altre che riempiono superfici ed altri simili oggetti strettamente collegati ai "frattali" appena citati. Vedere le figure nelle tavole 1, 2, 3, 4 generate da un sistema di produzione "context-free" interpretato geometricamente così:



Si parte dal segmento A e l'equazione o produzione A→ABA significa per esempio che laddove si abbia il segmento → esso va sostituito con 

Le figure mostrate riguardano per la 1 (curva di Peano) l'ottava iterazione mentre per le altre la decima o l'undicesima iterazione.

Il numero scritto accanto al segmento di partenza A, 1,5 o 2, è il fattore di scala adoperato prendendo come unità la griglia del video considerata dal computer.

Passo ora ad altra parte della conferenza destinata a mostrare gli effetti innovatori dell'informatica sulla matematica stessa. Vorrei cioè far vedere che, a parte la teoria delle funzioni ricorsive, innovazione matematica che ha preceduto lo sviluppo dell'informatica, nuove teorie matematiche nascono come naturali conseguenze dell'esistenza dei computer.

Lo spunto originario è il seguente. La matematica è, per sua natura, semiformalizzata.

Cercando appunto di formalizzare la dimostrazione dei teoremi, Gödel ha scoperto il famoso teorema dell'incompletezza della logica del 1° ordine.

Il computer non può direttamente operare su concetti matematici, come sembra invece fare il matematico, ma soltanto sui simboli che li rappresentano.

Se si vuole delegare ad un computer un'operazione su determinati concetti si possono scegliere due vie,diciamo A e B:

A1) Scegliere una convenzione simbolica o notazione per rappresentare i concetti in modo univoco e adatto al computer.

A2) Trasformare preliminarmente l'operazione sui concetti in una operazione sulle loro rappresentazioni e poi trasmettere al computer il programma corrispondente.

La seconda via è un raffinamento della prima:

Bo) Sintetizzare e immettere tutto ciò che è comune a diverse rappresentazioni in una teoria algebrica generale delle rappresentazioni, dove si possono lasciare in un primo momento indeterminate le rappresentazioni specifiche.

B1) Esprimere le operazioni sui concetti come funzioni delle rappresentazioni in seno alla teoria generale.

B2) Scegliere per ogni "implementazione" le rappresentazioni specifiche nel mondo più conveniente e dedurre dal risultato del passo precedente il programma specifico.

La via A si interessa in primo luogo della "struttura dei dati" e poi delle funzioni che trasformano tali strutture: le funzioni si possono mettere in corrispondenza biunivoca coi programmi ed i linguaggi di programmazione servono appunto ad esprimere tali funzioni.

La via B è più nuova. Qui l'interesse viene spostato dai dati alle funzioni. La manipolazione verte soprattutto su queste ultime e perciò si parla di programmazione funzionale, in quanto le operazioni danno come risultato oggetti che rappresentano funzioni (essenzialmente programmi piuttosto che sequenze di simboli che rappresentano dati o numeri).

In definitiva si fa un discorso sui programmi anziché sui dati e risultati.

Vogliamo concludere con degli esempi che mostrano il carattere ambiguo di alcune notazioni matematiche rispetto alla loro interpretazione e che lasciano lo spazio a teorie matematiche che, in previsione dell'uso del computer, richiedono una maggiore accuratezza formale.

1. Rappresentazione di funzionali

Un esempio mostra l'insufficienza di una notazione usuale per i funzionali mettendone in evidenza l'ambiguità di interpretazione.

Si può rimediare usando il λ-calcolo o la logica combinatoria. (Per maggiori dettagli esaminare le tavole 5 e 6).

2. Rappresentazioni delle stringhe

Sia $\Sigma=\{a,b,\ldots,z\}$ un insieme finito di simboli chiamati "caratteri". Una stringa o parola su Σ è una sequenza finita di caratteri di Σ che vengono scritti uno dopo l'altro senza segni intermedi. Per es. baz è una stringa. Se noi introduciamo l'operazione binaria di concatenazione di stringhe che, a partire da due stringhe (per esempio baz e ar) costruisce la stringa ottenuta scrivendo di seguito alla prima stringa i caratteri della seconda (bazar nel nostro caso) abbiamo un'operazione non commutativa, evidentemente associativa, perciò un semigruppo che possiamo indicare con Σ^+. Se a Σ^+ aggiungiamo $\{\varepsilon\}$ dove ε rappresenta la stringa vuota otteniamo Σ^* che è un monoide in quanto deve valere

$$\varepsilon\sigma = \sigma\varepsilon = \sigma$$

per ogni stringa σ in Σ^*. Fin qui tutto sembra corretto ed infatti la teoria degli automi si basa sui concetti sopradescritti. Tuttavia c'è un piccolo neo nella notazione che diventa un bubbone qualora si introducano "funzioni da stringhe a stringhe" oggetti che noi vogliamo in qualche modo rappresentare con programmi.

Che cosa significa per es. b?

E' un carattere o è una stringa di lunghezza 1 formata soltanto dal carattere b?

La domanda sembra oziosa; infatti i due concetti vengono identificati senza pericolo nella teoria degli automi, dove anzi b può ancora significare l'insieme {b} formato unicamente dalla stringa b.

Però già nel LISP (linguaggio di programmazione fondato da Mc Carthy nel '59), dove l'elemento essenziale del linguaggio è la lista sequenza finita di atomi o di liste, occorre distinguere fra un atomo e la lista costruita su quell'atomo. Tutti i linguaggi di programmazione fanno pragmaticamente questa distinzione.

Assumendo questa distinzione a livello concettuale si ottiene un'algebra delle sequenze finite in cui l'alfabeto può diventare illimitato ed in cui tali sequenze si possono considerare come funzioni

Pur essendo l'argomento molto vasto possiamo far vedere un esempio di questa impostazione.

Riprendiamo la nozione di stringa con una notazione più raffinata della precedente. Consideriamo come alfabeto l'insieme dei primi 9 numeri naturali più lo zero $\Sigma = \{1,2,\ldots,9,0\}$. Indichiamo con " " la stringa vuota, con ; l'operazione di concatenazione e con "0",..."9" le dieci stringhe formate da singoli elementi dell'alfabeto (in breve le stringhe di lunghezza 1). Ora però 3 è un numero mentre "3" è la stringa la cui unica componente è il numero 3.

L'insieme Σ^* delle stringhe decimali si ottiene per chiusura dell'operazione di concatenazione operante sulla parola vuota e sulle dieci stringhe unarie.. Si ha quindi l'uguaglianza definitoria, per esempio

"3304" = "3";"3";"0";"4"

Mostriamo ora come è possibile associare ad ogni stringa decimale una funzione unaria tale che il valore di questa funzione con argomento zero coincida col numero che, usualmente, la stringa rappresenta (vedi la tavola 7).

3. La funzione somma di due funzioni

In matematica spesso la funzione h tale che

$$h(x) = f(x) + g(x)$$

viene chiamata la somma di due funzioni e talvolta si scrive $h=f+g$. E' chiaro che questa notazione anche se espressiva è impropria in quanto ven gono sommati i valori delle due funzioni e non le funzioni stesse.

Vogliamo introdurre una metodologia per comporre funzioni di una o più variabili e mostrare la corretta rappresentazione funzionale della funzione h tramite le funzioni f e g.

Useremo delle scatole per rappresentare funzioni di una o più variabili e dei diagrammi che intuitivamente verificano le relazioni fra funzioni. Un modo più rigoroso ma per questo anche più ostico, sarebbe quello di usare la teoria dei combinatori di Schönfinkel (1923) e di Curry (1930) (vedi le tavole 8 e 9).

Abbiamo perciò trovato che:

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= K(A(f(x),g(x)),y)= \\ &= ((A \circ_1 f) \circ_2 (K \circ_1 g))(x,y) \end{aligned}$$

in modo che in effetti è

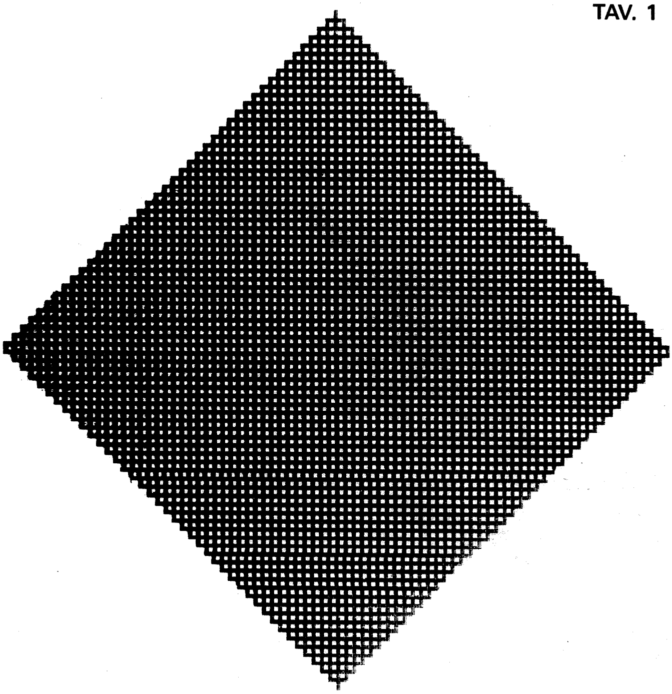
$$h=(A \circ_1 f) \circ_2 (K \circ_1 g)$$

h funzione di <u>due</u> variabili.

La seconda variabile ha un ruolo di catalizzatore, il suo valore è inessenziale però permette di esprimere mediante un nuovo tipo di algebra la funzione che corrisponde alla somma di due funzioni

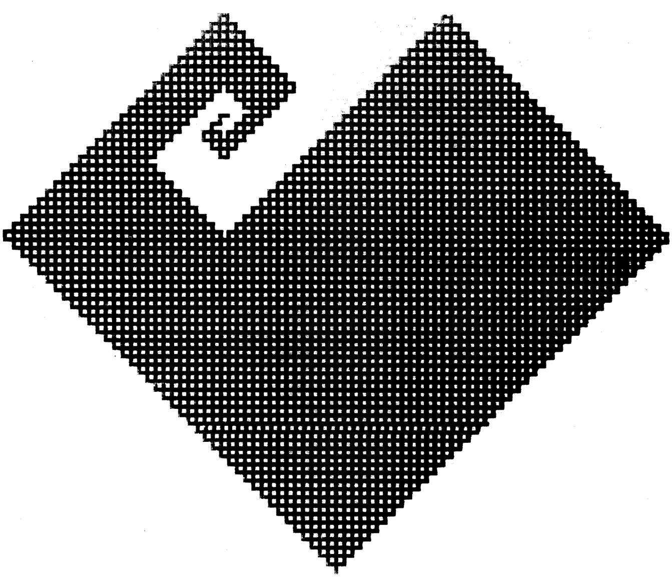
In tale algebra, come si è visto, vale una proprietà semidistributiva tra $\circ_1$ e $\circ_2$ simile a quella della somma rispetto al prodotto.

TAV. 1

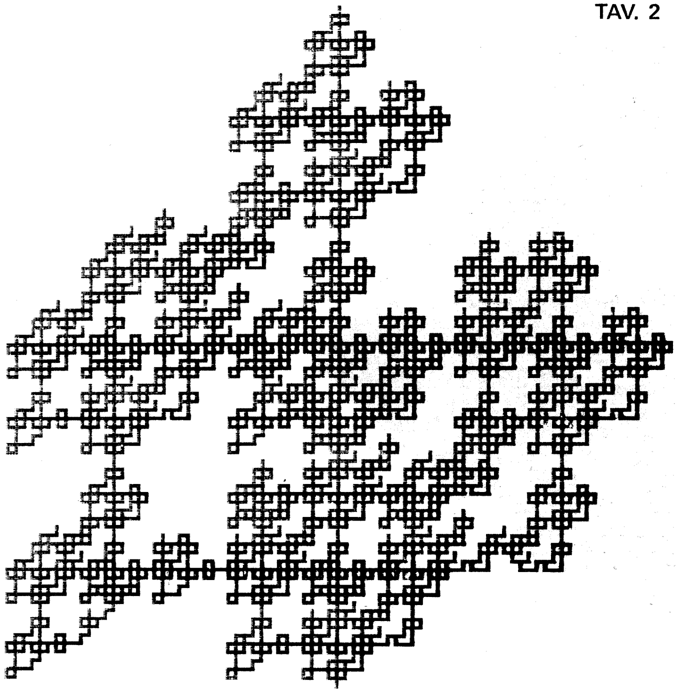


$\boxed{A}^{1.5}$

A ⟶ ABA
B ⟶ DCD
C ⟶ CDC
D ⟶ BAB

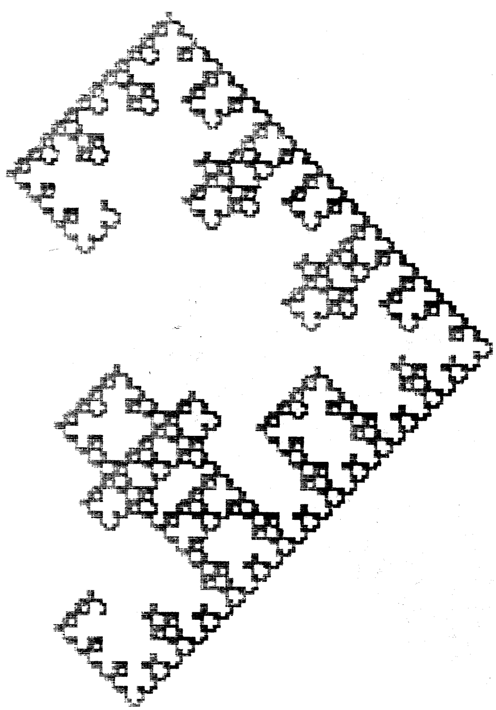


TAV. 2



$\boxed{A}^{2}$

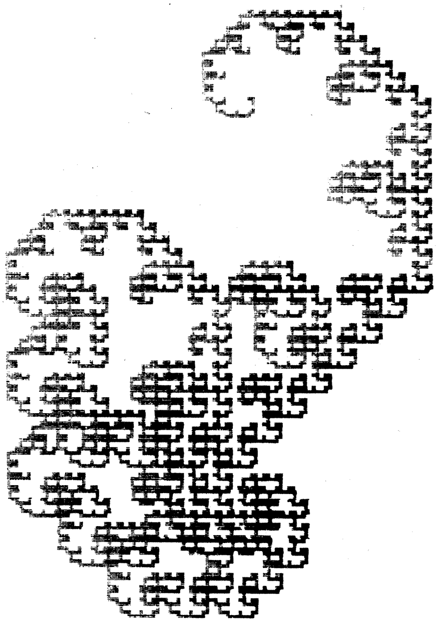
A ⟶ ABA
B ⟶ DCD
C ⟶ CDC
D ⟶ BBA



$\boxed{A}^{1.5}$

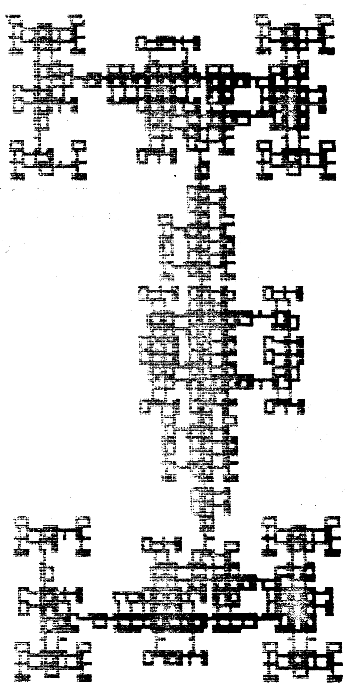
A ⟶ ABCB
B ⟶ CBCD
C ⟶ CDAD
D ⟶ ADAB

TAV. 3



$\boxed{A}^{1.5}$

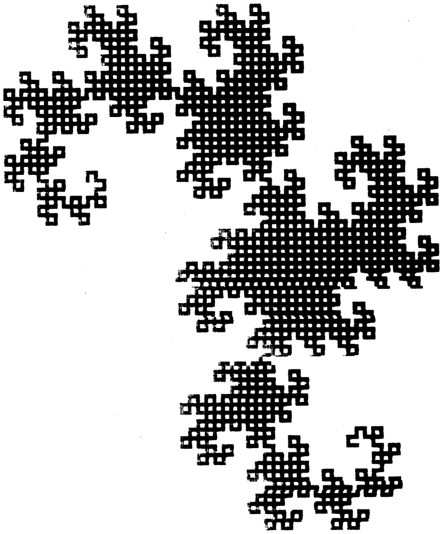
A ⟶ BA
B ⟶ BC
C ⟶ CD
D ⟶ DA



$\boxed{A}^{1.5}$

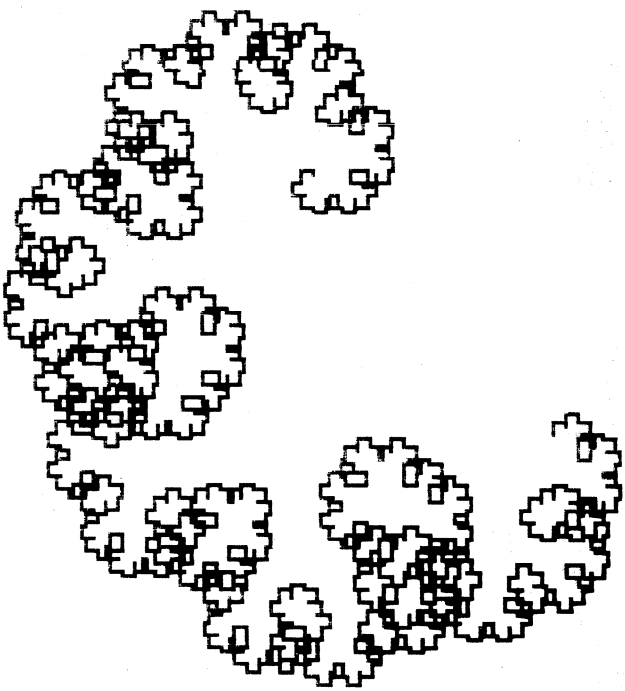
A ⟶ ABBC
B ⟶ DCCB
C ⟶ CDDA
D ⟶ BAAD

TAV. 4



$\boxed{A}^{2}$

A $\longrightarrow$ AB
B $\longrightarrow$ CB
C $\longrightarrow$ CD
D $\longrightarrow$ AD



$\boxed{A}^{1.5}$

A $\longrightarrow$ AABBC
B $\longrightarrow$ BBCCD
C $\longrightarrow$ CCDDA
D $\longrightarrow$ DDAAB

TAV. 5

RAPPRESENTAZIONE DI FUNZIONALI

ESEMPIO TRATTO DA H.B. CURRY

$$\text{SIA } p[f(x)] = \begin{cases} \dfrac{f(x)-f(0)}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ f(0) & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

COSA SI INTENDE PER $p[f(x+1)]$?

L'ESPRESSIONE E' AMBIGUA.

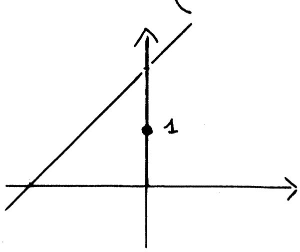
PRIMA IPOTESI	SECONDA IPOTESI
$p[g(x)]$ dove	$h(x+1)$ dove
$g(x) = f(x+1)$	$h(x) = p[f(x)]$

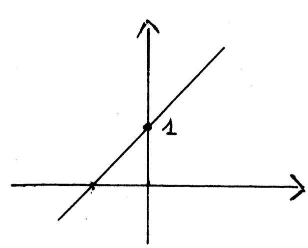
SCEGLIAMO UN CASO PARTICOLARE

$$f(x) = x^2$$

$$p[f(x+1)] = \begin{cases} \dfrac{(x+1)^2-1}{x} = x+2 \\ \text{se } x \neq 0 \\ 1 \text{ se } x = 0 \end{cases}$$

$$p[f(x+1)] = \begin{cases} \dfrac{(x+1)^2-0}{x+1} = x+1 \\ \text{se } x \neq -1 \\ 0 \quad \text{se } x = -1 \end{cases}$$





TAV. 6

IL λ-CALCOLO DI CHURCH OFFRE IL CONCETTO E LA NOTAZIONE CORRETTA.

INDICHIAMO CON $\lambda t.\alpha(t)$ LA FUNZIONE CHE FA PASSARE DA T A $\alpha(t)$ E CON $p[\alpha,x]$ IL VALORE DEL FUNZIONALE CHE HA PER ARGOMENTI LA FUNZIONE α E IL NUMERO x.

ALLORA I DUE CASI VENGONO DESCRITTI DA DUE ESPRESSIONI DIVERSE E CIOE'

PRIMA IPOTESI	SECONDA IPOTESI
$p[\lambda t.f(t+1),x]$	$p[\lambda t.f(t), x+1]$

OSSERVAZIONE. UN'ALTERNATIVA ALLA NOTAZIONE λ E' QUELLA DI INTRODURRE LA COMPOSIZIONE FUNZIONALE O DEFINITA DA $(\alpha o \psi)t \overset{Df}{=} \alpha(\psi(t))$ E LA FUNZIONE σ (SUCCESSORE $\sigma(t) \overset{Df}{=} t+1$

$p[fo\sigma, x]$	$p[f,\sigma(x)]$

A VOI LA PREFERENZA!

TAV. 7

STRINGA COME FUNZIONE UNARIA

PRIMO SIGNIFICATO	SEGNO	SECONDO SIGNIFICATO
STRINGA VUOTA	""	FUNZIONE IDENTITA'
STRINGA DI LUNGHEZZA 1 FORMATA DAL NUMERO $0 \le c \le 9$	"c"	FUNZIONE $\lambda x.10\times x+c$ CHE FA PASSARE DA x A $10\cdot x+c$
OPERATORE DI CONCATENAZIONE DELLE STRINGHE	;	OPERATORE DI COMPOSIZIONE DI FUNZIONI UNARIE
ES. "abc"; "cd"="abccd"		Def: $(f;g)(x)=g(f(x))$

ESEMPIO DI CALCOLO DELLA FUNZIONE UNARIA <<STRINGA>>

	SPIEGAZIONE
"3304"(0) = "3";"3";"0";"4"(0)	"3"(X)=10×x+3
	"3(0)=3
= "3";"0";"4"(3)	
	"3"(3)=10×3+3=33
= "0";"4"(33)	
	"0"(33)=10×33+0=33
= "4"(330)	
	"4"(330)=10×330+4
= 3304	

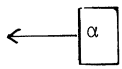
OSSERVAZIONI:

1) EVENTUALI ZERI A SINISTRA DELLA PRIMA CIFRA SIGNIFICATIVA NON INCIDONO SUL RISULTATO.
2) PER PASSARE DA 10 AD UNA BASE b BASTA SOSTITUIRE 10 NELLA DEFINIZIONE DELLA FUNZIONE CON b.

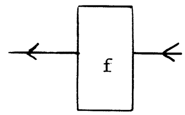
TAV. 8

FUNZIONI DI......

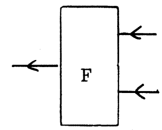
0 argomenti



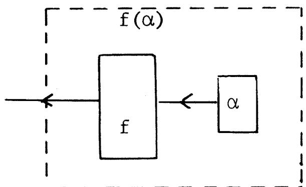
1 argomento



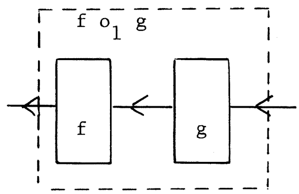
2 argomenti



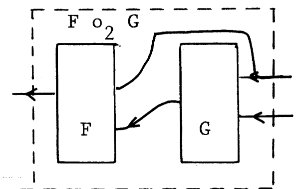
APPLICAZIONE



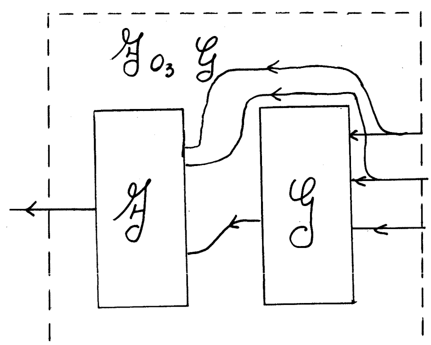
COMP. UNARIA



COMP.BINARIA



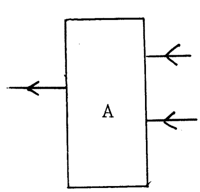
COMPOSIZIONE TERNARIA



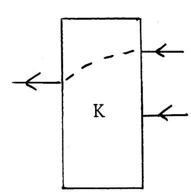
ECC. ECC.

DUE PARTICOLARI FUNZIONI:

$A(x,y) = x + y$

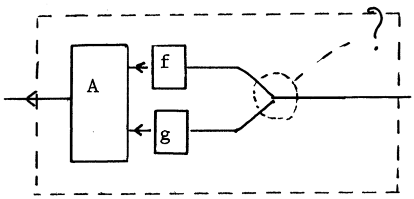


$K(x,y) = x$

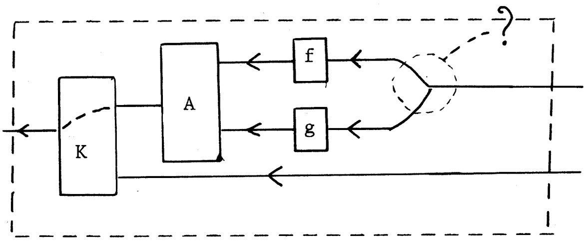


TAV. 9

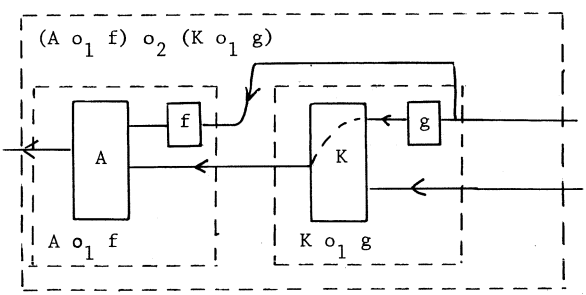
LA SOMMA DI DUE FUNZIONI



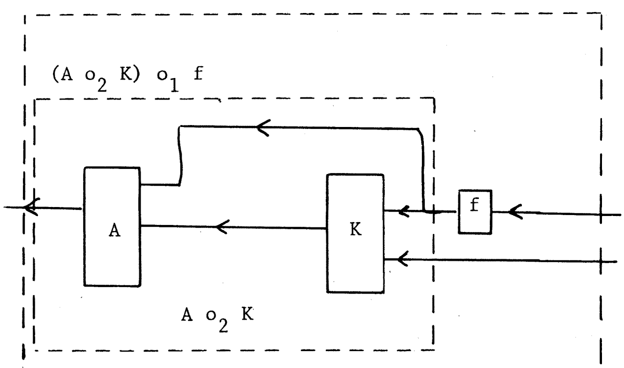
Come funzione unaria



Come funzione binaria



Una soluzione



Caso speciale in cui

$f \equiv g$

$$(F\ o_2\ G)\ o_1\ h \;=\; (F\ o_1\ h)\ o_2\ (G\ o_1\ h)$$

Candido Sitia: "Calcolatrici, computers e didattica della matematica"

1 INTRODUZIONE

1.1. Sguardo retrospettivo.

Verso gli anni 40 iniziò lo sviluppo del moderno computer; il suo impatto crescente nel mondo che stava iniziando la ricostruzione postbellica, si fece via via sentire nell'industria, nel commercio, nell'amministrazione dei governi, nelle ricerche scientifiche,... ed anche, seppur timidamente, nel campo educativo. A partire dal 1970, si può dire che nei paesi sviluppati il computer influenza ormai quasi tutta la vita sociale, se ne sia coscienti o no. Anche nei paesi in via di sviluppo, esso sta diventando una forza che esercita un'influenza sempre maggiore sulla vita della collettività. L'avvento dei personals, in questi ultimi anni, ha avuto il potere di rendere cosciente delle loro capacità un numero sempre maggiore di cittadini.
Ma nel 1970 avvenne anche un'altra rivoluzione legata allo sviluppo del computer: l'ingresso nel mercato della calcolatrice personale, tascabile. La calcolatrice fu uno dei primi sviluppi tecnologici che utilizzò il microprocessore. Questa tecnologia venne rapidamente incorporata in macchine sempre più sofisticate, dagli orologi ai forni a microonde alle lavatrici alle automobili alle macchine fotografiche.... e le loro applicazioni e ulteriori sviluppi sono all'ordine del giorno.
Tuttavia lo scopo di questa relazione non è quello di esaminare gli sviluppi già avvenuti e quelli prevedibili, quanto quello di tentare di valutare l'impatto che questi strumenti hanno avuto nella scuola sui curricula e sui metodi di insegnamento e quali orientamenti si stanno delineando in questo campo in sede internazionale.

1.2. Definizione dei termini usati.

Si userà il termine "computer" per tutte quelle macchine che richiedono l'uso di un linguaggio evoluto (almeno BASIC). Quindi esso indicherà:

(1) microcomputer o personal computer. Si tratta di una macchina che oggi sta invadendo tutti i mercati con prezzi sempre più abbordabili;

(2) minicomputer: tali macchine sono anch'esse abbastanza diffuse, specialmente nelle piccole e medie industrie, e richiedono l'uso di linguaggi strutturanti più evoluti (come per es. il PASCAL) dando buoni risultati anche nella scuola;

(3) terminali di grossi elaboratori che, tuttavia, non sono ovunque e sempre disponibili a causa dei prezzi troppo elevati di gestione e/o di acquisto.

Col termine "calcolatrice" si indicherà, invece, tutta la vastissima gamma di apparecchi portatili o tascabili, programmabili o no, con tutte le loro possibilità di interfacciatura.

Si osservi, tuttavia, che i nuovi sviluppi dei microprocessori permettono oggi l'accesso a macchine portatili o tascabili che ben poco differiscono dai personals ordinari, per cui la distinzione precedente comincia ad essere già piuttosto incerta. Forse si potrebbe indicare con 'calcolatrice", ogni tipo di macchina calcolatrice non programmabile.

Attualmente computers ad uso gestionale o didattico o di ricerca sono disponibili in circa il 50% delle scuole negli Stati Uniti. Dati di questo genere non sono facilmente reperibili, ma pare che in Inghilterra questa percentuale sia leggermente maggiore. Nella maggioranza dei paesi, tuttavia, la percentuale è indubbiamente assai minore e nei paesi in via di sviluppo è quasi nulla. I costi e la mancanza di insegnanti preparati, la difficoltà di creare o di reperire buon software didattico, sono certamente i fattori principali che tendono a mantenere così bassa questa percentuale. Il Computer, a parte l'uso che ne vien fatto dall'amministrazione, viene utilizzato soprattutto per l'insegnamento dell'INFORMATICA, mentre il suo uso didattico nell'insegnamento della matematica è basato soprattutto sulle tecniche del problem-solving e della ricerca sperimentale di congetture.L'Insegnamento Assistito dal Computer (Computer Assisted Instruction = CAI) si dibatte alle prese con un grosso problema: poche persone sanno come programmare il computer per insegnare

efficacemente e creativamente.
Ovunque si riscontra, sia nell'uso della calcolatrice che in quello del computer della riluttanza da parte degli insegnanti ad accettare nuove tecnologia: riluttanza che era già stata constatata a proposito delle tecniche audiovisive.

Dato il diverso comportamento dei due strumenti - calcolatrice e computer -, questa ricerca si divide in due parti:

(a) la calcolatrice nella scuola: situazione attuale, ricerche e orientamenti;

(b) il computer nella scuola: data la limitatezza della sua diffusione, si prenderà in esame dettagliatamente la situazione della Francia e della Germania in Europa, e, nel suo complesso, quella degli Stati Uniti.

Per quanto riguarda la documentazione, si deve specificare, tra tutti, un cordiale ringraziamento a Mr. E.JACOBSEN (Programm Specialist-Mathematics Education - Division of Science, Technical and Vocational Education - UNESCO) e a R.HOWE, T.BRANDHURST dell'ERIC Processing And Reference Facility - USA.

2. LE CALCOLATRICI NELLA SCUOLA : SITUAZIONE INTERNAZIONALE

Questa parte si basa soprattutto su un rapporto preparato per la "Conference on Comparative Studies in Mathematics Curricula" organizzato dall'Institut für Didaktik der Mathematik in collaborazione con la International Association for the Evaluation of Education Achievement (IEA).(C-4b).
I rapporti si riferiscono alle seguenti nazioni : Australia-Austria-Belgio(fiammingo)-Brasile-Canada-Hong Kong-Irlanda-Israele-Giappone-Nuova Zelanda-Svezia-Svizzera-Tailandia-Inghilterra-Stati Uniti-Repubblica Federale di Germania.

2.1. Orientamenti, previsioni ed opinioni prevalenti sulle implicazioni curriculari dell'uso delle calcolatrici.

"*Le nuove idee spesso incontrano la resistenza del pubblico*" è un'affermazione di Szetela (Canada) che esprime l'impressione generale che si evince da tutti questi rapporti. Le calcolatrici, infatti, si sono diffuse rapidamente e sono ormai di uso corrente tra scienziati, tecnici, economisti ed altri professionisti; in alcuni paesi quasi ogni famiglia possiede almeno una calcolatrice. Tuttavia, per quanto le calcolatrici siano presenti in molte scuole sin dal 1973 (per es. in Inghilterra), quasi tutti i rapporti rivelano una certa riluttanza da parte degli insegnanti di matematica ad usarli. Invece si osserva che esse sono state bene accolte da insegnanti delle altre discipline scientifiche, dove, spesso, sono considerate addirittura parte del corredo dello studente (Australia). Si osserva ancora che la resistenza opposta dagli insegnanti è assai rilevante a livello della scuola elementare e decresce via via col crescere del livello scolastico. Tuttavia, ad es., in Brasile esse sono avversate anche a livello universitario. Una citazione del rapporto inglese descrive bene la situazione della scuola elementare:

"Mentre alcuni insegnanti sono disposti a prendere in esame tutte le possibilità di questi strumenti, la maggioranza è preoccupata dal presunto pericolo di far perdere agli allievi le capacità di calcolo aritmetico."

Cheng , a sua volta, da Hong Kong ribadisce:

"Nella scuola primaria, l'uso delle calcolatrici non è formalmente e ampiamente accettata nelle classi, poichè sia i genitori che gli insegnanti temono che esse diventino una specie di 'gruccia' per i bambini di questa età, rendendo loro difficile l'apprendimento dei fatti e delle capacità di base del calcolo."

E Shimada nel suo rapporto sulla situazione giapponese specifica:

"Parlando in senso generale, sembra che molti insegnanti siano riluttanti ad introdurre le calcolatrici nelle loro classi, in parte perchè credono che nella scuola elementare gli insegnanti debbono concentrare la loro attenzione sui fondamenti essenziali e...gli studenti debbono dominare le capacità fondamentali di calcolo senza ausilii speciali, ed in parte anche a causa dei prezzi e per il timore di un nuovo cambiamento.".

In Giappone si osserva una certa riluttanza anche a livello di scuola secondaria "*inferiore e superiore (ove) gli insegnanti tendono ad impartire un insegnamento teorico (theory-oriented) piuttosto che un insegnamento fondato sulla pratica o sul solving problem, per cui cercano di mantenere più bassa possibile la complessità numerica dei problemi proposti: in questo modo non si sente la necessità della calcolatrice.*".
Nella Germania Federale, analogamente, si è d'accordo che la calcolatrice non debba essere utilizzata prima o durante lo sviluppo delle capacità di calcolo. Nei commenti ai programmi scolastici emanati dai vari stati federali, essa viene permessa soltanto dopo le classi 7° (o 8°). La stessa situazione si trova anche in Francia, ove però sembra che stia cambiando rapidamente.
Questa mentalità investe anche le autorità centrali dei vari sistemi scolastici. Szetela osserva che in Canada:
"*i vari Boards of Education del Governo Federale, sono profondamente consapevoli delle obiezioni e delle preoccupazioni dei genitori verso le calcolatrici ed esitano a proseguire lungo questa nuova strada senza un forte sostegno pubblico.*"
E Fielker dall'Inghilterra aggiunge:
"*Alcuni operatori scolastici, inoltre, hanno levato forti clamori reclamando che l'aritmetica venga insegnata senza calcolatrici. E' quindi talora piuttosto difficile riuscire a persuadere gli insegnanti che le calcolatrici non sono affatto dannose all'apprendimento dell'aritmetica, nonostante la sempre più evidente risultanza delle esperienze fatte sia in Inghilterra che in altri paesi che l'uso delle calcolatrici migliora l'abilità del calcolo.*"
In conclusione, l'utilizzazione delle calcolatrici nella scuola elementare, soprattutto, è abbastanza diffusa ma sofferta e/o sopportata. Si basa su fondamenti di carattere informale, privi di qualsiasi istituzionalizzazione ed è demandata alla singola iniziativa degli insegnanti. Tuttavia si sta sempre più prendendo coscienza dell'ineluttabilità d'una presa di posizione nei confronti

di queste macchine:

"*Durante il 1975 e 1976, sia i singoli insegnanti che i vari sistemi scolastici hanno cominciato a prendere coscienza di dover fare i conti colla calcolatrice e a capire che il processo di adeguamento a questa realtà è appena iniziato*".(Australia).

Volendo riassumere i termini della questione che oppone i fautori ai denigratori delle calcolatrici quali si evidenziano da tutti questi rapporti si potrebbero elencare i seguenti argomenti:

A FAVORE:

- possibilità di maggior tempo da dedicare ad un genuino contenuto matematico, ivi compresi anche nuovi contenuti, e per insegnare concetti e metodi;
- accentuazione delle strategie di problem-solving e delle idee matematiche piuttosto che calcoli di routine;
- utilizzazione di esempi più pratici e di problemi con dati realistici;
- sostegno per l'apprendimento di procedimenti euristici e algoritmici;
- aumento della motivazione;
- sviluppo dell'apprendimento di ricerca e di scoperta;
- maggior velocità ed accuratezza di calcolo e abbandono dei calcoli noiosi;
- maggior sviluppo della comprensione;
- diminuzione della necessità di memorizzazioni inutili.

Infine la maggioranza dei sostenitori osserva che, dal momento che il ruolo di questi strumenti nella società è crescente, gli studenti devono imparare comunque ad usarli ed a dominarli.

CONTRO:

- timore di creare una dipendenza dal calcolatore (usato come "gruccia"), il che finirebbe col danneggiare lo sviluppo dei ragazzi rendendoli meno capaci di realizzazioni intellettuali;
- tendenza ad accettare acriticamente i risultati della macchina;
- non disponibilità per tutti gli studenti a causa del loro costo - specie

in alcuni paesi - non ancora accessibile a tutti (creazione quindi di una discriminazione tra chi ha e chi non ha);

- creazione della falsa idea che la matematica si riduca alla computazione;
- insufficiente ricerca degli effetti a lungo termine dell'uso della calcolatrice;
- riduzione delle capacità ed abilità di calcoli aritmetici di base;
- diminuzione della comprensione degli algoritmi di calcolo;
- diminuzione della capacità di pensare;
- diminuzione delle capacità di memorizzare;
- riduzione della motivazione per l'apprendimento delle capacità di calcolo e dei principi della matematica.

Risulta chiaro che il motivo centrale di ogni opposizione all'uso della calcolatrice è proprio il timore che vadano perdute le abilità di base del calcolo aritmetico fatto con carta e penna.

2.2. Attività di ricerca.

La quantità e qualità delle ricerche effettuate sugli effetti delle calcolatrici e sul modo di usarle varia moltissimo da paese a paese. In alcuni (Australia, Austria, Hong Kong, Irlanda, Giappone, Nuova Zelanda, Svizzera e Tailandia) non esiste alcuna ricerca in tal senso - o, se esiste, lo è ad un livello trascurabile. In diversi altri paesi esiste una discreta ricerca in generale eseguita per conto di facoltà universitarie, spesso sotto forma di tesi di dottorato, di centri di ricerche, talvolta anche per incarico del governo. Tali ricerche, almeno le più indicative, sono eseguite quasi esclusivamente a livello di scuola secondaria. Il Belgio, il Bresile, il Canada, Israele e la Germania Federale possono essere collocate in questa categoria. La Francia è un caso a sè per la vastità e l'organizzazione delle ricerche effettuate a tutti i livelli. Verrà esaminata a parte.
A parte ancora si possono considerare Inghilterra, Svezia e Stati Uniti. In Inghilterra, le ricerche sono state favorite e guidate soprattutto dal

Durham Education Committee, dallo School Mathematics Project e dal Shell Centre for Mathematical Education. La sperimentazione condotta è stata in gran parte di tipo esplorativo ed informale, ed ha cercato di mettere in evidenza soprattutto ciò che poteva essere fatto colle calcolatrici, cercando di sviluppare brevi sequenze curriculari comparative, con un minimo di studi sul confronto dei dati ottenuti. Alcune sequenze sono state incorporate anche nelle pubblicazioni dei vari progetti inglesi (per es., lo SMP).

In Svezia, la ricerca su questo argomento è stata organizzata in modo analogo ma con maggior centralizzazione. Le prime direttive del Board of Education sono del 1975; nel 1979/80 sono state avviate delle sperimentazioni a vari livelli, dalla 4° alla 12° classe. Il gruppo ARK (=Analisi degli effetti delle calcolatrici) attualmente coordina un ampio programma di ricerca e di sviluppo, studiando l'effetto delle calcolatrici usate come sussidio di calcolo e come guida nel cambiamento delle metodologie e del contenuto del presente curriculum/

Negli Stati Uniti, centinaia di ricerche sono state eseguite, nella maggior parte le une indipendenti dalle altre: tali ricerche, in maggioranza, consistevano in progetti di sperimentazioni per il confronto delle realizzazioni ottenute con l'uso delle calcolatrici su vari argomenti del curriculum con quelle ottenute senza l'uso di esse. Quasi tutti questi studi indicano che i risultati ottenuti coll'uso delle calcolatrici sono superiori o almeno confrontabili con quelli ottenuti senza tale uso.

Molte ricerche sono state anche eseguite sul problema dell'apprendimento, al fine di esaminare se l'uso delle calcolatrici migliora l'apprendimento delle idee (e non solo le capacità operative ed esecutive). Inoltre si stanno facendo una gran quantità di ricerche per lo sviluppo di curricula al fine di realizzare sequenze didattiche un po' a tutti i livelli scolastici.

La maggior parte di questi lavori si sforza di integrare la calcolatrice negli attuali curricula; molto meno sforzo è stato, invece, dedicato alla revisione del curriculum per integrarvi le calcolatrici. Un panorama abbastanza dettagliato della documentazione disponibile si troverà nella bibliografia finale. Per la Francia, come si è detta, la situazione verrà analizzata in seguito. Comunque questa carrellata di rapporti di tanti Paesi sull'uso delle calcolatrici nella scuola permette di concludere che la stragrande maggioranza dei dati ottenuti sinora - siano essi derivati da sperimentazioni formali o da sperimentazioni informali o casuali - permette di sostenere l'opinione che l'uso delle calcolatrici non arreca alcun danno agli effetti scolastici, qualunque sia il livello a cui vengono usate (purchè vengano usate sotto certe condizioni, evidentemente!). Vi è anzi una chiara indicazione che l'uso della calcolatrice promuove le capacità operative di calcolo e, per lo meno, facilita e rinforza l'apprendimento di non poche idee matematiche.

2.3. Calcolatrici e prassi scolastica.

Dai rapporti esaminati sin qui emerge ancora chiaramente la necessità di modificare la prassi scolastica, se si vuol affrontare efficamente il problema posto dalle calcolatrici. Il rapporto austriaco lo sottolinea con chiarezza: *"Il principale ostacolo ad una maggiore diffusione dell'uso della calcolatrice sta nel fatto che nè il curriculum di matematica nè i libri di testo hanno una qualche minima relazione colle necessità e le possibilità offerte dalle calcolatrici".*

Nel rapporto Australiano si legge:
"Per l'insegnamento della matematica si è tenuto conto sistematicamente in misura maggiore del come le calcolatrici possono essere usate, non solo per eseguire dei calcoli...ma anche per affrontare nuovi tipi di problemi o vecchi tipi di problemi in modo nuovo".

Nel rapporto dell'Irlanda, si osserva che:
i metodi di insegnamento ed il contenuto del programma dovranno essere revisionati al fine di trarre vantaggio dalle tecniche della calcolatrice",
ed il rapporto canadese sottolinea che
"...gli insegnanti preferiscono attendere (ad Usare le calcolatrici) fino a che non vengano approntati i materiali da usare.".

Dai rapporti emerge anche la necessità di eseguire altre ricerche e sperimentazioni per integrare l'uso della calcolatrice su argomenti quali: stime ed approssimazioni, significato delle soluzioni, aritmetica mentale, arrotondamenti, diagrammi di flusso, limiti delle calcolatrici... Si tratta di questioni non ancora sufficientemente studiate, per cui succede che in certi Paesi (ad es. il Belgio) una delle questioni ancora acremente dibattuta è quella tra il riservare l'uso delle calcolatrici unicamente come sussidio di calcolo o considerarle come sussidi didattici di più ampia portata.

Sembra abbastanza evidente che, data la preoccupazione profonda di tanti genitori ed insegnanti nei riguardi dell'apprendimento dei tradizionali algoritmi basati su carta e penna, questi ultimi non spariranno tanto rapidamente dai curricula della maggior parte dei Paesi.

Fielker (Inghilterra) osserva:

"anche tra le scuole più entusiaste, la calcolatrice non ha provocato alcun cambiamento di tipo curriculare, pur essendo stata assimilata nel curriculum. Tuttavia, lo sviluppo avvenuto e la piega che sta prendendo indica come le cose molto probabilmente si svolgeranno."

Egli sostiene che gli algoritmi "da carta e penna" continueranno ad esistere solo come "armoury of techniques" (un'armeria di tecniche). Gli allievi dovranno progettare i loro algoritmi personali e l'attenzione verrà concentrata sullo sviluppo di algoritmi per calcolatrici e computers. Perciò egli scrive:

"...ci si chiede se ... l'aritmetica scritta sia ancora necessaria... In effetti ciò che è necessario è la capacità di verificare se le risposte sono ragionevoli. Ciò che è necessario quindi è la padronanza dell'aritmetica "ad una sola cifra", ed un certo senso della dimensione dei numeri che ci si attende di riscontrare in una data situazione reale."

Analoghe considerazioni si ritrovano negli altri rapporti con diversi spostamenti di alcune accentuazioni ma sostanzialmente colla stessa idea di fondo. Tuttavia la grande assente in questa prassi internazionale è ancora in gran

parte l'editoria. E ciò è indicativo di un atteggiamento assai diffuso tra gli insegnanti e dell'assenza di indicazioni ufficiali su questo problema.
Il Paese che attualmente sembra il più avanzato nello sviluppo di curricula integrati colla calcolatrice è la Svezia. In Svezia sono state verificate e sperimentate intere nuove sequenze curriculari che integrano profondamente l'uso della calcolatrice.
Nella Germania Federale, in Brasile, in Argentina, in Israele, negli Stati Uniti, in Inghilterra e in Francia (ma qui, come vedremo, la situazione è più complessa) esistono attualmente progetti su scala minore per integrare alcuni curricula o parti di essi coll'uso della calcolatrice. In molti Paesi, infine, per quanto nulla si dica sulle calcolatrici nei programmi ufficiali, di esse si parla nei commenti, nelle raccomandazioni, nelle circolari illustrative. Tuttavia l'uso delle calcolatrici è raccomandato, generalmente, solo dopo il completamento delle acquisizioni delle capacità di calcolo aritmetico, ossia a livello 13/14 anni.
Un altro problema concernente la prassi scolastica è quello dell'uso delle calcolatrici durante i tests di verifica, di controllo e durante gli esami. Il rapporto irlandese rivela un aspetto singolare.
Le calcolatrici sono state permesse durante degli esami pubblici nel 1974 e nel 1975. In seguito: *"la consapevolezza del pubblico che l'uso delle calcolatrici durante gli esami potesse costituire una discriminazione sociale venne sbandierata a pieni titoli da un articolo apparso su uno dei più importanti quotidiani del Paese: il Ministro dell'Istruzione si preoccupò notevolmente di questo fatto e le calcolatrici vennero bandite da tutti gli esami pubblici a partire dal 1976. E lo sono tuttora..."*
In Australia gli ispettori scolastici iniziarono nel 1977 a raccomandare che agli studenti fosse permesso l'uso delle calcolatrici durante gli esami pubblici. Dal 1980, praticamente tutte le commissioni esaminatrici permettono l'uso delle calcolatrici negli esami finali della classe 12°.

Anche a Hong Kong la calcolatrice è autorizzata dal 1980 negli esami del Certificate of Education.
In Inghilterra, dal 1978, quattro degli ottoBoards che gestiscono il General Certificate of Education Examination permettono l'uso delle calcolatrici all'O-Level e due altri lo permettono anche all'A-Level. Lo Scottish Board lo permette in tutti gli esami. Tuttavia esse non sono permesse negli esami dell'English Certificate of Secondary Education.
Nella Nuova Zelanda, invece, in alcuni tipi di esami a carattere regionale, si permette l'uso delle calcolatrici agli studenti che incontrano difficoltà in matematica, mentre esse sono proibite in tutti gli esami a livello nazionale.
In Svezia, le calcolatrici (anche quelle programmabili) sono permesse negli esami di livello secondario, ma non alla fine della classe 9°. Nella Germania Federale in generale la calcolatrice viene permessa a partire dalla classe 8° in tutti quei tests in cui il calcolo non è esso stesso oggetto del test. Si tenga presente che nella Germania Federale le calcolatrici non vengono usate al di sotto della classe 7° o 8°.
Negli Stati Uniti, le calcolatrici non sono ammesse per i tests standardizzati (a causa della loro struttura e valutazione) e la maggioranza degli insegnanti non li permette per i tests di matematica. Il College Entrance Board sta considerando la possibilità di modificare i tests esistenti o di sviluppare nuovi tests nei quali potranno essere utilizzate le calcolatrici. Questo fatto potrebbe avere un certo impatto sugli altri tipi di tests e influenzare l'uso delle calcolatrici ad uso didattico.

2.4. Gli studenti e le calcolatrici.

Gli studenti rivelano in generale un atteggiamento assai positivo verso l'uso delle calcolatrici. Tuttavia alcuni rapporti (per es. Belgio) fanno osservare che l'interesse degli studenti diminuisce rapidamente quando cominciano a rendersi conto che lavorare colle calcolatrici comporta un duro lavoro di pensiero. Sia questa effettivamente la motivazione o non lo sia, è abbastanza na turale prevedere una diminuzione di interesse dovuta anche all'assuefazione del mezzo tecnico, assimilato dalla prassi e non più considerato un "miracolo". Può però succedere - ed in effetti succede spessissimo - che coloro che trovano difficoltà in matematica sentano la calcolatrice come un mezzo che li aiuta a superare queste difficoltà. Ciò provoca un effetto motivazionale a lunga durata.

2.5. Attività di aggiornamento per insegnanti in servizio.

Nell'insieme di tutti questi rapporti si riscontrano scarse informazioni su attività programmate al servizio degli insegnanti per aiutarli a prendere in esame la calcolatrice e sviluppare una strategia d'uso efficiente. Vi sono naturalmente iniziative varie organizzate da associazioni professionali, da autorità locali e/o nazionali, da teachers' centres, da università che organizzano seminari, conferenze, laboratori, dibattiti, ma si ha l'impressione che tutto sia sempre programmato casualmente, senza obiettivi chiari e precisi, tanto per rispondere ad una certa richiesta, non invece per creare una esigenza ed una coscienza.

Anche la pubblicazione di informazioni è abbastanza carente quasi ovunque: le riviste didattiche se ne occupano ancora solo sporadicamente e la disseminazione organizzata dell'informazione non esiste quasi. Solo nella Germania Federale, negli Stati Uniti e in Francia esiste un'ampia rete di informazioni in via di progressivo sviluppo.

2.6. Quantità e tipi di calcolatrici e loro uso.

Sull'uso delle calcolatrici si possono fare alcune osservazioni generali sulla base dei rapporti esaminati:

(a) il possesso o l'accesso alla calcolatrice è tanto più diffuso tra gli studenti quanto maggiore è la loro età;

(b) l'uso sistematico della calcolatrice è tanto più esteso quanto più è elevato il livello della classe;

(c) nella scuola elementare le calcolatrici generalmente usate sono quelle più semplici colle quattro operazioni; nella scuola secondaria sono ampiamente diffuse le calcolatrici scientifiche, mentre quelle programmabili si stanno diffondendo negli ultimi anni della secondaria superiore e nel college. I tipi più ampiamente scelti sono quelli con logica algebrica (specialmente negli anni precedenti il college), probabilmente anche perchè sono quelli di costo inferiore.

Le calcolatrici sono comprate o dagli studenti (talvolta su consigli forniti dalla scuola o dall'insegnante, come per i libri di testo) o sono fornite dalla scuola. In Giappone il Ministero della Pubblica Istruzione contribuisce per metà della spesa necessaria ad attrezzare le scuole con calcolatrici, in base ai programmi concordati; in altri Paesi analogamente i Governi intervengono, almeno in parte, a questi acquisti da parte delle scuole (come per es., negli Stati Uniti).

CONCLUSIONE

Si può caratterizzare la situazione sopra esposta come una situazione "fluida", o di "cauto approccio". In qualche Paese (come in Nuova Zelanda e nei Paesi in via di sviluppo)il problema della calcolatrice viene considerato di importanza secondaria rispetto ad altre priorità.

La discussione sulla necessità di mantenere una ragionevole facilità di calcolo aritmetico nei cittadini è ancora assai accesa e continuerà ancora parecchio, ma, come osserva Fielker,

"a meno che non si effettuino i necessari cambiamenti negli atteggiamenti educativi, potrebbe avvenire che in un prossimo futuro l'unico luogo dove l'aritmetica verrà ancora eseguita a mano sarà la classe."

3. I COMPUTERS NELLA SCUOLA: ESAME DI ALCUNE SITUAZIONI

A differenza di quanto è avvenuto per le calcolatrici, nel caso del computer la sperimentazione è ancora piuttosto scarsa e molto localizzata. Ciò dipende dal fatto che una sperimentazione del genere si è presentata sino a qualche tempo fa come un enorme impegno finanziario a cui le amministrazioni non si sentivano di far fronte. Inoltre il mezzo era concepito come uno strumento altamente sofisticato da impiegarsi nella ricerca, nell'amministrazione, nella strategia.
Le calcolatrici, inoltre, hanno trovato un punto di ingresso naturale, per così dire, nella scuola attraverso la matematica. Per il computer le cose si sono presentate diversamente. Prima che nella scuola, il computer è entrato nelle più diverse attività sociali, civili e militari; coll'avvento del microcomputer e delle nuove tecnologie del microprocessore, il computer è diventato accessibile a tutti: il suo costo medio negli Stati Uniti è paragonabile a quello di una TV a colori. Ciò ha provocato una diffusione enorme del personal anche nelle famiglie comuni e il progressivo diminuire dei prezzi ne fa prevedere una diffusione paragonabile su tutti i mercati dei paesi sviluppati in breve tempo. La scuola ha quindi subito un impatto da feedback che l'ha sconcertata notevolmente. Forse non ci rendiamo ancora del tutto conto di questo impatto poderoso su tutto il modo di vivere, di pensare e di agire di oggi.

3.1. Stati Uniti.

La nazione in cui il computer è oggi più diffuso anche tra la gente comune è quasi certamente gli Stati Uniti. L'uso del computer nella scuola è di tre tipi: amministrativo-gestionale, didattico e di ricerca. L'insegnamento superiore (colleges e università) spende, negli USA, dal 3% al 4% dell'intero budget annuale per questi usi del computer. Il sistema scolastico precollege spende invece all'incirca dall'1% al 2% del suo intero budget. Si tratta di somme enormi, evidentemente , che riflettono una situazione in via di rapida evoluzione. In generale, l'utilizzazione amministrativa-gestionale supera ampiamente l'utilizzazione didattica, mentre l'uso nella ricerca è piuttosto limitato (relativamente!). Tuttavia si constata, in questi anni, una rapida crescita delle spese in questo settore ed un'utilizzazione didattica crescente.

Data la struttura del sistema scolastico statunitense, è difficile dare un quadro esauriente e preciso della situazione attuale. Il computer tuttavia risulta ampiamente utilizzato sia per il CAI, che per il CAL (Computer Assisted Learning); inoltre vengono realizzate intere sequenze di curricula matematica sviluppate attraverso la soluzione di problemi e la loro programmazione sul computer; particolarmente sviluppata nelle scuole superiori e nel college è la sua utilizzazione nell'approccio all'analisi. La bibliografia presentata alla fine è una trancia di quanto viene continuamente prodotto negli Stati Uniti.

Lo studio di tale bibliografia può essere prezioso in quanto offre:

(a) ampi suggerimenti di carattere didattico; modelli di software articolati per vari argomenti del curriculum matematico; progetti di curricula integrati con l'informatica ed il computer;

(b) analisi estese di esperienze fatte, di ricerche eseguite, di studi realizzati nelle più diverse situazioni e su tutti gli argomenti del curriculum;

(c) rapporti di ricerche comparate eseguite su progetti didattici realizzati con e senza l'ausilio o l'integrazione del computer; studio dell'efficienza didattica dei vari sistemi di elaboratori usati e dei loro linguaggi.

L'idea generale che si può ricavare dall'esame di questo ricchissimo materiale è che il computer è destinato ad aprire una nuova via alla didattica della matematica, purchè si abbia il coraggio di cambiare metodi e anche, almeno parzialmente, i contenuti dei curricula.

Resta quindi aperto il problema dell'integrazione del computer nel programma di matematica e lo sviluppo interdisciplinare dell'informatica che, nei progetti americani riguardanti la matematica, entra solo sotto forma di alcune metodologie informatiche.

Resta anche aperto l'altro grande problema che interessa ovviamente di più le nazioni meno ricche: la gestione finanziaria di un progetto su scala nazio nale; un tale progetto sarebbe comprensibile ed accettabile solo se i risultati conseguiti coll'uso del computer rendono competitiva la nuova metodologia rispetto a quella tradizionale. Alcuni studi sono stati avviati (in Francia), ma finora sembra che questo problema sia rimasta nell'ombra quasi ovunque.

3.2. Germania Federale.

La situazione attuale della Germania Federale è il risultato di un'evoluzione avvenuta nel corso di questi ultimi venti anni. Tale evoluzione è passata sostanzialmente attraverso due fasi:
(a) verso gli anni '60, l'attività e l'impegno di alcuni insegnanti introdusse l'uso di computers in un numero limitato di scuole. Si trattava in generale di computers che operavano solo numericamente e che dovevano essere programmati in linguaggio macchina. In alcuni casi si poterono anche utilizzare terminali di grossi computers. Verso gli anni '70 si elaborarono così e si realizzarono alcuni progetti di CAI con l'uso di grossi computers. Comunque tutte queste sperimentazioni restarono isolate, non vi fu disseminazione e l'unico risultato - per altro apprezzabile - fu quello di acquistare un buon background di esperienza e di creare uno staff di insegnanti familiarizzati con l'uso del computer. Sempre nello stesso periodo, diverse associazioni scientifiche e tecniche, i Ministeri dell'Istruzione dei vari Stati Federali, nonchè diversi comitati consultivi degli stessi Ministeri, si ponevano sempre più il problema dell'uso del computer e avanzavano l'esigenza che nella scuola venissero insegnanti i fondamenti dell'informatica e dell'uso del computer.
(b) verso la metà degli anni '70 la continua diminuzione dei prezzi dello hardware ed il progressivo aumento della sua efficienza provocarono un rapido aumento del numero di scuole fornite di computer utilizzato per l'insegnamento dell'informatica e/o per la formazione professionale relativa all'elaborazione dell'informazione. L'uso del computer venne ulteriormente incrementato dal fatto che molte scuole si equipaggiavano con tali macchine ad uso gestionale, creando così un personale con una ricca esperienza nella produzione e nell'organizzazione del software gestionale.

In questi casi nacque anche il desiderio di utilizzare le macchine in campi diversi da quello dell'informatica, specialmente da parte degli insegnanti di matematica che spesso seguono corsi di informatica e si occupano di computers. L'introduzione dei corsi di informatica nei programmi degli ultimi tre anni della scuola secondaria superiore (Sekundarstufe II) e la recente Dichiarazione della Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) (luglio 1981) hanno accelerato ulteriormente questo processo di sviluppo.

3.2.1. Primarstufe (dalla 1° alla 4° elementare)

A questo livello esistono solo singole e sporadiche attività di sperimentazioni legate all'uso del computer; ciò dipende dall'atteggiamento,già citato nel caso delle calcolatrici, di rifiuto verso questi mezzi nel periodo della formazione delle abilità di calcolo. Questo atteggiamento pare giustificato dalle seguenti cause:

- introduzione della Neue Mathematik ("matematica moderna") resa obbligatoria nella scuola elementare a partire dal 1972. Dopo un certo periodo di 'maretta', dovuto soprattutto alla mancanza di insegnanti preparati, sembra che ora le acque si stiano calmando. Tuttavia in questa concezione curriculare non si riesce ancora a discernere con sufficiente chiarezza obiettivi, metodi e contenuti per un uso realistico del computer nella scuola elementare;
- diffuso atteggiamento di sfiducia verso certi obiettivi ampiamente sbandierati all'epoca dell'introduzione della matematica moderna – quali la creatività, l'apprendimento per problemi, l'acquisizione di un atteggiamento positivo verso l'apprendimento, ecc...– obiettivi che non sono stati realizzati in maniera convincente almeno ad un livello identificabile;
- profonda preoccupazione di non poter realizzare, in questa situazione, nemmeno le elementari abilità di calcolo.

E' vero, tuttavia, che esistono delle sperimentazioni e delle ricerche di progetti fondate sullo studio delle idee avanzate da Seymour Papert coll'introduzione del linguaggio LOGO (*); si tratta però di progetti ancora e di qualche isolata sperimentazione.

Si prevede perciò che il computer verrà usato nella scuola elementare - se mai lo sarà nei prossimi anni - solo con la finalità di acquisire e di approfondire l'acquisizione di certe abilità di base e per i giochi. Si tratta comunque di finalità che oggi vengono anche proposte nei personals ed in Germania se ne trovano ormai diversi specialmente nelle scuole speciali per handicappati. In ogni caso, esistono ormai anche delle calcolatrici particolarmente studiate per l'addestramento al calcolo, per la soluzione di certi giochi e per i giochi competitivi in genere, le quali permettono di realizzare compiti di minor complessità di quelli affrontati dai personals: esse sono anche ormai assai diffuse e popolari nelle famiglie. Sembra perciò ragionevole pensare che un processo di innovazione dell'insegnamento della matematica sfruttando il computer potrà avvenire a piccoli passi, proprio iniziando da questi programmi di addestramento e di giochi.

(*) *LOGO: si tratta di un linguaggio di programmazione molto semplice molto diffuso nella didattica della scuola elementare per insegnare a pensare in un'ottica di intelligenza artificiale a bambini dai 4 anni in su ed agli adulti non specializzati in informatica. Sotto questa forma il Logo è stato sviluppato da Seymour Papert, un epistemologo che aveva lavorato a lungo con Piaget. Papert, passato in America, assunse la condirezione, assieme a Marvin Mynski, del famoso Laboratorio di Intelligenza Artificiale del MIT. Mentre la maggior parte delle ricerche CAI esaltava il ruolo del calcolatore nell'interazione col bambino, Papert lanciava lo slogan "facciamo che siano i bambini a programmare i calcolatori e non i calcolatori a programmare i bambini". Il LOGO è il linguaggio di questa attività pedagogica centrata sull'uso del computer. (Per altre informazioni: Bibliografia D-(6) e anche:*

W. Feurzeig, G. Lukas, J. Lukas, THE LOGO LANGUAGE: Learning Mathematics through Programming
Portsmouth, New Hampshire, ENTELEK, 1979.

3.2.2. Sekundarstufe I (secondaria inferiore: 5° - 10°).

A questo livello l'uso del computer è certamente assai più generalizzato e gli insegnanti impegnati nello sforzo di utilizzarlo nella didattica della matematica sono assai più numerosi. Esiste infatti una gran quantità di situazioni e di occasioni per collegare tale uso ad argomenti matematici presenti nei curricula scolastici di questo livello.

Questa situazione si presenta tuttavia ancora allo stato fluido in costante evoluzione ed influenza ed è influenzata da tre aspetti didattici:

(a) i libri di testo - Esistono molti libri di testo in cui si trovano problemi ed applicazioni della matematica sviluppati coll'uso del computer, come, ad es., algoritmi per il calcolo della radice quadrata o di pi greco. In essi inoltre vengono comunemente usati, come strumenti descrittivi, i simboli dei diagrammi di flusso.

Un'intera serie di libri di testo utilizza un linguaggio di programmazione (BASIC) come mezzo di descrizione del contenuto, accanto ai simboli dei diagrammi di flusso. Questa descrizione segue uno sviluppo a spirale, in cui sono lasciate agli studenti le attività propedeutiche al pensiero algoritmico, come l'organizzazione di una sequenza, il completamento di un diagramma di flusso, la traduzione di un dato algoritmo in un diagramma di flusso, ecc...

La critica mossa, in Germania, da più parti a questi libri di testo è che in essi l'informatica non si integra, ma semplicemente si aggiunge, in un certo modo, alla matematica e ciò rende più drammatico il problema del sovraffollamento dei programmi scolastici e più difficile la loro innovazione.

(b) I programmi - I curricula ufficiali predisposti dai vari Ministeri dell'Istruzione dei singoli Stati (Länder) della Germania Federale, non contengono ancora alcuna indicazione riguardante l'informatica e l'uso del computer a questo livello.

E' tuttavia un dato di fatto che, non appena gli insegnanti siano familiariz

zati coll'uso del computer e tale macchina sia a disposizione della scuola, immediatamente si organizzano attività didattiche imperniate sull'uso del computer, nonostante le deficienze dei programmi.
A questo riguardo è opportuno menzionare le situazioni particolari che si sono create recentemente a Berlino e in Baviera, perchè indicano gli orientamenti in cui ci si muoverà nel prossimo futuro a livello della secondaria inferiore. A Berlino a livello delle classi 9° e 10° sono state introdotte delle aree opzionali, tra cui si trova l'informatica. Nei programmi attualmente in via di sperimentazione non si fa alcun riferimento alla matematica, anche se diversi argomenti introdotti si richiamino ad essa.
La Baviera, invece, ha gia introdotto (dall'anno scolastico 1980-81) dopo uno stadio sperimentale di un anno (1979-80), l'informatica come argomento nel quadro curricolare dell'insegnamento della matematica, assegnandole un monte ore non trascurabile (28), tuttavia l'insegnante é libero di scegliere al posto dell'informatica , la geometria descrittiva.
L'obiettivo principale che ci si propone con questa inclusione é quello di rendere lo studente capace di risolvere problemi sviluppando un algoritmo che deve poi essere tradotto in un programma e realizzato su un computer. In tale programma , vengono anche trattate strutture di controllo più complesse , strutture di dati e i principi della programmazione strutturata. Così pure vengono introdotti, accanto a problemi tratti dalla matematica, esempi non numerici e discussioni sulle conseguenze sociali ed umane dell'uso del computer.
Per concludere , accanto ad un uso abbastanza esteso del computer in moltissime scuole, non esiste ancora strutturazione curricolare ufficiale chiaramente identificabile in quasi nessuno degli Stati Federali per quanto riguarda l'integrazione dell'informatica nei programmi di matematica della Sekundarstufe I.

c) Disponibilità di hardware – Come per tutti gli altri aspetti dell'educazione pubblica , anche in questo campo non si possono dare che delle indicazioni frammentarie , data la struttura Federale della Germania. Mi limiterò ad un solo caso chiaramente documentato , quello della Baviera. Nella Baviera la densità di hardware (in magggioranza costituito da micromputers) é stata valutata nel modo seguente (1980) :

- al di sotto del 2% nelle Grundschulen e nelle Hauptschulen
- 20% nelle 320 Realschulen
- 50% nei circa 400 Gymnasien
- 80% nelle circa 60 Fachoberschulen.

Circa il 30% di queste macchine , tuttavia, é formato da computers numerici con linguaggio macchina acquistati prima del 1976. Si tratta di una ripartizione che può dare un'idea della situazione generale in Germania . Evidentemente non é un quadro stabile e definitivo, ma é un quadro sintomatico di uno sviluppo che certamente subirà notevoli accelerazioni sia per l'interesse degli organismi responsabili e dei docenti, come per i prezzi sempre più competitivi delle macchine.

3.2.3 Sekundarstufe II (Scuola secondaria superiore).

Mentre i corsi di informatica sono piuttosto rari nella S.S.I. e il computer viene usato a quel livello quasi esclusivamente in altre discipline , specialmente nell'insegnamento della matematica, a livello di S.S. II, l'INFORMATICA costituisce uno dei corsi fondamentali che vi vengono impartiti e domina anche per numero di ore e vastità di argomenti tanto che é una delle discipline selezionabili per gli esami di Abitur, almeno in parecchi Stati.

Nel 1974 una commissione di esperti nominata dal Ministero Federale per la Ricerca e la Tecnologia elaborò una serie di raccomandazioni al Governo Federale ed a quello dei vari Stati Federali relativamente all'uso del computer ed alla sua disponibilità nelle scuole del livello S.S. II. Queste raccomandazioni furono , a quel tempo considerate premature e non realistiche soprattutto per le alte spese che comportava la loro realizzazione. Tuttavia, col passare del tempo i costi dello hardware sono diventati sempre più abbordabili e tali raccomandazioni sono diventate attuali. Tra queste raccomandazioni, quelle che non furono realizzate e che ora sono al centro dell'attenzione dei vari governi e delle varie associazioni professionali e scientifiche sono:

- la formazione e l'addestramento su larga scala degli insegnanti,
- l'aggiornamento continuo di quelli già iniziati,
- la produzione di software didattico;

che costituiscono probabilmente il nucleo di qualsiasi riforma in tal senso.
Per quanto riguarda la produzione di software (punctum dolens di ogni attività sul computer) vi é da notare che in diversi Stati si é già provveduto a realizzare in una sede centrale una gran quantità di software gestionale destinato all'amministrazione delle scuole e quindi sono già costituite in tali Stati (per es. la Baviera e il Reno-Palatinato) delle équipes di esperti in software che potrebbero anche essere utilizzate per la produzione di software didattico.
Per quanto riguarda i linguaggi usati, anche in questo campo vi é stato molto lavoro di ricerca : le commissioni sopra citate raccomandano il PASCAL e l'ELAN; tuttavia, oggi, a causa della sua ampia disponibilità, prevale il BASIC specialmente per le applicazioni al di fuori dell'informatica, come per es., nella didattica della matematica.
La situazione nella S.S. II é dovunque una situazione favorevole, sia per la presenza di corsi sistematici di informatica, sia per la presenza molto diffusa di macchine, per l'impiego del computer nella didattica della matematica. Tuttavia, per quanto tale impiego sia abbastanza diffuso, rimane sempre il risultato dell'impegno dei singoli insegnanti di matematica, al di fuori di ogni istituzionalizzazione. Anche i libri di testo raramente tengono conto di queste possibilità offerte ai docenti di matematica. Le cause sembrano individuabili

sia nella carenza di conoscenza , sia soprattutto nella deficienza di suggerimenti pratici per l'utilizzazione didattica del computer, di modelli didattici e di sussidi metodologici ed organizzativi.

3.2.4. Conclusioni.

L'utilizzazione del computer e la sua integrazione nella scuola elementare é praticamente nulla e non si prevede alcun sviluppo almeno per i prossimi anni di questa situazione, grazie anche alla presenza sempre più numerosa di calcolatrici di uso didattico. Nella scuola secondaria inferiore si tratta soltanto di un inizio che si sta lentamente sviluppando , specialmente nell'insegnamento della matematica e che sembra possa subire una discreta accelerazione grazie all'interesse dei centri professionali , degli autori di libri di testo e al sempre maggior numero di macchine disponibili. Tuttavia non esiste ancora una iniziativa ufficiale in tal senso e mancano ancora idee chiare sulla didattica del computer all'interno della didattica della matematica , anche se la ricerca e la sperimentazione é assai ricca.
Nella scuola superiore vi é invece una larga disponibilità di hardware, ma quasi esclusivamente ad uso dei corsi di informatica che, a tale livello , sono stati istituzionalizzati. L'impiego nella didattica della matematica é ancora appanaggio delle iniziative singole degli insegnanti che si trovano tuttavia notevolmente avvantaggiati rispetto agli altri livelli scolastici proprio a causa della presenza dei corsi istituzionali di informatica. La situazione é destinata ad un notevole sviluppo positivo.

3.2.5. Intenzioni e tendenze.

I governi dei vari Stati Federali , come ho già detto, non hanno ancora emanato decreti o leggi di tipo curricolare per quanto riguarda l'impiego e l'integra-

zione del computer nell'isegnamento della matematica. Più precisamente, gli elementi dei vari curricula, per il momento, si riferiscono ancora quasi esclusivamente
- ove se ne trovino - all'insegnamento dell'informatica e solo raramente sono collegati coll'insegnamento della matematica Tuttavia questi elementi curriculari esercitano già un notevole influsso sulle concezioni curriculari e didattiche derivate dall'uso del computer nell'insegnamento della matematica.
A ciò si aggiunga la dichiarazione della GESELLSCHAFT fur DIDAKTIK DER MATHEMATIK (GDM) del luglio 1981 e le ricerche dei vari istituti di ricerca pedagogica, specilamente dell'INSTITUT fur DIDAKTIK DER MATHEMATIK (IDM) di Bielefeld.L'impostazione generale che ne deriva e che certamente influenzerà gli sviluppi nei prossimi anni é quella di integrare elementi di informatica nell'insegnamento della matematica e di sviluppare una didattica centrata sempre di più sul problem - solving.
Già oggi l'informatica viene nella maggior parte dei casi insegnata da docenti di matematica . Ne consegue che la separazione-teoricamente possibile - tra le attività concernenti l'informatica e l'elaborazione dei dati da un lato, e l'uso del computer nell'insegnamento della matematica dall'altro, é praticamente impossibile : nell'informatica come disciplina scolastica le applicazioni prese dalla matematica prevarranno a spese di quelle prese dal commercio e dall'amministrazione.Reciprocamente, le attività sul computer in matematica legate alla metodologia di programmazione, ai linguaggi usati e ai tipi di computer a disposizione , vengono naturalmente determinate dall'esperienza e dalle conoscenze derivanti dai corsi di informatica. Queste interazioni tra matematica e uso del computer in classe é un fatto che può avere effetti opposti in funzione del probl ema che ci si propone : negativi , nel caso di elaborazione reale di dati , ma positivi per l'individuazione e la creazione di un buon stile di applicazioni e di uso didattico in matematica.

Ne consegue che la matematica é - e lo sarà ancor più in futuro - la disciplina maggiormente sottoposta all'esigenza di individuare il modo di integrare l'informatica nell'insegnamento scolastico .Questa pressione sulla matematica non é attenuata dal sapere che l'uso del computer trova largo posto anche nelle scienze naturali e sociali , in cui l'informatica viene ad assumere il ruolo di disciplina di crocevia. Finché l'informatica é intesa soprattutto come disciplina metodologica per la risoluzione e la programmazione sistematica di problemi si potrà affermare che la matematica come disciplina scolastica non potrà che approfittarne. A questo proposito la presa di posizione della Gesellschaft für Didaktik der Mathematic può chiarire meglio le opinioni oggi prevalenti in Germania per l'uso didattico del computer, o meglio per l'integrazione dei metodi informatici nell'insegnamento della matematica.

3.2.6. Dichiarazione della GDM in favore dell'introduzione di contenuti e metodi dell'informatica nell'insegnamento della matematica a livello di scuola secondaria e nella formazione degli insegnanti di matematica. (Luglio 1981).

a) <u>Esigenze della scuola.</u>
Da diversi gruppi della G.D.M. e da diverse posizioni viene pressantemente avanzata l'esigenza che la scuola si occupi dello sviluppo, sempre più dominante nella nostra società, della elaborazione dei dati e delle crescenti richieste di specifiche qualificazioni per l'utilizzazione del computer. In particolare si afferma:

- la scuola deve porsi seriamente di fronte al problema della macchina "computer", ossia deve elaborare e fornire contenuti e modi di pensare fondamentali in relazione ad essa;
- l'uso del computer entra in misura crescente a far parte della vita professionale e privata. La scuola deve quindi preparare capacità tecniche e profonda comprensione per l'accesso al computer;
- la scuola deve trattare applicazioni reali del computer nel campo dell'economia e dell'amministrazione, sotto forma di modelli, anche per rendere più concreta la discussione sui corrispondenti problemi sociali.

b) <u>Possibilità della matematica</u>

La matematica come disciplina scolastica si trova in prima linea di fronte a queste esigenze ed é costretta ad accettare in sé elementi di informatica. La GDM considera questa situazione e questa esigenza fondamentalmente corretta. Essa vede in ciò toccati gli obiettivi dell'insegnamento della matematica e vi intravvede contemporaneamente una possibilità di suo ulteriore sviluppo. Nel far ciò sarà essenziale però, opporsi ad una comprensione puramente tecnica dei computers ed all'acquisizione di abilità solo tecniche non accompagnate da una profonda comprensione di questo fenomeno.
La GDM crede che l'introduzione e l'accettazione di metodi e contenuti informatici nella matematica scolastica permetta :

- la concretizzazione di contenuti matematici usando il computer come sussidio didattico;
- il rinforzo dell'acquisizione di concezioni costruttive e di procedimenti praticamente utilizzabili;
- l'integrazione di diversi campi della matematica stessa e la possibilità di cooperazione con altre discipline.

c) Nuovi aspetti di contenuti e metodi matematici

Nella prospettiva di queste possibilità, occorre ripensare e rielaborare i contenuti e i metodi dell'insegnamento della matematica. Ne conseguono le seguenti indicazioni di principio:

- la visione algoritmica di concetti e di relazioni che da sempre appartengono al cuore della matematica può ricevere nuovo vigore e assumere nuova importanza se affiancata da una visione strutturante;
- le simulazioni e le procedure di dimostrazione rendono più agevole, grazie alla precedente raccolta e sistemazione di esperienze, una via finora poco sfruttata per la concettualizzazione e l'elaborazione di relazioni;
- le tecniche mutuate dall'informatica per la progettazione e la realizzazione di algoritmi possono rivelarsi utilissime per il processo di matematizzazione;
- viene qui alla luce uno stile didattico dell'insegnamento della matematica che finora é stato rarissimo, ossia il lavoro pratico, manuale - fatto anche a gruppi - sul computer. La sperimentazione, la simulazione e la scoperta assieme alla discussione entrano così più vigorosamente a far parte della didattica della matematica.

Naturalmente occorre, che con queste considerazioni di fondo, si tenga ben presente che non bisogna arrecare alcun pregiudizio ai contenuti ed ai metodi validi dell'attuale insegnamento della matematica.

d) Metodi informatici nell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria inferiore.

Già nell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria inferiore possono assumere importanza numerosi metodi informatici (in parte sotto forma propedeutica). Nella misura in cui nell'elaborazione di questi metodi si introducono anche contenuti informatici , questa introduzione potrà avvenire solo nel contesto della soluzione di problemi matematici e non in maniera isolata e a se stante.

1) Propedeutica al pensiero algoritmico.

Ad essa pertiene :
- descrizione verbale e grafica di comportamenti e di esempi tratti dalla vita quotidiana (uso del telefono, di apparecchiature domestiche . . .) e dall'insegnamento della matematica (calcolo scritto, soluzioni di equazioni, uso ed analisi di dati, . . .); trasformazione in algoritmi di tali situazioni.
- Esecuzione di algoritmi da parte degli allievi compilazione di tabelle secondo date prescrizioni anche utilizzando la calcolatrice , attività del tipo " lo studente gioca col computer ".
- Progettazione di schemi di calcolo, di regole di gioco.
- Rappresentazione di calcoli per mezzo di operatori, di alberi di operatori.
- Progettazioni di successioni in tastiera per calcoli da seguire colla calcolatrice.
  Questa attività propedeutica può essere eseguita a partire dalla classe 5°, su appropriati contenuti di insegnamento matematico.

2) Uso del computer.

Si tratta sostanzialmente della traduzione in algoritmi di un problema appropriato scelto dalla matematica,della traduzione in tali algoritmi in programmi e della loro realizzzazione sul computer.
La dichiarazione prosegue accennando alla possibilità di avviare, assieme al pensiero algoritmico, anche la formazione alla programmazione ed indica infine alcuni argomenti dell'insegnamento della matematica che meglio si prestano a tali utilizzazioni:

- procedimenti numerici
- propedeutica al calcolo infinitesimale
- problemi tratti dalla teoria dei numeri

- problemi tratti dalla geometria analitica e dalla trigonometria
- statistica (per es. , generazione di dati)
- simulazione (per es. , esperimenti casuali, variazione di parametri)
- formazione di modelli relativi a problemi tratti da altri domini scientifici e dalla vita quotidiana
- giochi di strategia.

La dichiarazione tratta poi dei contenuti e dei procedimenti di strutturazione dei dati e conclude questa parte con la seguente affermazione : "Alcuni temi dell'informatica possono diventare a pieno titolo oggetto di riflessione anche della matematica. L'inclusione - attraverso degli esempi - di questi temi nell'insegnamento della matematica può notevolmente ampliare l'immagine che gli studenti hanno del dominio della matematica.
A tal fine non é necessario un corso distematico su questi temi di informatica, ma é sufficiente la loro trattazione per via di esempi.
Alcuni di questi temi possono essere:

- algoritmi non numerici (per es. , indagini di mercato, classificazione di dati)
- stringhe di simboli come oggetti numerici(per es.scrittura posizionale)
- macchine come oggetti matematici
- problemi di complessità e di efficienza sotto l'aspetto matematico (per es. algoritmi per la moltiplicazione e per l'elevazione a potenza)."

Tutto ciò osserva la dichiarazione, comporterà evidentemente anche cambiamenti di orari di insegnamento e abbreviazioni dell'attuale programma di matematica.
La dichiarazione infine conclude trattando il tema della formazione degli insegnanti, indicando gli orientamenti da seguire per l'introduzione di metodi e di contenuti informatici nei curricula formativi della SSI.

4. LA FRANCIA

A differenza della Germania Federale, la struttura scolastica francese, di tipo centralizzato,permette una visione di insieme più completa.
Per quanto attiene alla struttura scolastica, farò riferimento al rapporto COASSI (vd.biliografia), facendo però osservare che la riforma HABY in questi ultimi anni (1982/83) ha raggiunto le classi terminali. Ci si riferirà quindi ai programmi, orari e commentari pubblicati in questi ultimi anni dal Ministero dell'Istruzione francese.

4.1. Ecole primaire.

Nella scuola elementare, articolata in tre cicli, non si trova alcun cenno all'uso del computer. Qualche scarna indicazione sull'uso delle calcolatrici per l'esecuzione ed il controllo di certe operazioni più complesse, come sussidi didattici, appare solo nel B.O. n°30 bis del 27 luglio 1978. Tuttavia la impostazione generale del decreto istitutivo e dei nuovi programmi del ciclo primario sembra escludere l'uso di tali macchinette, in quanto insiste continuamente sull'addestramento al calcolo scritto e orale, all'uso della stima e dell'arrotondamento. In particolare, le tre grandi unità relative al numero: a) scrivere e denominare i numeri; b)confrontare i numeri; c)calcolare coi numeri, non fanno riferimento alcuno alle possibilità dell'uso della calcolatrice.
Un recente convegno organizzato a Parigi dall'Ecole Normale d'Instituteurs di Paris-Auteuil e dalla rivista "Education & Informatique" (ed.F.Nathan) ha affermato che non è neppure pensabile, anche nell'ottica di una ulteriore semplificazione dei linguaggi di programmazione, di effettuare un'iniziazione all'informatica, anche solo come strumento didattico per altre discipline, nella scuola elementare.Le uniche strade percorribili per un uso didattico di questi strumenti sembrano: l'introduzione di giochi a carattere informatico, la familiarizzazione dei ragazzi cogli automi e soprattutto il CAI per la formazione delle cosiddette capacità di base : saper scrivere, leggere, far di conto e possedere il linguaggio (alcuni vorrebbero aggiungervi: un certo non meglio identificato spirito informatico). Sembra che queste capacità siano essen-

ziali per l'accesso al corso secondario (alla 6°) e dunque debbono essere posedute dall'allievo che esce dal corso elementare. E' incontestabile che queste capacità possono essere acquisite e dominate altrettanto bene senza l'uso del computer, ma si è constatato che per gli allievi che non le acquisiscono normalmente (soprattutto handicappati, difficili,...)il computer costituisce un notevole aiuto.

Esistono attualmente in Francia dei programmi, proposti dalla Compagnie Générale d'Informatique, per l'apprendimento delle capacità di base di questa minoranza (15-20% di allievi in difficoltà).

Un altro aspetto, ancora sotto forma sperimentale, messo in evidenza da questo convegno, è quello offerto dall'introduzione del linguaggio LOGO. Il LOGO, come si è già detto, rappresenta uno sforzo orientato verso i bambini della scuola elementare per far loro apprendere il dominio di un linguaggio particolarmente semplice, detto precisamente LOGO, che permette loro di dare ordini ad una macchina, ordini che vengono tradotti nello spazio psico-motorio dei bambini. Il LOGO potrebbe costituire dunque una specie di ambiente informatico, particolarmente adatto ai bambini e soprattutto a quelli in difficoltà: esso permette loro in qualche modo di sbloccarsi.Tuttavia il LOGO è anche uno strumento di lusso - almeno per il momento - in quanto richiede l'uso di strumenti che hanno prezzi elevati, e, in più, esige un insegnamento quasi individualizzato al fine di essere pienamente efficace; si presenta perciò come una svolta ad angolo retto rispetto a qualsiasi insegnamento tradizionale.

Un altro problema, invece, riguarda la formazione dei maestri. I maestri si troveranno certamente di fronte ai problemi che la presenza di questi strumenti suscita ovunque e anche nei loro allievi. E' possibile, lo si voglia o no, che i bambini portino in classe dei giochi informatici, assieme alle già tanto diffuse calcolatrici; che si parli, nelle attività cosiddette di éveil, di informatica, di banche dei dati,..E' dunque assai importante che i maestri, senza essere esperti di informatica, sappiano almeno di che si tratta. In questo senso si è rivolta una raccomandazione al Ministero della

Istruzione di introdurre un'iniziazione all'informatica per tutti i maestri.

4.2. Collèges (6°-3°: da 11 a 14 anni

Anche a questo livello i programmi ufficiali non fanno cenno all'uso di cal_ colatrici o di computers, nè a metodi informatici di alcun genere sia per quanto riguarda la matematica che per quanto riguarda anche le scienze spe_ rimentali.
Tuttavia, a questo livello, esistono numerose sperimentazioni e diverse pro_ poste, anche a livello ministeriale. Nel convegno citato, facendo eco ad altre proposte, si raccomanda al Governo l'introduzione dell'informatica a partire dalla 4° , ed il progetto è attualmente allo studio anche in via sperimentale.
Da tutti i documenti disponibili, anche da certe brochures dell'APMEP(*), si ricava l'idea che, accanto ad una sperimentazione piuttosto ben organiz_ zata e profonda, i responsabili dell'amministrazione procedano con molta cautela per gli alti costi che tale riforma farebbe prevedere e per il fallimen_ to già registrato per l'introduzione degli audiovisivi e di certi metodi e con_ tenuti di matematica moderna.
Tuttavia, come vedremo fra poco, la sperimentazione fatta, i rilevamenti com_ piuti ed il personale formato hanno permesso al Governo di elaborare un pro_ gramma, in via di attuazione, assai ambizioso.
(*) = Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.
4.3. Classes de seconde, première et terminales (15-17 anni).

I programmi pubblicati per queste classi non introducono ancora l'informati_ ca come disciplina a se stante - come è avvenuto in Germania- mentre fanno esplicito riferimento alle calcolatrici ed ai computers nei programmi di mate_ matica in cui sono stati integrati elementi di informatica. Prenderò in esame molto brevemente i programmi di matematica dei tre ultimi anni (in particola_ re quelli di seconde) e, per i due ultimi anni mi riferirò soprattutto alle se_ zioni C ed E, in cui l'insegnamento della matematica è fortemente accentuato (rispettivamente 9 ore per sezione). Per tutte queste classi valgono le dichia_ razioni iniziali del testo ufficiale:

"La formazione matematica, che non comincia col secondo ciclo, si inserisce in modo insostituibile nell'educazione; e la matematica è, continuamente, sempre più necessaria nella maggior parte dei domini, scientifici e non scientifici. I nuovi programmi tengono conto delle evoluzioni tecnologiche e sociali (utilizzazione delle calcolatrici, introduzione della statistica,...) e sviluppano l'interesse per dei problemi legati ad altre discipline, grazie ai quali l'allievo sarà abituato a trar profitto efficacemente delle proprie conoscenze matematiche.
Tre grandi assi definiscono le finalità di questo ciclo:

a) sviluppo della formazione scientifica: capacità di analizzare una situazione, di esplorare e di applicare i concetti appropriati, di esplorare e di controllare colla sperimentazione. Questo sviluppo ha le sue chiavi in:
   acquisizione di conoscenze e analisi della loro portata;
   padronanza di ciò che si è appreso (addestramento, memorizzazione) e creazione di nuovi mezzi (chiarezza di vedute, congetture);
   coordinazione dei procedimenti grazie allo studio delle grandi questioni che hanno un ruolo centrale nel settore considerato.
b) sviluppo della formazione sociale, economica, culturale:
   iniziazione ai metodi di informazione, di organizzazione e di trattamento dei dati;
   collegamento delle attività matematiche al contesto culturale ed eventualmente a delle prospettive storiche;
c) sviluppo della formazione personale:
   sviluppo dell'immaginazione e delle facoltà di osservazione;
   sviluppo delle capacità di lavoro individuale e collettivo, facilità nell'impiego di documenti e di apparecchi;
   sicurezza nell'uso dei grandi mezzi di comunicazione: espressione scritta e orale, tecniche di rappresentazione (schemi, grafici, disegno industriale), di codificazione (organigrammi, diagrammi) e dei linguaggi di programmazione."

4.3.1. Impostazione generale del programma.

"La lezione di matematica è, nel suo ruolo essenziale, un luogo di scoperta, di esplorazione di situazioni più o meno facilmente controllabili, di riflessione sui problemi risolti. Per questo fatto, a ogni sequenza del programma corrispondono dei temi di attività, la cui scelta esige di essere adattata alle possibilità della classe ed eventualmente collegate al suo ulteriore orientamento; non si tratta affatto di trattare tutti i temi menzionati. Le questioni obbligatorie sono in numero ristretto ed occupano poco spessore del corso.
L'attività matematica non si identifica collo svolgimento di una successione bene ordinata di teoremi. Importa che ogni volta che si introduce una nozione o un teorema, ciò venga preceduto dallo studio di una situazione abbastanza ricca per testimoniarne l'interesse e venga imme-

diatamente seguito da applicazioni sostanziali: non si può immaginare di parlare del prodotto scalare senza servirsene abbondantemente. Nozioni come la linearità, la convessità hanno bisogno di un supporto di esempi.".

Dopo aver descritto brevemente gli obiettivi delle varie parti del programma, il legislatore così prosegue:

"L'utilizzazione sistematica delle calcolatrici, che dispensa naturalmente dal ricorrere agli strumenti anteriori (tavole di logaritmi, regolo calcolatore,...)costituisce una delle novità del programma di matematica. E' primordiale ai giorni nostri insegnare ai giovani a servirsi di una macchina a tastiera, informarli sui limiti imposti dalla tecnica del costruttore e metterli in guardia contro gli errori, più frequenti di quanto non pensino.
E' sufficiente che gli allievi posseggano una calcolatrice scientifica non programmabile. Fin dall'inizio dell'anno sarà bene verificare che ciascuno sappia usare il proprio strumento, e si avrà così anche l'occasione di precisare l'uso delle parentesi e di revisionare le proprietà di $\mathbb{R}$.
I tasti della calcolatrice permettono di accedere a delle funzioni.
Una rappresentazione grafica di queste funzioni permette di avere una visione di insieme della corrispondenza; l'uso del tasto che dà la funzione reciproca permette poi di precisare la nozione di biiezione e le limitazioni relative.
Una grande facilità nel calcolo numerico permette di affrontare in modo nuovo i problemi di approssimazione; è l'esperienza che associa $(1 + h)^a$ e $1 + ah$, per h piccolo; il ragionamento, in seguito, giustifica il risultato e ne indica i limiti; lo stesso succede in vicinanza di un punto qualsiasi.
Naturalmente la calcolatrice permette ogni tipo di strategia di iterazione.
Si può, per esempio, calcolare i termini successivi di una successione ricorrente e presumerne il comportamento. Si scopre qui l'interesse che può esserci a organizzare metodicamente il calcolo per delimitarlo e conferirgli una buona precisione.
L'impiego delle calcolatrici ha esso stesso i suoi obiettivi: dalla loro utilizzazione giudiziosa ci si può attendere un'espansione delle attività sperimentali (elaborazione di congetture a partire da ricerche su esempi) e, in cambio, nuove motivazioni di approfondimento teorico per il bisogno di controllare gli algoritmi e di apprezzare la pertinenza dei mezzi di calcolo".

Il programma comprende otto grandi temi da svolgere, nelle loro linee essenziali, in Seconde, in 4 lezioni settimanali.

I Attività numeriche sui numeri reali, valore assoluto, approssimazioni, utilizzazione estensiva delle potenze di 10.

II Statistica

III Funzioni a) esempi di funzioni introdotte mediante procedimenti diversi;

b) comportamento globale di una funzione;

c) comportamento locale di una funzione;

IV Geometria piana consolidamento e applicazioni delle nozioni apprese nel primo ciclo: distanze; coordinate; simmetrie; traslazioni, vettori,...

V Prodotto scalare nel piano

VI Angoli e rotazioni

VII Geometria dello spazio

VIII Equazioni e sistemi.

Questo programma per quanto attiene alla metodologia seguita prevede una realizzazione mediante un largo uso delle calcolatrice: a ciò si sono adeguati i libri di testo che dedicano capitoli introduttivi alla spiegazione della calcolatrice, delle sue caratteristiche, dei suoi limiti e che imperniano spiegazioni ed eserciziario proprio sul loro uso.

Per quanto riguarda le classi prima e terminali, il programma è sostanzialmente lo stesso, con risvolti di approfondimento e di ampliamento, ma la metodologia seguita è sempre imperniata sull'uso della calcolatrice e dei metodi informatici.

Concludendo : pur non avendo introdotto ancora nei programmi la disciplina INFORMATICA, tutti i corsi di matematica del secondo ciclo della scuola superiore fanno riferimento esplicito - nei testi ufficiali - all'uso delle calcolatrici. Tuttavia nei testi ufficiali si parla di calcolatrici non programmabili e non si fa alcun cenno ai computer ed alla informatica.

4.4. Sperimentazioni fatte e propositi futuri.

4.4.1. I precedenti esperimenti.

Nel 1970 fu avviata un'esperienza di introduzione dell'informatica nell'insegnamento secondario. Si trattava di un progetto su base nazionale che prevedeva una formazione coerente e specifica, la ricerca di un linguaggio standard di programmazione, lo studio dello hardware più idoneo e una valutazione finale eseguita dall'I.N.R.D.P. (*). In questo progetto furono coinvolti in tutto 58 licei che furono conseguentemente equipaggiati di minicomputers tra il 1973 e il 1976.

L'esperienza si è svolta con molta cura e prudenza e dura tuttora. Per un esame più approfondito dei particolari di questa sperimentazione si veda le indicazioni bibliografiche, specialmente E-(1).

Questa sperimentazione fu realizzata, per incarico del Ministero dell'Istruzione Nazionale, tramite la Mission à l'Informatique, creata a tal scopo nel marzo 1970 presso lo stesso Ministero, ed affidata all'I.N.R.D.P. e, per quanto concerne la matematica, ai vari I.R.E.M.(**). Tutta la sperimentazione, inoltre, era controllata da un Comité Pédagogique costituito dai principali responsabili interessati del Ministero, dai rappresentanti dell'Inspection Générale de l'Instruction Publique di tutte le discipline e da un certo numero di specialisti universitari. I problemi considerati furono, in riferimento agli obiettivi prefissati, i seguenti: (a) la formazione degli insegnanti, (b) l'elaborazione di una pedagogia "informatica", (c) la definizione e l'impianto del materiale (hardware, software,linguaggi...).

(a) Per quanto concerne il primo problema - il primo anche per la riuscita della sperimentazione - occorreva tener conto che non si trattava di formare dei professori di informatica, ma di insegnare i fondamenti dell'informatica a insegnanti di tutte le discipline. Nel 1970 si avviò quindi una formazione "approfondita" di un anno scolastico completo a tempo pieno per questi insegnanti coinvolti. Inizialmente ci si avvalse della collaborazione delle ditte costruttrici di hardware, poi la formazione venne continuata in cinque contesti universitari fino al 1975, coinvolgendo completamente 429 professori (circa 80 per ogni contesto predisposto), ossia circa il 4‰ del corpo insegnante in servizio: insegnanti coinvolti per disciplina:

matematica	118;	scienze economiche e sociali	38
scienze fisiche	70 ;	filosofia	12
lettere	64 ;	storia e geografia	30
tecnica industriale	14 ;	diversi	15.

Accanto a questa formazione approfondita ("lourde"), si organizzò anche una formazione detta "leggera", per corrispondenza, che ha raggiunto circa 5000 insegnanti sempre nello stesso periodo, ossia più del 5% del totale degli insegnanti in servizio.

(b) L'elaborazione di una pedagogia di tipo informatico si è svolta contemporaneamente ed è stata affidata ai professori già formati, accordando loro, una volta tornati in servizio, un alleggerimento di incarico al fine di eseguire un progetto di ricerca pedagogico–didattica coordinato dall'I.N.R.P. Gli I.R.E.M. hanno svolto, per quanto concerne la matematica, un'opera di ricerca e di consulenza e di appoggio veramente preziosa che è stata registrata nelle loro pubblicazioni e negli articoli del Bulletin de l'APMEP (vd.E–(4);E–(5) specialmente).

(c) Una consultazione tecnica, anch'essa avviata nel 1971, presso i principali fabbricanti di computers francesi si è risolta nella proposta di impiego di due computers: il T 1600 ed il Mitra 15 (tutti e due di fabbricazione francese; si osservi che la Francia anche nella nuova programmazione di cui parlerò tra poco utilizza esclusivamente materiale prodotto in Francia ed ha anche sviluppato un linguaggio informatico proprio e un dizionario che impiega termini coniati in francese per i termini standard inglesi: per es., matériel per hardware; logiciel per software; ecc.). Due computers di ciascun tipo vennero così installati in quattro licei situati vicini ai centri di formazione universitari nel

(*) = Institut National de Recherche et de Documentation Pédagogique, oggi: Institut National de la Recherche Pédagogique (I.N.R.P.)

(**)= Instituts de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques, a carattere regionale, collegati con le università locali.

l'anno 1972-73. Via via, anno per anno, furono così equipaggiati 58 licei entro il 1976. Nel 1976 il Ministero decise di interrompere la sperimentazione e l'acquisto di altri computers del tipo: l'evoluzione rapida dello hardware e i prezzi decrescenti sul mercato mondiale permettevano di prevedere una politica di acquisti diversa centrata sui microcomputers personal più accessibile alla generalizzazione. La sperimentazione continuò, naturalmente, nei 58 licei già attrezzati.

Nel dicembre 1978 il Ministero decise di lanciare l'operazione "10.000 micros". Essa consiste nel progetto di fornire a tutti i licei forniti di insegnamente generale e tecnologico dei personal in modo che, entro il 1986-87, 10.000 microcomputers saranno messi a disposizione degli allievi e dei professori di liceo (lycées), con una media di circa 8 microcomputers e 1 stampante per liceo. Nel 1980-81 ne furono installati circa un migliaio in 100 licei; nel 1982-83 dovrebbero essere stati forniti di personal altri 200 licei, e così via fino al totale previsto.

La formazione degli insegnanti - sia tecnica che pedagogica - si svolge attualmente in ogni istituto attrezzato, sotto forma di 4 sequenze di tre giornate ciascuna su un modulo di 75 ore di formazione: si prevede che alla fine del progetto circa 50.000 insegnanti in servizio ne avranno beneficiato. Per la realizzazione di questo programma di aggiornamento la Direction des Lycées ha esonerato dal servizio un certo numero di insegnanti formatori: 54 nel 1980, 79 nel 1981, e così via.

4.4.2. Previsioni del progetto.

A) Sperimentazione sull'insegnamento dell'informatica.

Si prevede che alla fine di questo progetto, l'insegnamento dell'informatica costituirà lo sbocco più importante della sperimentazione. Essa verrà costituita come insegnamento a sè nei collèges e nei lycées. Tuttavia nel frattempo la formazione conseguita dagli insegnanti delle altre disciplina permetterà ampie utilizzazione del computer anche nelle materia tradizionali. Per questo motivo, l'informatica è stata introdotta come materia opzionale già in alcuni istituti sperimentali: nel 1981-82,10 dei lycées che erano stati attrezzati nel progetto "10.000 micros" e 10 collèges associati a lycées attrezzati hanno introdotto in via sperimentale l'"insegnamento dell'informatica come materia opzionale. L'intenzione finale è quella di introdurre questa materia ufficialmente a partire dalla 4°.L'inspection Générale de l'Education Nationale partecipa a questa elaborazione, precisandone via via gli obiettivi pedagogici in collaborazione coll'I.N.R.P.

B) Introduzione di una formazione all'informatica in tutti i curricula per i futuri insegnanti del secondo grado e per il personale amministrativo e pedagogico.

Questa iniziazione all'informatica implica che si attuino dei moduli di corsi della durata di 70/80 ore, da dispensarsi in formazione continua a circa 30.000 futuri insegnanti per tutta la durata del progetto, in occasione della messa in opera delle attrezzature previste.L'impiego di formatori e di produttori di software in questa attività è anch'esso stato programmato: 170 operatori nel 1982-83; 320 nel corrente anno scolastico e così via.

C) Introduzione dell'informatica come strumento pedagogico nei diversi cicli di insegnamento.

- Cycle élémentaire.

Le attività previste avranno per obiettivo: definire una "pédagogie de l'éveil" fondata sostanzialmente sull'approccio LOGO e studiare le modalità di utilizzazione pedagogica delle calcolatrici e dei giochi elettronici. Questa "pédagogie de l'éveil" dovrà ricorrere di preferenza a giochi elettronici abbastanza elaborati per poter iniziare gli allievi ai concetti base dell'informatica; definire le modalità di applicazione dell'informatica nella scolarizzazione di bambini in difficoltà (apprendimento di base), di quelli handicappati motori, sensoriali, deficienti mentali e figli di immigrati che trovano difficoltà nella nuova lingua.

L'insieme di queste attività alle Ecoles Normale d'Instituteurs (Istituti Magistrali) e sulle scuole elementari annesse a queste Ecoles. Nel 1981-82 , 17 Ecoles

Normales sono state attrezzate con 34 microcomputers. Nel 1982 è prevista la installazione di altri 70 apparecchi in 35 Ecoles Normales.

- Collèges.

Le azioni previste a questo livello mirano a diversi obiettivi pedagogici di cui i principali sono: familiarizzare gli allievi con l'informatica in tre campi della conoscenza e dell'esperienza quotidiana; mettere gli allievi in grado di utilizzare i metodi informatici per l'acquisizione delle conoscenze e determinare le tecniche informatiche utilizzabili per gli allievi in difficoltà; utilizzare gli strumenti informatici per l'insegnamento individualizzato nella pedagogia di sostegno e in quella di approfondimento; creare infine una sensibilizzazione all'informatica per la sua introduzione a partire dalla 4° nell'indirizzo tecnologico "économie".

Oltre ai Centri di formazione dei professori di collèges, nel 1981-82 sono stati attrezzati 54 collèges e, nel corrente anno, se ne prevedono altri 46.

Le attrezzature informatiche previste potranno essere completate con telescriventi per la documentazione necessaria.

- Lycées.

Le attività avviate dalla Direction des Lycées intendono rispondere a tre principali preoccupazioni: introdurre l'informatica nei licei d'insegnamento professionale ; utilizzare l'informatica per la formazione continua degli adulti, e, infine, consolidare l'operazione "10.000 micros", in particolare nella produzione di software didattico. Il Ministero ha anche fissato i compiti delle istituzioni pubbliche destinate a sostenere, guidare e controllare tutto questo progetto.

Un altro importante aspetto di questo progetto è quello che prevede la costituzione di una rete di informazioni e di documentazione. Essa deve permettere l'accesso alle banche-dati a carattere pedagogico sia agli insegnanti che agli allievi. Per questo verranno installati dei servizi automatici computerizzati nei vari centri di documentazione pedagogica di molte delle Académies regionali. Questi servizi utilizzeranno una rete prevista di circa 300 terminali installati nelle aule di calcolo, nelle sale professori o in altri luoghi di incontro appropriati. A partire da quest'anno inoltre 100 telecopiatori permetteranno anche lo scambio di documenti scritti.

Risulta da queste informazioni un progetto avente il carattere di progressività prudente necessaria per uno sviluppo solido e che inoltre responsabilizza tutte le componenti del sistema educativo.

Se è ormai un dato di fatto acquisito che l'utilizzazione di metodi informatici come strumenti pedagogici è una via promettente, è ancora prematuro, tuttavia, per l'ambiente francese, troncare il dibattito sull'interesse pedagogico dell'insegnamento dell'informatica in quanto disciplina a se stante nel Collèges e nei Lycées.

Il progetto corrissponde quindi all'esigenza di non chiudere ogni futura possibilità con delle scelte attuali troppo affrettate, sviluppando le ricerche in tutte le direzioni potenziali per poter costituire gradualmente la base delle decisioni future.

Si osservi infine che l'obbligo assunto di dare una formazione solida agli insegnanti e la necessità di mettere a loro disposizione un numero sufficiente di software pedagogici limitano il ritmo di diffusione dell'informatica nel sistema educativo. Così, quali che siano le scelte future, le attività adottate in questo progetto costituiscono praticamente un "cammino obbligato" per i prossimi anni.

5. CONCLUSIONE.

Come si è accennato all'inizio, il computer si presenta nelle scuole con caratteristiche diverse nel suo impiego da quelle della calcolatrice.

Il computer, generalmente, entra a far parte del sistema scolastico o come strumento nell'insegnamento dell'informatica o come strumento gestionale.

Solo in un secondo, in una specie di feedback, nasce la richiesta di una sua utilizzazione nella didattica della matematica e di altre discipline.

Da questo punto di vista è interessante osservare il diverso comportamento del fenomeno in Germania ed in Francia. Mentre in Francia l'ingresso del computer è avvenuto attraverso un progetto organizzato e finalizzato su scala nazionale all'introduzione dell'informatica come disciplina a se stante e per fornire a tutti i docenti una formazione di base sui metodi informatici e le conseguenti applicazioni didattiche, in Germania il computer è entrato dapprima come strumento gestionale e come strumento di insegnamento dell'informatica – introdotta nei programmi indipendentemente dallo strumento – il che ha permesso di creare in partenza un personale qualificato nel suo uso e nella preparazione del software didattico. Questa sua presenza nella scuola ha spinto i docenti di matematica, molti dei quali sono proprio docenti di informatica, a porsi il problema dell'utilizzazione del computer e dei metodi informatici nella didattica specifica della matematica.

In ogni caso, l'ingresso di questo strumento nella scuola europea è avvenuto nell'ambito dell'informatica e dei metodi che tale disciplina ha messo in luce nell'elaborazione delle informazioni, rivelandosi veramente come disciplina di crocevia multidisciplinare. Nella scuola americana – statunitense – il computer è entrato sia come strumento gestionale, che come strumento di CAI soprattutto nell'insegnamento a popolazioni scolastiche difficili, e, data la sua massiccia presenza, anche come strumento didattico per la matematica, assumendovi all'incirca le stesse funzionalità che in Europa ha assunto invece la calcolatrice.

In ogni caso, l'integrazione di metodi e di contenuti informatici nelle varie discipline, specialmente in matematica, sembra destinata a cambiare profondamente la didattica ed anche i contenuti dei curricula.

BIBLIOGRAFIA

A) Sulle strutture scolastiche

1) M. Bianca - G. Pirillo, Rapporto sull'insegnamento scientifico nella scuola secondaria in Francia. Ed. COASSI - Pitagora Editore Bologna

2) A. Bargellini - M. Rigutti, Rapporto sull'insegnamento scientifico nella scuola secondaria in Svezia. Ed. COASSI - Pitagora Editr. Bologna

3) F. Emiliani et alii, Rapporto sull'insegnamento scientifico nella scuola secondaria in Gran Bretagna. Ed. COASSI - Pitagora Editr. Bologna

4) A. Loria et alii, Rapporto sull'insegnamento scientifico nella scuola secondaria della Germania Federale. Ed. COASSI - Pitagora Editr. Bologna

5) COASSI, Atti del Convegno sul tema: L'insegnamento scientifico nella scuola secondaria in Europa. (Montecatini 25 - 26 aprile 1980) Pitagora Editr. Bologna

B) Sui programmi ufficiali di matematica in Francia

Edizioni dei Textes Officiels del Ministère dell'Education Nationale editi a cura del Centre National de documentation Pédagogique:

a) Contenus de formation à l'école élémentaire (1979) Broch. 6106

b) Bulletin Officiel du Ministère de l'éducation n° 31 - 11 settembre 1980

c) Mathématiques - Classes des collèges 6°, 5°, 4°, 3°: horaires, objectifs, programmes, instructions (1979) Broch. 6093

d) Mathématiques - Classes de seconde, première et terminale: horaires, objectif, programmes, instructions (1982) Broch. 6012

C) Rapporti internazionali sull'uso dei calcolatori e dei computers

1) Suydam, Marilyn N. Electronic Hand Calculators: The implications for Pre-College Education.Final Report prepared for the National Science Foudation (1976)
ERIC: 127 205, ED 127206

2) Tendance nuovelles de l'enseignement des mathématiques Atti del III° Congresso ICME. Karlsruhe (agosto 1976) Edizioni UNESCO

3) La didattica della matematica oggi: problemi, ricerche, orientamenti a cura di C. Sitia - Quaderni dell'UMI N. 10 Pitagora, Bologna (1979)

4) Mathematics Education Information Report:
a) International Calculator Review-Working Paper on Hand-held calculators in School. Prepared by Marilyn N. Suydam (Marzo 1980)

b) Calculators, Computers, and Classrooms by Jon L. Higgins-Vicky Kirschner (Dicembre 1981)
Edizioni ERIC, Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education

5) Investigations with Calculators: Abstracts and critical Analyses of Research edited by Marilyn N. Suydem (gennaio 1979). Calculator Information Centre The Ohio State University ERIC: ED 170 134, ED 171 585

6) Etudes sur l'enseignement des mathêmatiques préparés sous la direction de Robert Morris. Vol. I e II (due successivi in preparazione)

7) The pocket Calculator - Some implications for Schools E.C. Jacobsen UNESCO

D) Sull'informatica nella scuola e la filosofia dei calcolatori (sono citati solo i volumi consultati)

1) G. Lariccia, Le radici dell'informatica. Sansoni, Firenze (1981)

2) Franz J. Frederich, Guide to microcomputers. Association for Educational Communication and Technology, Washington, DC (1980) da ERIC

E) Calcolatrici, computers e scuola in Francia

1.) Institut National de Recherche et de Documentation Pédagogique: Calculateurs programmables dans les collêges e les lycées

a) Cahier N. 54 (1972)
b) Cahier N. 75 (1975)
c) "Repertoire des fiches pédagogiques" Supplément au bulletin L'informatique dans l'enseignement secondaire Numero spécial - Décembre 1976

2) Jean-Claude Simon, L'education et l'informatisation de la société. Paris. La documentation française. 1980. 276 pagg.
- annexes 1: Les voies de développement - Contribution des groupes de travail. Paris. La documentation française. 1981. 338 pagg.
- annexes 2: Les expériences par pays. Paris. La documentation française. 1981. 306 pagg.

3) Wladimir Mercouroff, "L'expérience des 58 lycées". In Education & Informatique. Avril - Mai 1980. No 1 - pagg. 10 - 15

4) Vari, Quelques apports de l'Informatique à l'Enseignement des Mathématiques. Pubblication de l'APMEP, N° 20. 1980

5) Calculateurs programmables et algèbre de quatrième (Recherche inter-IREM) Publication de l'APMEP, N° 24. 1980.

6) "L'Informatique à l'école (1980 - 81) Conference Débats organisées à l'Ecole Normale de Paris-Auteuil. Edit. F. Nathan, Paris (1982)

G) Riviste di documentazioni sull'argomento, recanti anche articoli di ricerche, sperimentazione

1) Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik
Ernst Klett Verlag - Postfach 809
7000 Stuttgart 1 - West Germany

2) International Journal of Mathematical Education in
Science and Technology-Taylor & Francis Ltd
4 John Street London WC1N 2ET United Kingdom

3) Educational Studies in Mathematics-D. Reidel Publishing Company Dordrecht: Holland Boston: USA

4) Perspectives, revue trimestrelle de l'education UNESCO - 7, Place de Fontenoy, 75700 Paris

5) Bulletin de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) APMEP 13, Rue du Jura, 75013 Paris

BIBLIOGRAFIA SELEZIONATA DI RIFERIMENTO PER GLI USA

Nella seguente lista si trovano circa 150 riferimenti bibliografici tra i più significativi per quanto riguarda l'attività delle calcolatrici e sui computers negli Stati Uniti. Tuttavia, vi sono incluse anche alcune pubblicazioni non statunitensi data la loro importanza.

Al posto dei commenti, non sempre possibili per ovvii motivi di indisponibilità di tutto il materiale (che peraltro può essere richiesto al sistema ERIC), si è proceduto ad una semplice codificazione in tre categorie:

A - documentazioni didattiche e suggerimenti curricolari

B - informazioni di fondo su risultati, orientamenti e suggerimenti curriculari di carattere più generale

C - rapporti di ricerche

Pre informazioni supplementari su questa bibliografia e su altre eventuali, ci si può rivolgere, oltre che a ERIC ai due seguenti centri:

1) The Calculator Information Center, 1200 Chambers Road, Columbus, Ohio 43212, U.S.A (M.N. Suydam, Director)

2) Projekt TIM 5/12 - Taschenrechner in Mathematikunterricht, Pedagogische Hochschule, Fliednerstrasse 21, D-4400 Munster, West Germany (H. Meissner, Director).

A Albrecht, Bob. Calculators for Beginners. Calculators/Computers 1: 21 - 36; May 1977. 1: 75 - 82; October 1977. 2: 61 - 66; January 1978. 2: 91 - 96; March 1978. 2: 23 - 28; April 1978. 2: 87 - 95; May 1978.

R Anderson, Lyle Eugene. The Effects of Using Restricted and Unrestricted Modes of Presentation with Eletronic Calculators on the Achievement and attitude of Seventh Grade Pupils. (University of Denver, 1976) Dissertation Abstracts International 37A: 6321 - 6322; April 1977.

A Arens, E.; Meissner, H.; and Vogt, C. Taschenrechener in der Grundschule. Der Mathematikunterricht 24: no. 1, 1978.

A Beardslee, Edward C. Teaching Computational Skills with a Calculator. In Developing Computational Skills (Marilyn N. Saudam, editor). 1978 NCTM Yeatbool. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1978.

A Beisse, Karen; Brougher, Janet; and Moursund, David. Calculators in the Elementary School. Portland: Oregon Council for Computer Education, May 1976.

R Bell, A.; Burkhardt, H.; McIntosh, A.; and Moore, G. A Calculator Experiment in a Primary School. Nottingham: Shell Centre fot Mathematical Education, University of Nottingham, 1978

B Bell, Max S. Calculators in Elementary Schools? Some Tentative Guidelines and Questions Based on Classroom Experience. Arithmetc Teacher 23: 502 - 509; November 1976

B Bell, Max. Calculators in Secondary School Mathematics. Mathematics Teacher 71: 405 - 410; May 1978

B Bell, Max; Esty, Edward; Payne, Joseph N.; and Suydam, Marilyn N. Hand-Held Calculators: Past, Present, and Future. In Organizing fot Mathematics Instruction (F. Joe Crosswhite, editor). 1977 NCTM Yearbook. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1977

A Billings, Karen and Moursund, David. Problem Solving with Calculators. Salem, Oregon: The Math Learning Center, University of Oregon, 1978. (See also Calculators/Computers 2: 17 - 32; September/October 1978. 2: 73 - 94; November/December 1978).

A Billstein, Rick and Lott, Johnny W. When Does a Fraction Yield a Terminating Decimal? Calculators/Computers 2: 15 - 19; January 1978.

A Bitter, Gary. The Calculator and the Curriculum. Teacher 94: 64 - 67; February 1977.

A Bitter, Gary G. Curriculum Considerations for Use of the Hand-Held Calculator. Calculators/Computers 2: 15 - 16; September/October 1978

A Bolduc, E. J. Using a Minicalculator to Find and Approximate Value for Pi. School Science and Mathematics 77: 689 - 691; December 1977.

A Bruni, James V. and Silverman, Helene J. Let's Do It! Taking Advantage of the Hand Calculator. Arithmetic Teacher 23: 494 - 501; November 1976.

AB Burt, Bruce C. (Editor). Calculators: Readings from the Arithmetic Teacher and the Mathematics Teacher. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1979.

B Caravella, Joseph R. Minicalculators in the Classroom. Washington: National Education Association, 1977.

A Calculators/Computers: The First Three Issues in Book Form. Menlo Park, California: Addison-Wesley, 1978.

A Chinn, William G.; Dean, Richard A.; and Tracewell, Theodore N. Arithmetic and Calculators: How to Deal with Arithmetic in the Calculator Age. San Francisco: W. H. Freeman & Co., 1978.

B D'Ambrosio, Ubiratan. Issues Arising on the Use of Hand-Held Calculators in Schools. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 9: 383 - 388; 1978.

A Davidson, Jessica. Let's Start to Calculate. New Rochelle, New York: Cuisenaire Company of America, 1976.

A Durham Education Committee. The Use of Eletronic Calculators in Secondary School Darlington Teachers' Centre, 1976.

A Dubisch, Roy and Hood, Vernon R. Basic Mathematics with Hand-Held Calculator; A Work-Text. Menlo Park, California: Benjamin/Cummings Pubblishing Company, 1979.

A Duea, Joan; Immerzell, George; Ockenga, Earl; Tarr, John; and Wilkinson, Jack. Iowa Problem-Solving Project (ESEA Title IV-C). Cedar Falls: University of Northern Iowa, 1978.

R Eckmier, Janice L. An Investigation of the Use of Calculators with Low Achieving 4th Grade Students in Mathematics Achievement and Attitude. (University of Southern California, 1978). Dissertation Abstracts International 38A: 7109; June 1978.

A Edsall, D. L. et al. (Teaching Committee). Calculators Have Come. Leicester, England: The Mathematical Association, 1976.

B Engel, Arthur. The Role of Algorithms and Computers in Teaching Mathematics at School. In New Trends in Mathematics Teaching, Volume IV. Paris: UNESCO, 1978.

A Etlinger, Len and Vitale, Marie. ETA Calculator Activity Book. Chicago: Educational Teaching Aids, 1977.

B Fielker, D. S. Eletronic Calculators. Mathematics Teaching. No. 64, September 1973.

B Fielker, D. S. Using Eletronic Calculators. Mathematics Teaching. No. 76, September 1976.

B Fielker, D. S. Calculators: News, Views, Reviews. Mathematics Teaching. No. 88, September 1979.

A Friedlander, Richard J. Efficient Algorithms for the Calculator. Mathematics Teacher 71: 614 - 618; October 1978.

A Gawronski, Jane and Coblentz, Dwight. Calculators and the Mathematics Curriculum. Arithmetic Teacher 23: 510 - 512; November 1976.

A Gibb, E. Glenadine. Calculators in the Classroom. Today's Education 64: 42 - 44; November-December 1975.

B Girling, M. Numeracy in the Eletronic Age. In Calculators Have Come, Mathematics Association, 1976.

B Girling, Michael. Towards a Definition of Basic Numeracy. Mathematics Teaching 81: 4 - 5; December 1977.

R Graeber, Anna O.; Rim, Eui-Do; and Unks, Nancy J. A Survey of Classroom Pratices in Mathematics: Resports of First, Third, Fifth and Seventh Grade Teachers in Delaware, New Jersey, and Pennsylvania. Philadelphia: Research for Better Schools, Inc., 1977.

A Greenwood, Jay. A Product of Our Times. Mathematics Teacher 70: 234 - 238; March 1977.

B Grosswirth, Marvin. Calculators in the Classroom. Datamation 95: 90 - 91, 95; March 1975.

A Bartman, Arlene. The Calculator Game Book for Kids of All Ages. New York: New American Library, Inc., 1977.

A Hemer, O. Erfarenheter Av Anvandning Av Raknedosa I Gymnasieskolan. Report No. 26/77. Malmo, Sweden: Lararhogskolan, 1977.

A Henry, Loren L. An Invaluable Aid to Understanding Mathematics: The Hand-Held Calculator. School Science and Mathematics 77: 585 - 591; November 1977.

B Herget, W.; Hischer, H.; and Sperner, P. Taschenrechner und Rechenstab in Mathematikunterricht. Praxis der Mathematik. Vol. 20, No. 7, 1978.

A Hiatt, Art. A Geometry Problem for Hand-Held Calculators or Computers. Calculators/Computers 1: 37 - 38; May 1977.

A Hiatt, Arthur A. Finding Areas Under Curves with Hand-Held Calculators. Mathematics Teacher 71: 420 - 423; May 1978.

B Hiatt, Arthur A. Basic Skills: What Are They? Mathematics Teacher 72: 141 - 144; February 1979.

A Hobbs, Billy F. and Burris, Charles H. Minicalculators and Repeating Decimals. Arithmetic Teacher 25: 18 - 20, April 1978.

R Hopkins, Billy Lynn. The Effect of a Hand-Held Calculator Curriculum in Selected Fundamentals of Mathematics Classes. (The University of Texas at Austin, 1978). Dissertation Abstracts International 39A: 2801; November 1978.

A Immerzeel, George. It's 1986 and Every Student Has a Calculator. Instructor 85: 46 - 51, 148; April 1976.

A Immerzeel, Geroge. Ideas and Activities for Using Calculators in the Classroom Dansville, New York: Instructor Publications, Inc., 1976.

A Immerzeel, George and Ockenga, Earl. Calculator Activities - Books 1 and Book 2. Palo Alto: Creative Publications, 1978.

A Irvin, Barbara B. (editor). Data Tasks for Exploring Math with Dataman. Dallas: Texas Instruments Learning Center, 1978.

A Jennings, B. A. and Towns, P. G. Calculators as a Teaching Aid. New Zealand Mathematics Magazine 15: 5 - 7; May 1978.

B Jesson, David and Kurley, Frank. Specifications for Electronic Calculators. Mathematics Teaching 70: 42 - 43; March 1975. Reprinted in Mathematics Teacher 69: 80 - 82; January 1976.

R Jewell, Wallace F., Jr. Hand Calculators in Secondary Education: Evaluation, Analysis and Direction. Unpublished doctoral dissertation, State University of New York at Buffalo, 1979.

B Johnson, David C. Calculators: Abuses and Uses. Mathematics Teaching 85: 50 - 56; December 1978.

R Jones, Edris Whitted. The Effect of the Hand-Held Calculator on Mathematics Achievement, Attitude and Self Concept of Sixth Grade Students. (Virginia Polytechnic Insitute and State University, 1976). Dissertation Abstracts International 37A: 1387; September 1976.

A Judd, Wallace. Games, Tricks, and Puzzles for a Hand Calculator. Menlo Park, California: Dymax, 1974.

A Judd, Wallace. Rx for Classroom Math Blahs: A New Case for the Calculator. Learning 3: 41 - 48; March 1975.

A Judd, Wallace. Games Calculators Play. New York: Warner Books, 1975.

A Judd, Wallace. Instructional Games with Calculators. Arithmetic Teaching 23: 516 - 518; November 1976.

A Judd, Wallace. Dogfight and More Games Calculators Play. New York: Warner Books, 1977.

R Kasnic, Michael James. The Effect of Using Hand-Held Calculators on Mathematical Problem-Solving Ability Among Sixth Grade Students. (Oklahoma State University, 1977). Dissertation Abstracts International 38A: 5311; March 1978.

B Kessner, Arthur and Slesnick, Twila. Myths about Calculators in the Schools. Calculators/Computers 2: 78 - 81; September/October 1978.

R Kobrin, Beverly. The Hand-Held Calculator: Effects on Intermediate Grade Mathematics Achievement. (Brigham Young University, 1978). Dissertational Abstracts International 39A: 3354; December 1978.

R Kolpas, Sidney J. The Use of Electronic Calculators as In-Class Instructional Aids in a Ninth-Grade Arithmetic Program. Unpublished doctoral dissertation, University of Southern California, 1978.

A Ladd, Norman E. Working with the Calculator in Beginning Algebra. Skokie, Illinois: National Texbook Co., 1976.

B Lazarus, Mitchell. Reckoning with Calculator. National Elementary Principal 57: 71 - 77; January 1978.

B McWhorter, Eugene W. The Small Electronic Calculator. Scientific American 234: 88 - 98; March 1976.

B Meissner, Hartwig. Taschenrechnerreport. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik 9: 111 - 114; June 1977.

B Meissner, H. Projekt TIM 5/12 - Taschenrechner im Mathematikunterricht fur 5 - bis 12 - Jahrige. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik 10: no. 4, 1978.

A Michelow, Jaime S. and Vogeli, Bruce R. The New World of Calculator Functions. School Science and Mathematics 78: 248 - 254; March 1978.

A (Michigan.) Uses of the Calculator in School Mathematics, K - 12. Monograph No. 12, Michigan Council of Teachers of Mathematics, March 1977.

A Miller, Don. Calculator Explorations. St. Cloud, Minnesota; Author, 1977.

A (Minnesota.) Calculator Cookery. Minneapolis Public Schools, East Area Curriculum Office, 1977. ERIC: ED 146 009.

A Morris, Janet Parker. Problem Solving with Calculators. Arithmetic Teacher 25: 24 - 26; April 1978.

A Moursund, David. Calculators in the Elementary School. Calculators/Computers 1: 7 - 10; May 1977.

A Moursund, David. Calculator Arithmetic. Calculators/Computers 2: 36 - 41; April 1978.

B (NACOME.) Overview and Analysis of School Mathematics Grades K - 12. Washington: Conference Board of the Mathematical Sciences, National Advisory Committee on Mathematical Education (NACOME), November 1975. ERIC: ED 115 512.

A (NCTM.) Minicalculator Information Resources. Reston, Virginia: National Council of teachers of mathematics.

A (NCTM.) Minicalculators in Schools. Arithmetic Teacher 23: 72 - 74; January 1976. Mathematics Teacher 69: 92 - 94; January 1976.

A (NCTM.) Position Statement on Calculators in the Classroom. Reston; Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, September 1978.

A Neufeld, K. Allen. Calculators in the Classroom. Monograph No. 5. Edmonton: Alberta Teachers' Association, 1977.

B (NIE/NSF.) Report of the Conference on Needed Research and Development on Hald-Held Calculators in School Mathematics. Washington: National Institute of Education and National Science Foundation, 1977.

A (North Carolina.) Calculator Inservice Kit. Prepared by Mathematics Division. North Carolina State Department of Public Instruction, 1978.

A Ockenga, Earl. Calculator Ideas for the Junior High Classroom. Arithmetic Teacher 23: 519 - 522; November 1976.

A (Ohio.) Columbus Calculator Project (ESEA Title IV - C). Columbus, Ohio Public Schools, 1978.

A Olson, Melfried. Using Calculators to Stimulate Conjectures and Algebraic Proofs Mathematics Teacher 72: 288 - 289; April 1979.

B (Ontario.) The Hand Calculator and Its Impact on the Classroom: Report and Recommendations. Hamilton, Ontario: Hamilton Board of Education, 1978.

A Papy, Frederique et al. Math Play Therapy. CSMP Mathematics for the Intermediate Grades, Vol. 1 and 2. St. Louis, Missouri: CEMREL, Inc., 1977.

A (Pennsylvania.) Using the Mini-Calculator to Teach Mathematics. Philadelphia: Curriculum Office, Instructional Services, The School District of Philadelphia, 1977.

B Pollak, Henry O. Hand-Held Calculators and Potential Redesign of the School Mathematics Curriculum. Mathematics Teacher 70: 293 - 296; April 1977.

A Prigge, Glenn and Gawronski, Jane Donnelly. Calculator Activities. Big Spring, Texas: Math-Master, 1978.

R Prigge, Glenn and Langemo, Jan. Effects of Minicalculator on the Pre-and Co-Requisite Mathematical Skills of Intermediate School Children. Grand Forks: University of North Dakota Department of Mathematics, Summer 1978.

A Prigge, Glenn and Mauland, Lyle (editors). Activities for the Minicalculator. Minot: North Dakota Council of Teachers of Mathematics, 1978.

A Roade, L. Adventures with Your Calculator. Stockholm: Biblioteksforlaget, 1976. St. Louis, Missouri: CEMREL, Inc., 1977.

A Roade, Lennart. Take a Chance with Your Calculator. Forest Grove, Oregon: Dilithium Press, 1977.

A Reys, Robert E. et al. Keystrokes: Calculator Activities for Young Students: Addition and Subtraction. Palo Alto, California: Creative Publications, Inc., 1979.

A Rising, Gerald R.; Krist, Betty J.: Roesch, Carl; and Jewell, Wallace. Using Calculators in Mathematics. National Institute of Education Contract No. 400 - 78 - 0013, State University of New York at Buffalo, 1978.

A Roberts, Edward M. Fingertip Math. Dallas: Texas Instruments, 1974.

A Rudolph, William B. and Claassen, A. D. The Calculator Book. Boston: Joughton Mifflin Co., 1976.

A Russell, Sheila. Calculators in the Classroom. Mathematics Teaching. 8: 35 - 37; March 1977.

A Schmalz, Rosemary. Calculators: What Difference Will they Make? Arithmetic Teacher. 26: 46 - 47; December 1978.

A Schultz, James E. How Calculators Give Rise to a New Need for Skills in Algebra. School Science and Mathematics. 78: 131 - 134; February 1978.

A Scott, Douglas E. Finding Roots with a Four-Function Calculator. Calculators/Computers. 2: 77 - 81; January 1978

A Sharp, J. Norman C. The Calculator Workbox. Don Mills, Ontario: Addison--Wesley, 1977.

R Shin, Joseph. A Survey on the Attitude of Schoollchildren Towards the Use of Calculators in Schools. Calculator/Computers 2: 39 - 41; November/December 1978.

R Shirey, John Reginald. The Effects of Computer-Augmented Instruction On Students' Achievement and Attitudes. (University of Oregon, 1976). Dissertation Abstracts International 37A: 3386 - 3387; December 1976.

B Shumway, Richard J. Hand Calculators: Where Do You Stand? Arithmetic Teacher 23: 569 - 572; November 1976.

B Gieber, H.; Fischer, O.; and Ebeling, F. Taschenrechner im Unterrichtklett Stuttgard, 1978.

A Smith, Susan. Calculating Order. Mathematics Teacher 71: 519 - 522; September 1978.

B (SMP.) Calculators in Schools. School Mathematics Project, 1977.

A Snover, Stephen L. and Spikell A. The Role of Programmable Calculators and Computers in Mathematical Proofs. Mathematics Teacher 71: 454 - 750; December 1978.

A Snover, Stephen L. and Spikell, Mark A. How to Program Your Programmable Calculator. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1979.

A Stephens, Max. Developing Classroom Materials Utilising Minicalculators. Australian Mathematics Teacher 34: 129 - 140; October 1978.

R Sutherlin, William Norman. The Pocket Calculator: Its Effect on the Acquisition of Decimal Estimation Skills at Intermediate Grade Levels. (University of Oregon, 1976). Dissertation Abstracts International 37A: 5663; March 1977.

R Suydam, Marilyn N. Electronic Hand Calculators: The Implication for Pre-College Education. Final Report, National Science Foundation, February 1976. ERIC 127 205, ED 127 206.

R Suydam, Marilyn N. (editor). Investigations with Calculators: Abstracts and Critical Analyses of Research. Columbus: Calculator Information Center, The Ohio State University, January/June 1979. ERIC: ED 170 134, ED 171 585.

A Suydam, Marilyn N. Calculators: A Categorized Compilation of References. Columbus: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education, June 1979. ERIC: ED 171 572.

R Szetela, Walter. Hand-Held Calculators and the Learning of Trigonometric Ratios. Journal for Research in Mathematics Education 10: 111 - 118; March 1979.

A Teitelbaum, Eli. Calculators for Classroom Use? Arithmetic Teacher 26: 18 - 20; November 1978.

A (Texas Instruments). The Great International Math on Keys Book. Dallas: Texas Instruments Learning Center, 1976.

A Thiagarajan, Sivasailam and Stolvitch, Harold D. Games with the Pocket Calculator. Menlo Park, California: Dymax, 1976.

B Usiskim, Zalman. Are Calculators a Crutch? Mathematics Teacher 71: 412 - 413; May 1978.

A Vervoort, Gerardus and Mason, Dale. Calculator Activities for the Classroom. Toronto: Copp-Clark Publishing Co., 1977.

A Wavrik, John J. Programmable Calculators for Elementary Schools. Calculators/Computers 2: 53 - 55; November/December 1978.

R Weaver, J. F. Calculator-influenced Explorations in School Mathematics: Number Sentences and Sentential Transformations I, II. Project Paper 76 - 1. Madison: Wisconsin Research and Development Center for Cognitive Learning, January 1976. ERIC: ED 123 088.

R Weaver, J. F. Calculator-influenced Explorations in Scool Mathematics: A Further Investigation of Third-grade Pupils' Performance on Open Addition and Subtraction Sentences. Project Paper 76 - 3. Madison: Wisconsin Research and Development Center for Cognitive Learning, April 1976. ERIC: ED 123 089.

A Weaver, J. F. Calculators and Unary Operations. Project Paper 77 - 7. Madison: Wisconsin Rescarch and Development Center for Cognitive Learning, December 1977.

A Weaver, J. F. A Monadic Module Alias a Unary Unit. Calculators/Computers 2: 29 - 36; April 1978.

A Weaver, J. F. Some Monadic/Dyadic Combos. Calculators/Computers 2: 79 - 83; May 1978.

A Weaver, J. F. Calculators and Polynomial Evaluation. Madison: Winsconsin Research and Development Center for Individualized Schooling. July 1978. ERIC: ED 156 475.

R Weiss, Iris R. Report of the 1977 National Survey of Science, Mathematics, and Social Studies Education. Final Report, National Science Foundation. Research Triangle Park, North Carolina: Research Triangle Institute, Center for Educational Research and Evaluation, March 1978.
ERIC: ED 152 565

R Williams, David E. The Effect of the Use of the Mini-Calculator and an Associated Curriculum Supplement on Computational Skills and Attitudes Toward Arithmetic of Ninth-Grade Non-College Bound Students. Unpublished doctoral dissertation, Temple University, 1978.

R Williams, S. Irene and Jones, Chancey O. A Survey of the Use of Hand-Held Calculators in Advanced Placement Calculus Courses. Princeton, New Jersey: Educational Testing Service, 1979.

A Willson, William Wynne. Fractions by Calculators. Mathematics in School 7: 18 - 20; May 1978.

B Winkelmann, B. Taschenrechner und Fachdidaktik: Einige strategische Perspektiven. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik, Vol. 10, No. 3; 1978.

B Wynands, A. Ergebnisse einer Schuler-und Lehrerbefragung uber "Elektronische Taschenrechner (ETR) in der Schule". Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik Vol. 10, No. 1, 1978.

B Wynands, A. and Wynands U. Elektronische Taschenrechner in der Schule. Vieweg Braunschweig, 1978.

A Zwas; Gideon and Breuer Shlomo. Computational Mathematics. Tel Aviv: University Publishing Projects Ltd., Tel Aviv University, 1975.

B 1978 Buying Guide to Electronic Calculators. MAYTC Journal 12: 229 - 235; Fall 1978.

SECONDA GIORNATA - 2 OTTOBRE 1982 ore 9

Margherita Fasano Petroni - "Uso del calcolatore nel Biennio".

Questa relazione ha l'obiettivo di illustrare la situazione attuale, le problematiche e le prospettive dell'uso del calcolatore a livello di biennio nella scuola secondaria superiore.

Nel 1974, il Centro Educativo Europeo di Frascati, promosse un progetto a scala nazionale che coinvolse 60 insegnanti. L'obiettivo del progetto, basato su una proposta del prof. M. Fierli, era quello di sperimentare l'introduzione dell'informatica a livello di biennio.

E' stato il primo tentativo 'organizzato' per studiare, tra le altre cose, l'uso didattico di un calcolatore, in questo caso la P 652 della Olivetti.

Grande fu l'entusiasmo all'inizio; poi, per cause diverse, non ultima l'opzione di molti degli insegnanti coinvolti per altre fonti di lavoro più remunerative, soltanto in pochissime scuole o istituti per lo più sperimentali si è lavorato in modo sistematico, producendo materiale didattico, proposte, indicazioni.

Anche se questo tentativo non ha avuto seguito, ormai era scattata una molla, grazie anche al continuo sviluppo tecnologico e alla sua influenza sul mondo del lavoro e sulla vita di tutti i giorni.

E' impossibile dire quanti e quali siano le scuole e gli istituti che, attualmente, fanno uso del calcolatore per la didattica e in quale discipline. Sarebbe necessario un accurato censimento di cui, forse, l'UMI potrebbe farsi promotore.

Le informazioni che si possono avere tramite la documentazione che le scuole e istituti sperimentali inviano di anno in anno al Ministero della Pubblica Istruzione, ormai non sono più sufficienti. Spesso e in occasioni diverse, si viene a conoscenza di insegnanti che usano il calcolatore a volte in maniera spontanea e isolata, a volte collegandosi a gruppi CNR UMI.

Quantitativamente le esperienze a livello di biennio sembrano molto poche; l'impegno maggiore è nel triennio.

Bisogna sottolineare, però, che nonostante questa situazione, ciò che si è fatto e si continua a fare in questa fascia scolastica, è tale da consentirci di partecipare a convegni internazionali e di riconoscerci nelle impostazioni didattico-pedagogiche più avanzate.

Situazione attuale

Dalle informazioni che sono riuscita a raccogliere, le prospettive e le problematiche relative alla scelta dei calcolatori, ai linguaggi e alla metodologia da seguire sono ben delineate.

Per quanto riguarda la scelta del calcolatore, per motivi di costi e di strutture, in questa fascia scolastica si tende ad usare calcolatori di basso costo come le HP, le Texas e, dove ancora esiste, la P 652 della Olivetti. Tutte macchine con linguaggio di tipo povero.

Ultimamente, la tecnologia consente l'acquisto di macchine con linguaggio evoluto (basic), come le Casio e le Sharp, sempre a basso costo (circa 300.000 lire).

Questa duplice possibilità è oggetto di una vivace discussione sulla opportunità di ricorrere ad un linguaggio povero oppure un linguaggio evoluto, con ragazzi che iniziano ad usare il calcolatore in modo sistematico nella scuola.

Il problema non è banale: infatti, se da un lato si sostiene l'importanza di far "vedere" al ragazzo che cosa fa la macchina quando esegue un programma e quindi si sostiene l'utilità didattica in un linguaggio povero, dall'altro, tenendo conto che il rapido sviluppo tecnologico influenza non solo il funzionamento, ma anche l'architettura della macchina e la logica di programmazione, si afferma che è bene iniziare subito con un linguaggio che si discosti dalla macchina e non presenti particolari difficoltà di programmazione.

Su questo problema i gruppi che già lavorano sono nettamente divisi: quelli che gravitano nell'area milanese e di Torino si sono dimostrati più sensibili all'uso di un linguaggio evoluto, quelli di Genova e di Roma continuano a sostenere l'importanza di un linguaggio povero.

E' interessante osservare che alcuni esponenti dei gruppi "opposti" stanno arrivando a considerazioni comuni che si basano sulla consapevolezza che, forse, oggi non è più il caso di parlare né di basic né di linguaggi poveri, ma bisogna cominciare a pensare, anzi a studiare, l'efficacia didattica di un linguaggio come il Pascal. Le premesse sono incoraggianti, ma quanto tempo ci vorrà prima di poter acquistare macchine a basso costo con il Pascal?

Per quanto riguarda la metodologia, prevalentemente di tipo euristico, di problem solving e anche ludico, si riscontrano gli stessi criteri e le stesse finalità nei lavori dei vari gruppi:

- l'organizzazione logica di una sequenza di istruzioni e la messa a punto di un algoritmo possono costituire ottimi esercizi per lo sviluppo delle capacità logico-induttive e deduttive; si riconosce nella ricerca dell'algoritmo e nella sua rappresentazione uno dei momenti più im portanti ai fini educativi;

- il calcolatore può essere usato non solo come strumento di calcolo, ma anche e sopra tutto, come strumento 'dinamico', logico, che esige un grande controllo e può, pertanto, servire a disciplinare razionalmente l'attività intellettuale dei ragazzi;
- la messa a punto di programmi non banali pone il ragazzo in un atteggiamento di ricerca quindi non passivo nei confronti dell'insegnamento; un algoritmo, per sua natura, obbliga ad esplicitare ogni atto di pensiero eliminando possibili ambiguità nell'analisi di un problema;
- il calcolatore può costituire la motivazione per imparare a conoscere e 'dominare' semplici automi sequenziali che fanno parte della vita di tutti i giorni, favorendo l'integrazione tra scuola e realtà;
- l'attività con il calcolatore (o, più in generale, attività di tipo informativo) può dare un notevole contributo al conseguimento degli obiettivi delle materie curriculari a recupero di capacità non completamente sviluppate a livello di media inferiore;
- si presentano, con facilità, agganci interdisciplinari tra materie come matematica, scienze naturali, chimica, biologia, fisica e anche con materie umanistiche.

In questa ottica, l'acquisizione di un linguaggio di programmazione non è il solo obiettivo: infatti, si evidenzia l'importanza della parte legata agli algoritmi e alla loro descrizione, che se da un lato favorisce il raggiungimento di obiettivi, come lo sviluppo di capacità di osservazione, analisi e sintesi, che sono comuni anche alle altre discipline, dall'altro aiuta il ragazzo ad acquisire un modo di pensare che, in un futuro sempre più prossimo, sarà alla base della maggiore parte delle attività sociali.

Sia ben chiaro, però, che nessuno nega l'importanza dell'uso del calcolatore come strumento di calcolo.

Prospettive

L'immissione nel mercato dei microcomputers sta producendo i suoi effetti anche nel mondo della scuola.

Da una parte la possibilità di avere prestazioni come il video, maggiore capacità di memoria, stampanti a costi bassi senza per questo perdere nella qualità, spinge sempre di più a rivalutare nell'insegnamento della matematica, fisica e disegno, l'utilità didattica dell'aspetto grafico e applicativo di queste macchine.

Dall'altra si ripropone un tipo di tecnologia che risale a quella CAI e che ha l'obiettivo di produrre software didattico: in questo caso, il rapporto calcolatore-alunno non è più così esaustivo come nella tecnologia CAI anni 60, e il tipo di applicazioni, per la maggior parte dei casi, è orientato verso la simulazione, i momenti di verifica e l'introduzione di alcuni argomenti.

A livello di scuola secondaria questo tipo di applicazione incontra ancora diffidenze dovute a diverse impostazioni pedagogiche e alla ancora carente formazione tecnologica degli insegnanti.

Alcune case editrici stanno già preparando testi completati da dischetti di software didattico; è ormai vicino il momento in cui si potrà acquistare questo tipo di libri e si può ben immaginare l'influenza che questa nuova realtà avrà sull'insegnamento, sopra tutto se gli insegnanti non saranno debitamente preparati ad usarli non solo tecnicamente ma anche didatticamente.

Inoltre va segnalato che, a livello di biennio, si inizia a pensare e a realizzare (liceo Virgilio di Roma) applicazioni che utilizzino chips e nanocomputer. Ormai l'uso dei circuiti integrati comincia a trovare il suo spazio anche in questa fascia scolastica: l'obiettivo è quello di 'vedere' cosa c'è dentro un microcomputer e di esplorarne il funzionamento tramite semplici prove di laboratorio. In questo caso si ricorre al linguaggio macchina. E' una prospettiva che può sembrare avveniristica; in realtà si pensa già all'uso dei chips come ad un meccano, come a dei pezzi che, opportunamente collegati tra loro, permettono di realizzare determinati dispositivi.

Infine va segnalato che si sta prendendo sempre più coscienza che, per quanto sia importante saper usare in modo intelligente un calcolatore, esso è solo uno degli aspetti della informatica, anzi è solo un suo strumento. Ciò che è importante oggi, è di dare ai ragazzi le conoscenze di base che li aiutino a vivere in questo mondo di automazione dominando le macchine e non subendole.

L'informatica, ormai, è un fatto culturale e come tale va affrontato.

Giovanni Prodi - "Il calcolatore nell'insegnamento della matematica a livello della scuola secondaria superiore".

Questa relazione riguarda l'impiego del calcolatore per la formazione matematica o, più in generale, per la formazione scientifica. Non ci interessa, pertanto, l'addestramento all'utilizzazione professionale del calcolatore negli innumerevoli settori della vita economica, tecnologica e sociale di oggi.

Posto così il problema, è naturale chiedersi, in primo luogo, se il calcolatore ha nella matematica una funzione soltanto strumentale o se, invece, esso è espressione di idee nuove e concettualmente rilevanti. In breve, siamo portati a porre questa domanda preliminare: come è la matematica dopo l'avvento del calcolatore? E ancora: è restrittivo - a livello della scuola secondaria superiore - vedere l'informatica (cioé la scienza del calcolatore) come un capitolo della matematica anziché come disciplina autonoma?

1 - La matematica e il calcolatore. Penso che, per rispondere alle domande poste, si debba sottolineare fortemente il fatto che il calcolatore (a prescindere da certi suoi antenati in senso lato) non è nato dal mondo della tecnologia - come tanti sembrano ritenere - bensì dall'interno della logica e della matematica. Già negli "anni venti" era molto sentito fra i matematici il problema di dare forma precisa all'idea intuitiva di funzione calcolabile meccanicamente (o, come si diceva, "con legge ben determinata"). La risposta venne negli "anni trenta" in varie forme: ma fra tutte spicca per semplicità, eleganza e ricchezza di suggestioni, la macchina ideale di Turing, che è appunto, il prototipo dei nostri calcolatori.

Viene spontanea una considerazione di carattere generale: lo sviluppo della matematica - e, più in generale, delle scienze - è segnato da alcune scoperte che, una volta compiute, appaiono incredibilmente semplici, tanto da far meravigliare che non ci si fosse pensato prima ..., e che, tuttavia, cambiano completamente il quadro delle conoscenze e delle abitudini mentali, così che diventa persino difficile rendersi conto di quale poteva essere la mentalità di prima.

Osservando dunque l'assetto della matematica dopo l'avvento del calcolatore, si può fare una constatazione che è certamente ricca di conseguenze sul piano formativo e didattico: c'è una matematica costruttiva algoritmica (quella, appunto, che è il regno del calcolatore) e c'è una matematica che si potrebbe dire "Cantoriana" in cui si ammette l'esistenza di certi enti, prescindendo dalla possibilità di calcolarli (o costruirli). Non si tratta però di due parti affiancate: in realtà la prima (cioè quella costruttiva, o algoritmica) è immersa nella seconda, e non sarebbe neppure concepibile senza questa: ad esempio, le funzioni computabili non si possono studiare se non inserendole nell'ambiente più ampio di <u>tutte</u> le funzioni.

Mi sembra molto importante, per la formazione matematica, fare intravedere ai giovani questa prospettiva più ampia, anche perché possono rendersi conto che non è vero che "col calcolatore si fa tutto". Non è facile arrivare a questo perché, in generale, i giovani delle scuole secondarie superiori - anche se ormai annoiati dall'"insiemistica" - non hanno alcuna conoscenza di matematica "Cantoriana". Sarebbe immediato, una volta avute le prime nozioni sui numeri cardinali, capire che certi numeri reali - anzi, la grande maggioranza di essi - non sono "calcolabili", cioè non possono essere ottenuti come limiti di successioni costruite mediante algoritmi.

Ma, anche se non conoscono nulla di matematica "Cantoriana", gli allievi possono rendersi conto, attraverso la pratica del calcolatore, della differenza che c'è fra i teoremi di tipo costruttivo (cioè teoremi la cui dimostrazione può essere ricondotta alla costruzione di un algoritmo) e teoremi che sono intrinsecamente non costruttivi. Un esempio lampante è costituito dal "teorema degli zeri" da un lato e dal "teorema del massimo" dall'altro, per le funzioni continue definite in un intervallo. Entrambi si possono dimostrare con un procedimento di bisezione (cioè suddividendo l'intervallo in due intervalli di uguale ampiezza, e proseguendo così nella suddivisione dopo aver scelto uno dei due intervalli ottenuti ...). Ma, nel caso del "teorema degli zeri" si tratta, come è noto, di scegliere l'intervallo in cui si verifica un cambiamento di segno della funzione, nel caso del "teorema del massimo" si deve scegliere quello intervallo in cui l'estremo superiore della funzione si mantiene uguale a quello che essa ha in tutto l'intervallo originario. La prima operazione - che si riduce alla determinazione del segno della funzione - può essere considerata di tipo algoritmico (*), mentre la seconda non lo è.

Il fatto che un teorema sia dimostrabile in modo algoritmico è una circostanza molto interessante, che merita di essere segnalata ed, eventualmente, di essere seguita da un'attività sul calcolatore. Un esempio interessante è quello del teorema di Rolle (che è il teorema-chiave di tutto il calcolo differenziale "globale", cioè relativo ad un intero intervallo della retta reale). Le dimostrazioni tradizionali si basano sul teorema del massimo e perciò sono non-costruttive. Sorprende perciò il fatto che si possa trovare anche una dimostrazione algoritmica. Pur non potendo entrare nei dettagli, possiamo accennare all'idea su cui si fonda.

Diremo che una funzione f presenta un "cambiamento di tenden

(*) - Ammettendo, naturalmente, che la funzione f sia tale che si possa decidere per via algoritmica se è $f(x) \geq 0$, oppure $f(x) < 0$.

za" in un intervallo [a,b] se, detto c il punto di mezzo dell'intervallo, si ha $f(a)\leq f(c)$ e $f(c)\geq f(b)$, oppure $f(a)\geq f(c)$ e $f(c)\leq f(b)$. Ebbene, data una funzione f soddisfacente alle ben note ipotesi del teorema di Rolle in un assegnato intervallo, si può trovare una successione di intervallini, ciascuno contenuto nel precedente, di ampiezza infinitesima e tali che in ciascuno di essi si verifichi un "cambiamento di tendenza" per la f. Si dimostra che nell'unico punto comune a tutti gli intervallini la derivata di f si annulla.

L'insegnante deve però essere consapevole che non tutta l'analisi matematica può essere esposta in forma costruttiva: anzi, vi sono molti esempi di proposizioni che solo a livello non costruttivo possono essere formulate con tutta la loro generalità ed eleganza. Penso, ad esempio, a certi teoremi di esistenza che sono fondamentali per l'algebra, la topologia, l'analisi funzionale e che si basano in modo essenziale sull'assioma della scelta. Nessuno più contesta oggi la legittimità di questa matematica tipicamente "Cantoriana"; ma, nei primi decenni del nostro secolo, la resistenza verso queste proposizioni generali in nome di un costruttivismo più o meno esigente ha costituito una notevole remora al progresso della matematica.

2 - Un itinerario didattico. Se la scienza degli algoritmi e del calcolatore non deve assorbire tutta la matematica, ancor meno deve assumere il ruolo di materia a sé. Naturalmente, è ottima cosa che si facciano corsi di informatica per chi dovrà usare i calcolatori nelle fabbriche e nelle banche, o anche per il cittadino qualunque, che, in futuro, disporrà a domicilio di apparecchiature informatiche per vari usi. Come oggi tutti, o quasi tutti, hanno la patente per la guida dell'auto, così domani tutti do-

vranno essere abilitati all'impiego di queste apparecchiature.

Ma, dal punto di vista della formazione scientifica - che è appunto l'obiettivo di questa relazione - l'isolamento dell'informatica dalla matematica sarebbe un'operazione culturalmente e pedagogicamente errata.

Vorrei dunque tracciare un itinerario didattico per mostrare come la teoria e la pratica del calcolatore possono essere inserite in un corso di matematica, divenendone una componente essenziale, come quella algebrica, o quella geometrica, o quella probabilistica. L'itinerario che propongo - scandito in tre livelli - è largamente opinabile: può subire variazioni anche notevoli senza che ne sia alterata la sostanza.

I - In una prima fase, le nozioni di tipo algoritmico-informatico sono simultanee all'introduzione dell'algebra. Il concetto di espressione algebrica, nel suo aspetto formale, non è di facile comprensione (*): diventa più chiaro e più profondo se è preceduto dallo studio dei "grafi di calcolo" e dalla compilazione di programmi di calcolo.

Lo studio delle identità algebriche può essere talvolta stimolato da semplici quesiti sul calcolo, come: calcolare l'espressione

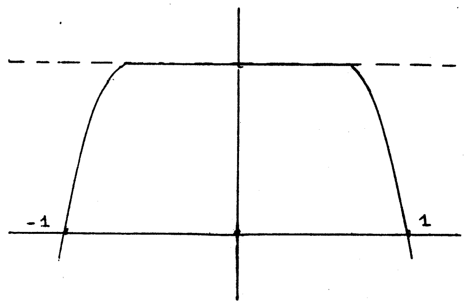
$$(x+a)^2-(y-b)^2$$

eseguendo una sola moltiplicazione.

Il calcolatore programmabile dà occasione ad un'attività molto interessante. Ad esempio, si può far tracciare per punti il grafico di un polinomio, dopo aver compilato il programma. A sua volta, il grafico

(*) - In realtà, la facilità con cui il calcolo algebrico viene appreso nell'insegnamento tradizionale è in gran parte illusorio. Come riprova si può prendere il "principio di identità dei polinomi": esso non solo è sconosciuto alla maggior parte degli allievi, ma pare anche estraneo alla cultura di non pochi autori di libri di testo.

si presta a molte osservazioni interessanti.
Un semplice esempio: si invita il ragazzo a tabulare la funzione razionale intera $(1-x)\cdot(1+x+x^2+\cdots+x^9)$ e a tracciarne il grafico.



Il ragazzo noterà che per molti valori interni all'intervallo [-1,1] i valori trovati differiscono ben poco da 1. Questa constatazione può stimolare alla ricerca di una semplificazione: alla fine, ci si ridurrà alla forma $1-x^{10}$.

Anche le costruzioni geometriche possono dare occasione ad un buon uso del calcolatore. Ad esempio: costruire, nel piano cartesiano, il simmetrico di un punto rispetto ad una retta fissata, costruire il cerchio passante per tre punti non allineati, costruire il raggio riflesso di un raggio assegnato su una retta assegnata ... .

Tutte le formule classiche possono essere tradotte in un programma di calcolo (formula risolutiva della equazione di 2° grado, formula di Erone per l'area del triangolo, formule elementari per la "risoluzione dei triangoli" ...).

II - Il secondo livello è quello della costruzione di successioni per ricorrenza. E' interessante far notare che il programma è, in un certo senso, il seme di tutta la successione; anche da un programma abbastanza breve può originarsi una successione molto varia e bizzarra. La costruzione delle successioni per ricorrenza favorisce molto la comprensione di un argomento ritenuto ostico, tanto da essere solitamente escluso dall'insegnamento secondario: quello delle dimostrazioni per induzione.

La costruzione delle successioni per ricorrenza è l'analogo nel discreto della soluzione del problema di Cauchy per le equazioni differenziali, e prepara il terreno in quella direzione. Maneggiando le successioni sul calcolatore, si compiono spontaneamente le prime osservazioni sul limite, e si possono condurre gli allievi alla ricerca di definizioni che inquadrino i comportamenti riscontrati. Occorre però che l'insegnante sottolinei che la definizione va oltre ciò che si vede sul calcolatore. Quando una successione converge (se la convergenza non è troppo lenta!) si osserva sul calcolatore lo stabilizzarsi di tutte le cifre fornite, in virtù della limitata capacità della macchina e del processo di arrotondamento, mentre, in generale, l'approssimazione procede indefinitamente.

In questa fase, si incontrano poi interessanti procedimenti di calcolo basati su successioni definite per ricorrenza: calcolo della radice quadrata col metodo di Erone, calcolo di π con il procedimento del Cusano, ecc... .

III - Il terzo livello è costituito dalla costruzione di algoritmi di tipo generale, comprendenti l'uso dei test per la biforcazione, per l'arresto del calcolo, l'uso dei sottoprogrammi, ecc.. Sul tipo di calcoli che si possono fare, o che conviene fare, non è il caso di dilungarsi.

L'analisi matematica fornisce tutta una serie di teoremi che si traducono immediatamente in algoritmi: risoluzione di equazioni (metodo di biforcazione, metodo di Newton, ecc...), di sistemi lineari (triangolazione ...) integrazione, risoluzione di equazioni differenziali. Vi sono poi gli algoritmi caratteristici dell'aritmetica (divisione con resto, massimo comune divisore ...).

Così abbiamo delineato un itinerario che non si limita a porre il calcolatore al servizio della matematica, ma mette in evidenza le idee più profonde dell'informatica.

3 - La complessità. Non vi è solo la distinzione fondamentale, introdotta all'inizio, fra procedimenti costruttivi e procedimenti non costruttivi. La pratica del calcolatore mette in evidenza che gli algoritmi non hanno tutti lo stesso grado di complessità; questo termine, a sua volta, può avere vari significati non facilmente confrontabili fra loro.

a) Lunghezza del programma. Fissato un certo calcolatore, i vari calcoli eseguibili richiedono una lista più o meno lunga di istruzioni. I ragazzi sono portati spontaneamente a gareggiare per ottenere il programma più corto. Quando si dispone di uno strumento molto limitato (come i calcolatori tascabili TI 57 o HP 25) la lunghezza del programma può essere una questione di vita o di morte: spesso si deve faticare per far entrare tutta la lista delle istruzioni nella memoria di programma. Una buona conoscenza della macchina permette di guadagnare qualcosa, ma evidentemente, fissata la macchina e assegnato un calcolo vi è un limite inferiore invalicabile per le lunghezze dei programmi che lo realizzano. Questa minima lunghezza è una misura molto interessante della complessità del calcolo.

b) La complessità temporale. L'esperienza dice che la lunghezza del programma non è ancora tutto: vi sono infatti programmi assai corti che possono dar luogo a calcoli lunghissimi. Consideriamo, ad esempio, la divisione con resto di a per b, eseguita con le successive sottrazioni. Se a è un numero molto grande, e b un numero molto piccolo il tempo di calcolo può diventare proibitivo. Si può cercare allora un algoritmo più veloce; tenendo presente che il calcolatore è in grado di eseguire le divisioni - con un certo errore - si potrà assumere $[\frac{a}{b}]$ (parte intera di $\frac{a}{b}$) come quo-

La costruzione delle successioni per ricorrenza è l'analogo nel discreto della soluzione del problema di Cauchy per le equazioni differenziali, e prepara il terreno in quella direzione. Maneggiando le successioni sul calcolatore, si compiono spontaneamente le prime osservazioni sul limite, e si possono condurre gli allievi alla ricerca di definizioni che inquadrino i comportamenti riscontrati. Occorre però che l'insegnante sottolinei che la definizione va oltre ciò che si vede sul calcolatore. Quando una successione converge (se la convergenza non è troppo lenta!) si osserva sul calcolatore lo stabilizzarsi di tutte le cifre fornite, in virtù della limitata capacità della macchina e del processo di arrotondamento, mentre, in generale, l'approssimazione procede indefinitamente.

In questa fase, si incontrano poi interessanti procedimenti di calcolo basati su successioni definite per ricorrenza: calcolo della radice quadrata col metodo di Erone, calcolo di π con il procedimento del Cusano, ecc... .

III - Il terzo livello è costituito dalla costruzione di algoritmi di tipo generale, comprendenti l'uso dei test per la biforcazione, per l'arresto del calcolo, l'uso dei sottoprogrammi, ecc.. Sul tipo di calcoli che si possono fare, o che conviene fare, non è il caso di dilungarsi.

L'analisi matematica fornisce tutta una serie di teoremi che si traducono immediatamente in algoritmi: risoluzione di equazioni (metodo di biforcazione, metodo di Newton, ecc...), di sistemi lineari (triangolazione ...) integrazione, risoluzione di equazioni differenziali. Vi sono poi gli algoritmi caratteristici dell'aritmetica (divisione con resto, massimo comune divisore ...).

Così abbiamo delineato un itinerario che non si limita a porrendere indipendenti dalla particolare macchina che si impiega. Naturalmente, a livello della scuola secondaria superiore non si può andare al di là di qualche osservazione scaturita dall'esperienza. Tuttavia è importante far notare che anche nel calcolo non si possono ottenere risultati senza l'impiego di risorse. Insomma, occorre avere riguardo all'informazione una mentalità analoga a quella che si ha per l'energia (anche se, fra i due concetti, vi sono evidenti differenze).

4 - Probabilità e calcolo. Mi pare importante riflettere un poco sui rapporti che sussistono fra il calcolo (inteso sempre nei suoi aspetti teorici e pratici) e la probabilità, sempre a livello della scuola secondaria superiore. Si tratta, ovviamente, di considerazioni piuttosto avveniristiche perché sia la probabilità (e con essa la statistica) che il calcolo non hanno attualmente quasi alcun posto nell'insegnamento corrente.

Un primo aspetto, abbastanza ovvio, riguarda l'utilizzazione del calcolatore in problemi di probabilità e di statistica. Il calcolatore permette di realizzare rapidamente calcoli statistici che risulterebbero lunghi e noiosi se fatti a mano. Vi è un ampio arsenale di problemi in cui il calcolatore è uno strumento efficace: ad esempio è interessante calcolare le successive probabilità per una catena di Markov finita, con un semplice procedimento ricorrente.

Ma il rapporto fra calcolo e probabilità ha aspetti più profondi e suggestivi. Cominciamo con il sottolineare che il calcolatore, malgrado il suo funzionamento rigidamente deterministico, si presta a simulare fenomeni casuali. Sono ben note le successioni pseudocasuali, che possono essere generate con programmi molto semplici; molto diffuso è il metodo lineare-congruenziale, basato su una legge di ricorrenza del tipo:

$$x_{n+1} \equiv bx_n + c \pmod{m}$$

ziente e $a-[\frac{a}{b}]b$ come resto. L'algoritmo è molto più veloce, ma occorrerà fare in modo che l'errore con cui è valutato $\frac{a}{b}$ rimanga entro limiti tollerabili.

Fissata una macchina e un certo tipo di calcolo, si può cercare di minimizzare il tempo che si deve impiegare per realizzarlo. Si arriva così, anche se in modo un po' troppo empirico, all'idea di complessità temporale di un calcolo. L'importanza della complessità temporale si coglie facilmente. Ad esempio, un calcolo che abbia come scopo una previsione metereologica deve essere realizzato molto rapidamente: una funzione del tempo che non arrivi con un certo anticipo è del tutto inutile!

I calcolatori tascabili sono piuttosto lenti, e mettono bene in evidenza le limitazioni relative alla complessità temporale di un calcolo. In certi casi l'insegnante dovrà pianificare con cura il lavoro col calcolatore in modo che, ad esempio, impostato il calcolo all'inizio della lezione e svolte eventualmente altre attività; si possa ritornare al calcolatore per ottenere i risultati prima della fine della lezione.

c) La complessità di memoria. Un'altra misura della complessità è fornita dall'ingombro di memoria. Se ad esempio, si volesse realizzare il crivello di Eratostene per la ricerca dei numeri primi, ci si troverebbe ben presto di fronte ad un enorme ingombro di memoria (dal momento che, per decidere se n è primo, si deve constatare che esso non è divisibile per alcuno dei numeri primi precedenti, fino alla soglia di $\sqrt{n}$).

Abbiamo così fatto un rapido cenno al problema della complessità: in realtà, per avere definizioni soddisfacenti avremmo dovuto riferirci non ad un singolo problema, bensì ad una famiglia di problemi. Inoltre, sarebbe d'obbligo far vedere come certe nozioni di complessità si possono rendere indipendenti dalla particolare macchina che si impiega. Naturalmente, a livello della scuola secondaria superiore non si può andare al di là di qualche osservazione scaturita dall'esperienza. Tuttavia è importante far notare che anche nel calcolo non si possono ottenere risultati senza l'impiego di risorse. Insomma, occorre avere riguardo all'informazione una mentalità analoga a quella che si ha per l'energia (anche se, fra i due concetti, vi sono evidenti differenze).

4 - Probabilità e calcolo. Mi pare importante riflettere un poco sui rapporti che sussistono fra il calcolo (inteso sempre nei suoi aspetti teorici e pratici) e la probabilità, sempre a livello della scuola secondaria superiore. Si tratta, ovviamente, di considerazioni piuttosto avveniristiche perché sia la probabilità (e con essa la statistica) che il calcolo non hanno attualmente quasi alcun posto nell'insegnamento corrente.

Un primo aspetto, abbastanza ovvio, riguarda l'utilizzazione del calcolatore in problemi di probabilità e di statistica. Il calcolatore permette di realizzare rapidamente calcoli statistici che risulterebbero lunghi e noiosi se fatti a mano. Vi è un ampio arsenale di problemi in cui il calcolatore è uno strumento efficace: ad esempio è interessante calcolare le successive probabilità per una catena di Markov finita, con un semplice procedimento ricorrente.

Ma il rapporto fra calcolo e probabilità ha aspetti più profondi e suggestivi. Cominciamo con il sottolineare che il calcolatore, malgrado il suo funzionamento rigidamente deterministico, si presta a simulare fenomeni casuali. Sono ben note le successioni pseudocasuali, che possono essere generate con programmi molto semplici; molto diffuso è il metodo lineare-congruenziale, basato su una legge di ricorrenza del tipo:

$$x_{n+1} \equiv bx_n + c \pmod{m}$$

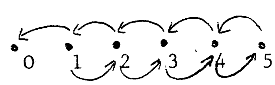
Se gli interi b, c, m sono scelti in modo opportuno (*), si può ritenere che il procedimento fornisca una successione x_n di interi presi a caso fra 0 ed m-1. La successione $\frac{x_n}{m}$ fornisce valori dell'intervallo [0,1] che si possono considerare casuali, con densità di probabilità costante.

Le successioni pseudocasuali offrono la materia prima per simula re situazioni probabilistiche: lo scopo può essere quello di cogliere dal vivo il fenomeno aleatorio, oppure di risolvere un problema che risulti troppo difficile per impostazione teorica o per calcoli. (Qualcuno pensa anche di introdurre i primi concetti probabilistici con il metodo della simulazione, cosa che personalmente non mi sembra opportuna).

E' interessante, ad esempio, simulare una partita a "testa o croce" fino alla rovina di uno dei due giocatori. Si potrà confrontare la durata media della partita, calcolata teoricamente, con quella riscontrata in una serie di prove.

Analogamente, si può realizzare una passeggiata a caso sulla semiretta degli interi, con questa legge di transizione

$$n \begin{cases} \nearrow n+1 & \text{con probabilità } \frac{1}{2} \\ \searrow n-1 & \text{con probabilità } \frac{1}{2} \end{cases}$$



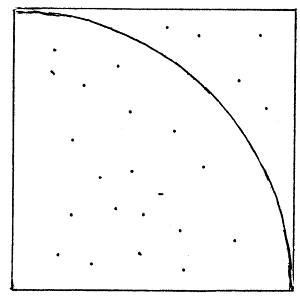
Supponiamo che il punto iniziale sia 1 e che la passeggiata si arresti una volta raggiunto il punto 0. La teoria ci dice che la probabilità di giungere al punto 0 è 1, e tuttavia la variabile aleatoria "numero dei passi" ha valore medio + ∞. In una serie di prove col calcolatore il numero dei passi della passeggiata è stato il seguente:

1, 1, 5, 823, 41, 1, 3 ...

(*) - Vd. Knuth The art of Computing. Addison - Wesley 1969.

Il passaggio dalle simulazioni probabilistiche al "Metodo Montecarlo" è quasi impercettibile: si tratta semplicemente di spostare l'interesse su un problema di calcolo, di cui viene cercato un'opportuno modello probabilistico.

Uno degli esempi più elementari è dato dal calcolo dell'area del cerchio, o se vogliamo, dal calcolo di π mediante l'estrazione di numeri a caso. Utilizzando una successione pseudocasuale z_n uniformemente distribuita in $[0,1]$, consideriamo la successione di punti

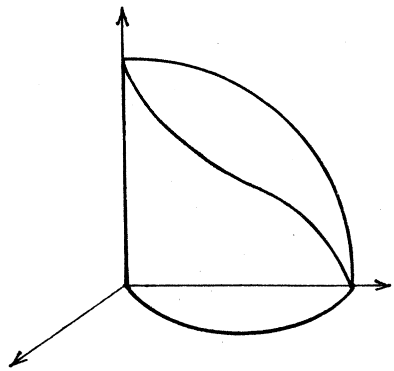


$$P_n \leftrightarrow (Z_{2n}, Z_{2n+1}).$$

Confidando che, nella nostra successione pseudocasuale si abbia indipendenza fra due successive estrazioni, si potrà ritenere che la successione P_n sia uniformemente distribuita nel quadrato $0\leq x\leq 1$, $0\leq y\leq 1$. Allora, la frequenza relativa dei punti che cadono nel settore circolare $x^2+y^2\leq 1$ ci darà un valore approssimato per l'area di questo, cioè per $\frac{\pi}{4}$.

Il risultato potrà essere deludente per gli allievi, perché occorrerà qualche migliaio di prove per avere π con due cifre decimali esatte; il contrasto con la rapidità e la precisione del metodo del Cusano sarà stridente. Però il vantaggio del "Metodo Montecarlo" apparirà evidente nel calcolo di aree e volumi di regioni piuttosto complicate per cui gli ordinari metodi infinitesimali non si possono applicare, o diventano praticamente inutilizzabili.

Ad esempio, è facilissimo programmare il calcolo del volume del solido di Viviani (intersezione, come si sa, di una sfera con un cilindro che passa per il centro della sfera e ha diametro uguale al raggio



della sfera).
In questo caso, il calcolo del volume è ancora possibile con gli strumenti dell'analisi; ma il Metodo Montecarlo si applica altrettanto bene in casi in cui i metodi dell'analisi falliscono: ad esempiò, sarebbe facile calcolare il volume del solido ottenuto intersecando una sfera con un cilindro qualsiasi. E' anche facile, per questa via, estrapolare certi concetti, e i relativi procedimenti di calcolo: ad esempio, partendo dal calcolo dell'area del cerchio col metodo Montecarlo si potrebbe definire e calcolare il volume della sfera unitaria in uno spazio 4-dimensionale ... .

E' da sottolineare però anche questa circostanza: il "Metodo Montecarlo" non fornisce un risultato certo, ma solo un risultato probabile. (Ad esempio, nel caso del calcolo di π, si potrebbe calcolare facilmente la probabilità che il risultato ottenuto sia approssimato o meno di 10^{-2}). Negli ultimi anni si è portata molto avanti questa idea veramente interessante: sostituire un calcolo preciso, ma molto complesso (anzi, spesso impraticabile) con un calcolo assai più agile, che però è in grado di dare il risultato cercato non con certezza, ma solo con un elevato grado di probabilità.

Il tema è così interessante che merita un cenno. Supponiamo di voler indagare se un certo numero n, molto grande, è primo. I metodi tradizionali esigono una complessità di calcolo scoraggiante. Vi è però la possibilità di introdurre un certo test (*), che indicheremo con $W_n(b)$, in cui interviene come parametro un intero b compreso fra 1 ed n; non ci interessa, in questa sede, la formulazione precisa del test (**); basterà dire che se il numero è primo, esso dà certamente risultato negativo, mentre, se n è composto, esso risulta sensibile, cioè dà risultato positivo per il 75% dei numeri b, almeno.

Preso un intero n, scegliamo k numeri a caso compresi fra 1 ed n, e assumiamoli come valori del parametro b nel test $W_n(b)$. Supponiamo che tutte le volte il nostro test dia un risultato negativo; allora è ragionevole proclamare n primo: la probabilità di sbagliare (cioè la probabilità che n sia invece composto) è dell'ordine di $(\frac{1}{4})^k$ (***).

Se prendiamo, ad esempio, k=200, otteniamo una probabilità di errore dell'ordine di 10^{-120}, cioè enormemente piccola. Insomma: il margine di errore è paragonabile a quello delle leggi statistiche della termodinamica, leggi che noi assumiamo come vere, ai fini di tutte le nostre esigenze pratiche.

(*) - Vd. M.O. Rabin - Probabilistic Algorithm for testing primality. Journal of number theory 12, 128-138 (1980).

(**) - Il nocciolo del test $W_n(b)$ di Rabin proviene dal ben noto teorema di Fermat, che dice: se n è primo ed è $b<n$ si ha

$$b^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}.$$

(***) - Esattamente, da un punto di vista Beyesiano, questa probabilità si può valutare come non superiore a

$$\frac{\log n}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^k$$

infatti, il teorema sulla distribuzione asintetica dei numeri primi ci porta ad assumere uguale a

$$\frac{2}{\log n}$$

la probabilità "a priori" che un intero (dispari) sia primo.

5 - Considerazioni pedagogiche e didattiche. Con l'impiego del calcolatore, l'insegnamento della matematica potrà entrare in una nuova fase, in cui la componente del fare e del toccare con mano sarà molto più forte che in passato. Così l'insegnamento della matematica, pur conservando tutta la sua originalità, potrà diventare un po' più simile a quello delle scienze sperimentali. Questa idea deve essere chiarita, perché rischia di essere fraintesa. La matematica ha sempre presentato meravigliose occasioni di fare (come nella attività di risolvere problemi) ma quasi sempre a livello molto elevato. Anche gli enti matematici più astratti (come quelli della matematica "Cantoriana") possono essere maneggiati come esseri non solo esistenti, ma quasi familiari: però sono pochi coloro che arrivano a questo livello. Fra gli allievi, non sono molti quelli capaci di muoversi con una certa familiarità nel livello di astrazione, che pure sarebbe appropriato ad una scuola secondaria superiore; pertanto, nella prassi attuale il fare matematica si riduce quasi sempre alla risoluzione meccanica di gruppi di esercizi dello stesso tipo, fino ad indurre riflessi condizionati. (Come si può chiaramente evincere dai più diffusi libri di testo dei nostri licei).

Invece l'operare con il calcolatore introduce un livello intermedio in cui l'astrazione e l'attività logica, sono sempre legate a qualcosa di reale e di verificabile. Chi ha pratica con l'uso matematico del calcolatore mi capirà facilmente: anche la compilazione di un semplicissimo programma ha sempre qualche risvolto interessante e non banale; spesso si aprono più strade, tra cui occorre scegliere con un certo discernimento. Insomma, si tratta di un livello di intelligenza largamente popolare, ma che, specialmente se confrontato con l'attuale prassi dell'insegnamento della matematica, è pur sempre degno di rispetto.

Il calcolatore consente di utilizzare più facilmente quell'operazione mentale - frequente in tante attività umane e nelle scienze sperimentali, ma poco comune nell'insegnamento della matematica - che è il fare congetture e metterle alla prova. Quindi l'uso del calcolatore si inquadra molto bene nell'"insegnamento per problemi", e fornisce un'ampia messe di problemi non banali, e tuttavia accessibili. Si deve infatti rilevare che molti giovani sono dotati di un'intelligenza prevalentemente pratica: sanno ragionare, ma solo su un modello concreto; sono i giovani per cui il permanere sui banchi della scuola dopo l'adolescenza rischia di avere effetti disastrosi. Ebbene, per tutti questi giovani si può sperare che il calcolatore costituisca un'occasione importante di ricupero alla matematica. Parlo di ricupero anche riguardo all'astrazione e alle capacità logiche: basta pensare all'uso dei test nei programmi: al loro impiego in congiunzione, in disgiunzione, ecc ... .

D'altra parte, il calcolatore può insegnare molto anche agli allievi più intelligenti: la costruzione di certi algoritmi richiede molta riflessione e creatività, non meno della dimostrazione di certi teoremi. Ma, anche gli aspetti più modesti di questa attività possono essere molto formativi: nel programma occorre essere attenti, ordinati, pazienti; assumere un po' di queste doti non guasta, nemmeno per gli allievi più intelligenti.

L'attività col calcolatore permette di conoscere meglio la personalità degli allievi: ci sono quelli, più creativi, che non sopportano di copiare un programma altrui, ma vogliono fare tutto da sé; altri, invece, che si sentono appagati quando hanno messo assieme una bella raccolta di programmi presi da varie parti. Ci sono poi gli allievi "aggeggioni", quelli che sono affascinati soprattutto dalla macchina in se stessa.

Ho detto che il calcolatore suggerisce una ampia serie di problemi di media difficoltà. Ritengo che questi problemi dovrebbero prendere nella scuola secondaria superiore il posto d'onore che per tanto tempo è stato tenuto dai problemi di secondo grado. Il successo così duraturo dei problemi di secondo grado deriva dalla naturalezza e dall'eleganza degli strumenti consentiti: la riga e il compasso. Il nuovo strumento dovrebbe essere il calcolatore; la prova richiesta dall'allievo dovrebbe essere la costruzione di un algoritmo che risolva un problema assegnato. Naturalmente, questo tipo di problema non dovrebbe essere esclusivo; ogni esagerazione è dannosa: nell'insegnamento tradizionale si è spesso esagerato con il culto dei problemi di secondo grado. Del resto, nella prima parte di questa esposizione ci siamo ampiamente cautelati, insistendo sul fatto che non tutta la matematica è algoritmica.

Ma se è così importante il ruolo del calcolatore, a quale tipo di calcolatore intendiamo concretamente riferirci? E' chiaro da quanto precede che le nostre simpatie vanno tutte ai calcolatori tascabili, programmabili in linguaggio-macchina. I difetti di questi calcolatori (scarsità di memoria, minuziosità di programmazione), al livello didattico in cui ci siamo posti si traducono in altrettante virtù.

Paradossalmente, dal nostro punto di vista il pericolo non è quello della povertà, ma quello della abbondanza: uno strumento eccessivamente potente è dispersivo e invita a giocherellare piuttosto che a pensare. Sarebbe invece importante passare allo strumento più potente solo dopo avere esaurito le possibilità di quello più limitato.

Si può facilmente prevedere che le industrie del settore informatico eserciteranno sulla scuola una influenza che non ha precedenti nel passato; gli insegnanti e gli educatori dovrebbero prendere iniziative per orientare i prevedibili mutamenti in senso positivo per l'insegnamento.

* * *

Concludendo: l'insegnamento della matematica può trovare nel calcolatore una risorsa di straordinaria vitalità e freschezza. Occorre operare seriamente e rapidamente per non lasciare cadere questa preziosa occasione.

Bibliografia Essenziale

B.A. TRAKHTENBROT - Algoritmi e macchine calcolatrici automatiche.
Progresso Tecnico Editoriale - (Milano).

F. LUCCIO - La struttura degli algoritmi.
Boringhieri - (Torino).

G. CORTINI e M. FASANO - "Fisica e matematica con il calcolatore tascabile".
Loescher - (Torino).

INTERVENTI NEL DIBATTITO

Boscia Renato

"Sono state introdotte, a livello di biennio del Liceo Scientifico, la Texas 57 e la Texas 59 con stampante, quest'ultima solo a scopo dimostrativo.

Con una macchina tipo Texas 57, se non si pretendono programmi completamente automatizzati, si possono fare moltissime cose, già a questo livello: calcolo di radici quadrate, grafici di funzioni, risoluzione di equazioni, algoritmi per la determinazione di numeri primi, calcolo combinatorio, studio di successioni, calcolo approssimato di π, studio di modelli di simulazione di specie in competizione, ecc..

Per problemi tipo il calcolo di π (con successivi poligoni inscritti in una circonferenza) è opportuno fare in modo che i ragazzi si accorgano che esistono formule equivalenti dal punto di vista teorico, ma non dal punto di vista del calcolo numerico (per gli errori di approssimazione).

Lo studio dei modelli di simulazione può essere fatto semplicemente alle differenze finite per poi essere ripreso, negli ultimi anni, con le equazioni differenziali.

A questo riguardo è ancora utile la calcolatrice programmabile per un approccio al calcolo differenziale e integrale: basta pensare al calcolo della pendenza di una curva, tramite le successive posizioni delle rette che si avvicinano alla retta tangente, o al calcolo dell'area sotto una curva, addizionando effettivamente le varie aree dei trapezi nei quali la superficie è stata approssimativamente scomposta.

Ragazzi con altre macchine hanno tradotto per esse i programmi studiati per la TI 57.

I precedenti programmi sono stati adattati ad un microcomputer, il Sinclair ZX 81 (che attualmente si può ritenere il corrispondente della Texas 57 dalla parte dei microcomputer), ed è allo studio un'eventuale introduzione (anche solo parziale) in classe".

Sargenti Ada

Per ulteriore informazione e precisazione di quanto già detto sul lavoro che si sta svolgendo in Piemonte, e in particolare a Torino, nei riguardi dell'insegnamento dell'Informatica all'interno dei curricoli delle varie discipline, è da segnalare l'impegno che in questo senso l'IRRSAE Piemonte ha dimostrato dal 1980 in poi, sia per il problema dell'aggiornamento dei docenti, specialmente quelli di Scuola Secondaria Superiore, che per la loro sensibilizzazione verso le questioni connesse alla diffusione dell'Informatica stessa.

I corsi di aggiornamento, che si sono svolti per la prima volta nell'anno scolastico 1980-'81, e che si stanno attualmente ripetendo, sono indirizzati provvisoriamente ad insegnanti di Scuole Secondarie Superiori di tutte le discipline e coprono due livelli di interesse: il primo di informazione culturale di base (introduzione all'informatica, introduzione alla programmazione); l'altro di approfondimento più specifico (uso delle calcolatrici tascabili - programmabili e non -, modelli e simulazione, applicazioni dell'elaboratore allo studio della linguistica, applicazioni dell'elaboratore alla statistica).

La partecipazione e l'interesse dei docenti è stato notevole, il che sta a dimostrare l'esigenza degli insegnanti di poter seguire corsi di aggiornamento organizzati in modo qualificato. E' pur vero, come é stato detto in questa sede, che per imparare ad usare una calcolatrice tascabile l'insegnante può servirsi del manuale di istruzioni, ma è anche vero che da un corso finalizzato all'uso del calcolatore nella didattica il docente riceve una sicurezza maggiore per il suo insegnamento futuro.

E' stata preoccupazione dell'IRRSAE fare in modo che i corsi non rimanessero un episodio isolato, ma da essi partissero delle proposte didattiche che in alcune scuole incominciano ad essere realizzate; si sono inoltre formati gruppi di ricerca, di cui uno si serve della banca dati del Centro di Calcolo della Regione, ma gli altri lavorano su strumenti meno sofisticati, come calcolatrici tascabili e microelaboratori, nell'ambito della didattica della Matematica, delle Scienze integrate ed anche in un'ottica interdisciplinare.

Infine alcuni docenti che hanno partecipato ai precedenti corsi hanno fatto una revisione critica di quanto fatto in essi, modificandoli in parte per renderli ancora più aderenti alle esigenze didattiche e sono diventati essi stessi docenti degli attuali corsi.

Per concludere: si è parlato in questa sede di altri corsi di aggiornamento. Mi sembra importante sottolineare come in questo senso proprio l'IRRSAE, che è l'organo deputato all'aggiornamento dei docenti, si sia fatto carico, con l'appoggio e la collaborazione anche degli assessorati alla Cultura della Regione Piemonte e all'Istruzione della Provincia di Torino, del problema di sensibilizzare i docenti all'introduzione dell'Informatica nella didattica come cultura di base.

Speranza Francesco

Le innovazioni, anche quando sono già sperimentate, faticano a farsi strada nella programmazione scolastica: ciò vale anche per i cal colatori, anche se, paradossalmente, essi sono già fisicamente presenti nelle cartelle di molti allievi. Occorre far superare agli insegnanti le barriere psicologiche che si oppongono alla loro introduzione nell'atti- vità didattica: occorre anche studiare una strategia globale per i vari ordini scolastici.

Abbiamo assistito a sperimentazioni nelle quali si introduco- no calcolatori abbastanza sofisticati nella scuola dell'obbligo. Senza vo ler negare la validità di queste sperimentazioni, crediamo sia opportuno fissare un "tetto" piuttosto prudente per ciascun livello scolastico (sen za escludere ulteriori sperimentazioni più avanzate).

Anche per venire incontro alle perplessità di molti insegnan- ti, riteniamo opportuno puntare soprattutto sugli aspetti formativi: in linea di massima, preferiamo che gli allievi siano sollecitati a usare i calcolatori in modo intelligente, piuttosto che a impadronirsi di tecni- che avanzate di calcolo. In quest'ordine d'idee, non è necessario avere a disposizione calcolatori molto sofisticati.

Nella Scuola elementare si possono introdurre attività, anche di gioco, che cominciano a preparare all'uso dei calcolatori: si faranno riflettere i bambini su alcuni aspetti significativi dell'hardware e del software. Si deve evitare che si formi il "mito della macchina", che do- vrebbe far tutto senza impegno da parte dell'operatore (dopo tutto, questa è proprio l'obiezione che più spesso viene fatta dagli insegnanti).

In quest'ordine d'idee, abbiamo sperimentato alcune unità di- dattiche di avvio ai calcolatori. Abbiamo presentato in modo molto sempli ficato la struttura di un calcolatore, e abbiamo assegnato a ogni bambino un ruolo: unità aritmetica, memoria, eccetera. Assegnato un semplice problema, si sono precisate le istruzioni da assegnare al calcolatore, e si è discusso il funzionamento delle varie parti. Inizialmente i problemi richiedevano l'uso di un solo registro di memoria, poi siamo passati a problemi più complessi (anche i classici problemi delle elementari si prestano a una utilizzazione intelligente). Abbiamo anche avviato i bambini alla rappresentazione mediante diagrammi di flusso.

Intendiamo proseguire su questa linea per affiancare a queste attività l'uso effettivo del calcolatore. Attraverso i diagrammi di flusso si arriverà anche al calcolo coordinato di operazioni (espressioni con parentesi come risolutrici di problemi), insistendo in modo particolare sull'ordine delle operazioni. Conviene anche utilizzare i "tasti funzione", e mettere in evidenza la diversità fra operazioni binarie e operazioni unarie (funzioni).

Per quel "tetto minimo" di cui si parlava, l'uso effettivo del calcolatore va iniziato fra il termine della Scuola Elementare e l'inizio delle Scuole Medie. Riteniamo utile che i ragazzi operino con calcolatori di tipo diverso (anche più deboli di quello al quale sono abituati): questo per non bloccarsi su un solo tipo, e per fruire dei vantaggi del "polilinguismo": perciò sono utili calcolatori con o senza parentesi, e calcolatori con la scrittura polacca.

Nelle scuole superiori va distinta la Matematica dell'area comune da quella riservata a particolari indirizzi. Nella prima è utile una maggiore riflessione sul funzionamento dei piccoli calcolatori (che può essere un modo per completare il raggiungimento del pensiero formale). Sempre nell'area comune è bene utilizzare semplici programmi, che presentino sia salti condizionati sia salti incondizionati. A nostro parere questo deve far parte di quel minimo di competenza matematica da richiedersi a tutti i diplomati.

Nei corsi di indirizzo debbono invece apparire i linguaggi di programmazione, anche specializzati a seconda degli indirizzi.

Vene' Michelotti Margherita

Quasi tutti i bambini, ormai, posseggono un calcolatore, dal più semplice al più complicato: con esso si eseguono molto rapidamente e senza errori i compiti di aritmetica. In generale non hanno difficoltà nell'impostare semplici operazioni sul calcolatore, perché "sulla tastiera c'è scritto tutto" e neppure a passare da una tastiera ad un'altra (purché si tratti di notazione AOS, ma anche il passaggio della AOS alla RPN e viceversa non presenta di regola grossi problemi). Lo spunto per introdurre concetti matematici può nascere dai primi errori o dimenticanze che i bambini compiono giocando a ruota libera con la macchina. C'è sempre qualcuno che, dopo aver battuto, ad es. 2+3 si dimentica di pigiare il tasto "=" e sul visore non compare nulla. Invitiamoli a riflettere: schiacciare l' = significa semplicemente impartire un ordine o si opera una trasformazione?

Si può così definire in modo rigoroso ma elementare il concetto di operazione e "vedere" che la macchina esegue solo operazioni corrette:

0:4=0 4:0 = ERROR

12:3=3 se eseguo 12:3=4-3=1 è corretto, mentre

12:(2-3) = ERROR

Anche le proprietà delle operazioni risultano più evidenti: schiacciare prima un tasto e poi un altro o viceversa è la prova tangibile della proprietà commutativa: la somma ed il prodotto danno anche lo stesso risultato mentre non è così per la sottrazione e la divisione; analogamente per la proprietà associativa. Con riferimento ad una Texas TI 30, si può utilizzare anche il tasto STO della memoria per arrivare al calcolo di semplici espressioni del tipo:

(1) (2+3)X5+(4+2)X6

(2) ((200+300):5-2X(3+6)):2

Si mette così in evidenza l'importanza delle parentesi ai fini di chiarire l'ordine esatto dell'esecuzione delle operazioni.

E' utile fare costruire prima i flow-chart che li obbliga prima a capire a fondo il problema presentato e poi ad esprimere con chiarezza le varie fasi che conducono alla risoluzione.

I bambini stessi, dopo aver giocato con le quattro operazioni a lungo, di solito chiedono a cosa servono e cosa significano gli altri tasti, per es. 1/X, X^2, Y^X,... Il tasto 1/X si può introdurre dopo la presentazione delle frazioni. I bambini trovano, in generale, strano che la macchina non le "scriva", ma imparano subito che per avere il valore numerico corrispondente, ad es., a 3/4 basta impostare 3:4, mentre se al numeratore c'è 1 basta pigiare 1/X. Esercizi di questo tipo:

21/X = 0,5 0;5 1/X = 2

31/X = 0,333... 3:11 = 0,2727...

3:6 = 0,5

evidenziano che: a) il reciproco del reciproco è il numero stesso; b) le frazioni sono proprio numeri e non "fette di torta"; c) talvolta sono nu meri strani, senza fine. Con il tasto X^2 ed in seguito Y^X si possono introdurre le potenze a base ed esponente naturale. L'utilità di definire tali operazioni non è fine a se stessa: con l'uso dei tasti $1/X$ e X^2 i bambini si fanno un concetto operativo di funzione mentre il tasto Y^X ribadisce l'idea di operazione (funzione a due argomenti). Naturalmente ci sono altri tasti che potrebbero dare esempi in tal senso.

Col calcolatore si può tentare di introdurre i numeri negativi, esso, infatti non si rifiuta di eseguire 2-5 e dà anche il risultato...

I bambini sono sempre disponibili ad accettare cose nuove ed amano servirsi delle macchine: Daltanius, Jeeg-Robot, Baby-Junior, ed anche il più vecchio Batman vivono fra macchinari e computer che richiamano nella forma i più terrestri calcolatori, e per un bimbo servirsi di esso è come essere vicino all'eroe preferito.

Sono inoltre intervenuti nel dibattito i Proff.ri Pennisi, Andronico, Del Sedime, Baero, Böhm, Rossetto, Canetta, Pintacuda, De Simone, Valentini, Valabrega, Morelli, Furinghetti, Rabuzzi, Bertoluzza, Torsi, Torelli.

P. Boero - "I calcolatori e la formazione matematica nella Scuola dello obbligo".

1. - I calcolatori, le nuove tecnologie, i bambini, gli insegnanti

I calcolatori sono parte di una evoluzione più generale delle tecnologie; questa evoluzione coinvolge i bambini in modo esplicito (soprattutto come "mito" di quello che possono fare le macchine alimentato dai fumetti e dalla TV) e in modo inconsapevole ma profondo attraverso il "dialogo" di tutti i giorni con le nuove macchine. Possiamo osservare in proposito che tale "dialogo" con le macchine riguarda, forse per la prima volta nella storia, bambini di tutti i ceti e di tutte le aree geografiche (almeno nei paesi industrializzati) e sollecita, con stimoli potenti e situazioni assai coinvolgenti, certe abilità a scapito di altre: basta pensare alla procedura sequenziale dell'emettitrice automatica di biglietti e soprattutto alla lettura "aritmetica" del tempo e degli intervalli di tempo sugli orologi digitali che sostituisce la lettura "geometrica" degli orologi a lancette, senza trascurare i giochi elettronici ed il particolare tipo di concentrazione mentale (di breve durata ma intensa e legata alla gestione, in stretto coordinamento neuromuscolare, di una situazione assai semplice) che essi impongono.

Gli insegnanti sono "fruitori" delle nuove macchine nella vita extrascolastica (elettrodomestici, orologi digitali ...) che si adattano al nuovo con le modalità tipiche dell'adulto (interpretazione - secondo strutture logiche e reti cognitive preesistenti - delle nuove situazioni), complessivamente però l'adattamento riguarda aspetti non centrali del lavoro e della vita di relazione e quindi non crea sensibilità per le modifiche in atto nella vita di altri adulti, come ad esempio gli impiegati di banca ed i tornitori, e per i riflessi che la diffusione delle nuove macchine ha sulla formazione mentale dei bambini.

2. - I calcolatori e l'insegnamento della matematica nella scuola dello obbligo: bambini, genitori, insegnanti

I bambini sanno che certi calcoli li possono eseguire i calcolatori; spesso li eseguono con i calcolatori fuori della scuola; ma a scuola partecipano al rituale del "calcolo a mano", uno dei tanti rituali che via via, attraverso gli anni, costruiscono l'immagine di una scuola separata dalla realtà che è fuori della scuola.

I genitori sanno che certi calcoli li possono eseguire i calcolatori (e dei calcolatori, sia pure con qualche diffidenza, si servono correntemente quando è necessario o anche soltanto comodo); temono però che la scuola, se non insegna nemmeno più a "fare i conti", finisca per non insegnare più nulla; più nel profondo temono inconsciamente la perdita di potenzialità intellettuali per i loro figli (e la cosa vale soprattutto per quei genitori che vedono la loro professionalità modificata dalle nuove tecnologie, in parte rilevante assorbita nelle macchine).

Non bisogna stupirsi se le resistenze maggiori all'introduzione dei calcolatori nella scuola dell'obbligo vengono in genere da genitori di grado di istruzione poco elevato e di condizione professionale modesta, in singolare ma facilmente spiegabile contraddizione con il fatto che poi nei corsi professionali e negli Istituti superiori proprio da questi ambienti provengono le più massicce richieste di iscrizione a indirizzi che addestrano all'uso del calcolatore.

Gli insegnanti difendono la scuola dall'incursione dei calcolatori con luoghi comuni superficiali (se si guasta il calcolatore ... valori umanistici ...); non hanno in genere la preparazione tecnica e culturale necessaria per distinguere tra abilità incorporabili nelle macchine attuali e abilità di controllo delle macchine; non hanno in genere sensibilità pedagogica nei confronti dei mutamenti profondi che il rapporto con le nuove macchine fuori della scuola induce nei bambini di oggi rispetto ai bambini di ieri.

Le affermazioni precedenti possono apparire esagerate o troppo schematiche; una lunga ed estesa esperienza di lavoro con insegnanti alle prese con i problemi dell'introduzione dei calcolatori tascabili nella scuola dell'obbligo e in corsi di aggiornamento in varie zone del nostro Paese mi induce tuttavia a non ritenere troppo lontano dal vero il quadro fatto.

3. - I calcolatori e l'insegnamento della matematica nella scuola dello obbligo: prospettive e temi di ricerca

Con l'eccezione di alcuni spunti contenuti nei nuovi programmi della scuola media ("uso ragionato" dei calcolatori, "diagrammi di flusso" come procedura di schematizzazione della soluzione di un problema), peraltro limitati dall'opzionalità dell'uso dei calcolatori in sede di esame, i programmi vigenti non sollecitano gli insegnanti ad affrontare il problema dei calcolatori nella scuola dell'obbligo.

Molti insegnanti sono però preoccupati per le conseguenze che la diffusione dei calcolatori potrà avere sull'insegnamento della matematica e vi sono questioni sulle quali sembra possibile avviare una riflessione con gli insegnanti e delle attività di sperimentazione didattica per allievi tra gli 11 ed i 14 anni, in particolare:

- il problema delle tecniche di calcolo per le quattro operazioni: superate dall'avvento dei calcolatori come procedure operative d'uso corrente, possono conservare all'età giusta (7-10 anni) un certo valore formativo in quanto esempi di "sequenze di operazioni elementari", in quanto occasione di esercizio di calcolo a mente, in quanto occasione per riflettere sul significato delle operazioni (ciò vale soprattutto per la moltiplicazione e la divisione ma richiede uno sforzo di esplicitazione della funzione dei diversi "passaggi" a cui gli insegnanti almeno in Italia sono poco abituati e ancor meno addestrati);
- il rilievo da assegnare al calcolo mentale, al calcolo approssimato, all'ordine di grandezza dei risultati in funzione di controllo dei calcoli eseguiti a macchina;
- il rilievo da assegnare alla scrittura, in sequenza, dei procedimenti risolutivi dei problemi (valendosi anche di linguaggi visivi funzionali allo scopo: diagrammi di flusso), come momento di impostazione dei calcoli da fare eseguire alla macchina;
- la possibilità di estendere la complessità e soprattutto il realismo dei problemi assegnabili in classe: superato l'impaccio dei calcoli laboriosi, possono essere affrontate questioni significative di analisi statistiche di dati "veri", problemi scientifici interessanti, ecc.;
- il rilievo da assegnare ai procedimenti costruttivi-sequenziali rispetto ai procedimenti sintetici nella ricerca delle soluzioni ai problemi;
- la padronanza della gerarchia delle operazioni e delle parentesi, che può e deve trasferirsi dal livello esecutivo (ormai incorporato anche in macchine di basso costo) al livello della consapevolezza delle "regole del gioco" attraverso l'analisi sintattica dell'espressione da calcolare (con esercizi concernenti, ad esempio, l'analisi della calcolabilità di

espressioni con parentesi che non si chiudono, ecc.).

I problemi elencati riguardano tutti dei capitoli tradizionali dell'insegnamento della matematica nella scuola dell'obbligo, reinterpretati però in relazione alle possibilità offerte dai calcolatori; non sembra in effetti possibile, almeno a breve termine, indurre modifiche estese nella categoria insegnante riguardo all'introduzione dei calcolatori nella scuola se non puntando su una revisione delle tradizioni didattiche laddove l'uso dei calcolatori può in modo più evidente mettere in crisi l'impostazione tradizionale dell'insegnamento.

Esperienze condotte nel senso indicato potrebbero fornire elementi di riflessione importanti sulla modifica degli atteggiamenti degli insegnanti e degli allievi riguardo a un sia pur limitato ingresso dei calcolatori nella scuola e su altri temi di ricerca ulteriori, quali:

- risonanza che nelle attività scolastiche si può costruire tra abilità importanti per la formazione scolastica e abilità sollecitate all'esterno della scuola dal dialogo con le nuove macchine;
- comprensione, da parte degli allievi (e degli insegnanti ...), delle possibilità e dei limiti delle nuove macchine raggiunta attraverso l'uso e non attraverso una teorizzazione che, come tale, rischia di essere messa dai ragazzi sullo stesso piano dell'idea che delle nuove macchine ci si forma attraverso i film di fantascienza (questo rischio lo considero uno dei motivi più forti che giocano a favore di un "addestramento al pensiero algoritmico" svolto direttamente sulle macchine, anche se teoricamente si potrebbe fare a meno delle macchine);
- oppurtunità o meno dell'accesso, generalizzato ed esteso nel tempo, dei bambini della scuola dell'obbligo a macchine programmabili relativamente

sofisticate come i "personal computer" (i problemi di costo che ciò comporterebbe sarebbero in relazione con autentici vantaggi sul terreno formativo? La padronanza precoce dei calcolatori ne verrebbe accresciuta o viceversa limitata ad aspetti più superficiali anche se più direttamente operativi?).

4. - Insegnare il calcolatore, insegnare con il calcolatore nella scuola dell'obbligo

Il problema riguarda la matematica e non solo la matematica (si pensi all'educazione linguistica); le indicazioni di lavoro esposte al punto precedente suggeriscono (per quel che riguarda la scuola dello obbligo; diversamente il problema si pone per le scuole superiori) una linea possibile di intervento nella scuola che parte dalle possibilità e dagli stimoli offerti dal calcolatore per arrivare via via ad una migliore comprensione di quello che il calcolatore può fare e non può fare e di come opera il calcolatore. In questo senso mi sembra preferibile il lavoro con macchine "povere" e soprattutto "trasparenti" (fino al livello massimo rappresentato da un calcolatore tascabile programmabile in linguaggio macchina per ragazzi di 13-14 anni).

5. - I calcolatori per la scuola: le possibilità offerte dal mercato

Con riferimento alle conclusioni del punto precedente, possiamo rilevare che il mercato offre oggi una estrema varietà di prodotti per quel che riguarda il prezzo e le prestazioni; manca tuttavia, almeno in Italia, una qualsiasi "guida" all'analisi dei prodotti offerti. Potrebbe uscire da questo Convegno la proposta di affidare ad organismi autorevoli in collaborazione tra loro (CIIM, gruppo "calcolatori nella didattica" dell'AICA ...) la redazione di una guida aggiornabile periodicamente, in modo da orientare gli insegnamenti a scelte (ed a suggerimenti di acquisto per gli allievi) consapevoli.

Criteri che potrebbero essere utilizzati in una guida impostata in modo il più possibile obiettivo e funzionale agli scopi indicati potrebbero essere i seguenti:

- costo (sarebbe importante, ma praticamente non è possibile, parlare anche di "durata" o di "affidabilità tecnologica");
- precisione di calcolo;
- memorie (numero, accessibilità, ecc.);
- scrittura esponenziale dei numeri;
- routines incorporate (tipo, accessibilità, utilità didattica ...);
- "logica" del calcolo aritmetico (naturalezza delle sequenze di tasti da pigiare, accessibilità ...);
- programmabilità (tipo di linguaggio, lunghezza dei programmi, possibilità di subroutines, ecc.).

In relazione alle questioni trattate ai punti precedenti sembra opportuno un intervento urgente per orientare la domanda (sperando che in qualche misura essa condizioni anche l'offerta) verso macchine (ai vari livelli di prestazioni) "trasparenti" e tali da facilitare al massimo la costruzione di algoritmi e lo sviluppo di abilità aritmetiche; tanto per fare un esempio, basta pensare alle opportunità didattiche offerte da calcolatori con la notazione esponenziale e il tasto di "cambio segno" per riflettere (rispettivamente) sulle potenze in base 10 e sui numeri relativi.

6. - I calcolatori e la formazione culturale nella scuola dell'obbligo

Dal momento che i calcolatori non riguardano solo la scuola (anzi!) e non riguardano solo la matematica e che investono (nel lavoro, nel tempo libero, nella vita di tutti i giorni) aspetti rilevanti della nostra vita, modificando il tradizionale rapporto dell'uomo con le macchine nel momento in cui incorporano importanti funzioni logiche, i calcolatori devono avere uno spazio non solo "tecnico" (di supporto all'insegnamento della matematica, o di oggetto da imparare ad usare) ma anche "culturale" nella scuola dell'obbligo.

Per quanto riguarda in particolare la scuola media (tenuto anche conto delle indicazioni dei nuovi programmi) il lavoro sui calcolatori legato alla matematica dovrebbe offrire spunti (da sviluppare nelle ore di Scienze e di Educazione Tecnica) su temi quali:

- mutamenti nelle professioni indotti dall'avvento del calcolatore (anche in funzione dei compiti di orientamento che in particolare l'ultimo anno della scuola media deve avere);
- inquadramento del calcolatore nelle tecnologie elettroniche (descrizione a livello operativo, e non fisico-elettronico, di alcuni apparati elettronici);
- possibilità offerte dal calcolatore all'uomo (su esempi);
- calcolatore e processi di automazione della produzione: alcuni esempi; risvolti sociali ed economici.

7. - Osservazioni conclusive

L'ampia, documentata e impegnata relazione di Sitia mi libera dal campito di fornire indicazioni sullo "stato dell'arte" riguardo ai problemi trattati in questa relazione; non ho ritenuto d'altra parte opportuno esemplificare ulteriormente i vari punti trattati, o problematizzarli in modo più articolato: trattandosi di uno stimolo all'avvio della discussione, questa relazione penso debba limitarsi a porre dei problemi ed esporre in breve alcuni pareri del relatore in merito ad essi come traccia e come sollecitazione al dibattito.

Alfio Andronico - "Il calcolatore nella formazione matematica di base"

1 - *Introduzione*

Il tema assegnato per questa relazione è "Il calcolatore nella formazione matematica di base". Con il Professor P. Boero abbiamo convenuto che, in base alla scaletta concordata, il mio intervento fosse più in generale sugli aspetti formativi dell'Informatica nella formazione di base. Mantenendo tale riferimento cercherò di fare alcune considerazioni da tale punto di vista. I titoli dei paragrafi non conterranno la parola "Calcolatore" che sostituirò con "Informatica" né dizioni come "l'insegnamento della matematica", "la formazione matematica di base", ecc. in cui sopprimerò il termine "matematica" in quanto temi sviluppati nella relazione del Professor Boero.

2 - *Informatica, Bambini, Insegnanti*

Le nuove tecnologie hanno messo tutti di fronte a problemi nuovi: primo fra tutti il problema del comunicare. I linguaggi che nascono dai nuovi mezzi di comunicazione (dagli audiovisivi al computer) pongono problemi relativi al processo insegnamento-apprendimento la cui soluzione è un salto di qualità del concetto classico di "arte di insegnare". Gli stimoli che il bambino riceve dal mondo esterno certamente provocano in esso un'acquisizione, spesso inconscia, di una realtà in cui "sistemi di regole" sono trasparenti ma stimolanti per appropriarsene.

Poiché la comunicazione didattica è l'unica che si propone come obiettivo la modificazione di una mente, quella del discente, gli insegnanti hanno il grosso problema di decidere e definire quali norme, valori e modelli di comportamento devono essere inclusi nel processo didattico e attraverso quali metodi, mezzi e linguaggi.

L'informatica, nata e sviluppatasi dietro la spinta dell'avvento dell'elaboratore elettronico, è divenuta, per la sua prerogativa di permettere ad una macchina di fare, per mezzo del programma, qualcosa che prima la macchina poteva fare solo potenzialmente, metodo, linguaggio e strumento. Infatti la sistematicità del metodo informatico nell'affrontare i problemi mediante processi di analisi e algoritmizzazione crea la necessità di definire linguaggi che riguardano i processi di comunicazione uomo-uomo, uomo-macchina, macchina-uomo. Ciò pone e permette di affrontare con chiarezza il problema della rappresentazione del mondo su cui si opera e quindi il concetto di dati oggettivi dalla cui trasformazione è ottenibile informazione attraverso lo strumento elaboratore e il programma.

Nasce concretamente uno schema operativo del tipo di figura 1 che non è valido solo per la matematica ma per tutti i processi formativi e conoscitivi. Infatti ogni volta che dalla risoluzione di un problema ricaviamo la soluzione (in senso didattico: costruiamo conoscenza) otteniamo una crescita cognitiva che corrisponde ad un ampliamento del mondo su cui operare, poiché tale soluzione, per la risoluzione di nuovi problemi diviene essa stessa dato oggettivo. Il processo è ricorsivo per la costruzione della conoscenza ed è dipendente da metodi, linguaggi e strumenti.

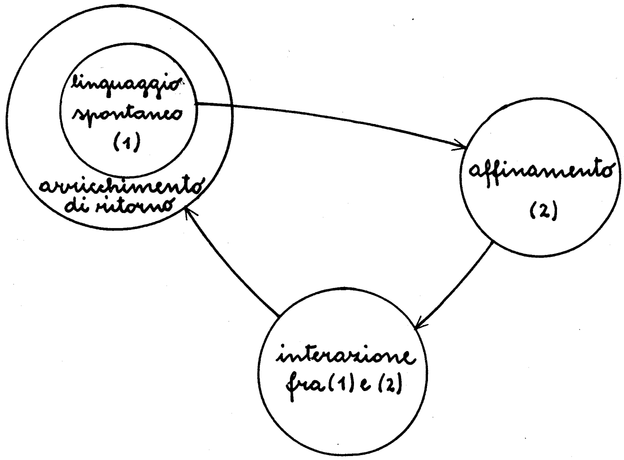


figura 1

3 - Informatica e insegnamento nella Scuola dell'obbligo

L'aspetto più interessante che si può recuperare dal mondo tecnologico è forse la presa di coscienza che la comunicazione didattica non è trasmissiva ma interattiva. Questo concetto di interattività se da un lato può mettere in crisi la funzione di controllo del processo didattico che non è più unidirezionale, dall'altro arricchisce il processo didattico stesso in quanto entrambi gli agenti del processo stesso, insegnanti e allievi, ne hanno il controllo dovuto all'interazione. Se un allievo è in grado di costruire uno schema di comunicazione di un processo (qualunque esso sia: analisi logica, calcolo aritmetico, costruzione di un disegno, ecc.) mediante una descrizione che sia assimilabile ad un algoritmo e quindi comunicabile, interpretabile e operativa, non ci sono dubbi che del problema, risolto con tale descrizione, l'allievo non ha niente da scoprire. Se in più usa una macchina per risolverlo questo non guasta perché può risultare gratificato dal fatto che, non solo egli sa risolvere un problema, ma, se anche possiamo dire, paradossalmente, ma non tanto, "insegnare" a risolverlo. Ora se ciò avvenisse per tutti gli allievi e per tutto il materiale didattico vuol dire che si sarebbe superato un punto fermo della scuola dove il materiale didattico proposto spesso costituisce un elemento che divide in tre parti gli allievi: quelli per i quali il materiale proposto è irraggiungibile, quelli per i quali il materiale proposto è sotto alle capacità degli allievi e quelli per i quali generalmente è adeguato.

L'informatica infatti nella sua accezione metodologica ha le caratteristiche proprie della scoperta e del processo apprendimento-insegnamento. Quando si scrive un programma le entità che entrano in gioco sono molte ma, peculiari, dal punto di vista didattico, sono gli aspetti di composizione e scomposizione dei blocchi descrittivi dei singoli sottoprocessi fino ad arrivare alle cosiddette "azioni elementari" e "controlli elementari" che costituiscono le scelte di insieme di regole funzionali a un problema o ad una classe di problemi. Il concetto "classe di problemi" è poi fondamentale in quanto può indurre conoscenza sul concetto di isostrutturalità di metodi risolutivi di problemi, sistemi di regole per classi diverse di problemi, unitarietà di modelli di rappresentazione, analogia fra concetti. Tutti questi elementi aiutano la formazione del pensiero astratto come modello di analisi e di sintesi delle situazioni reali dove le conoscenze costruite e l'uso di queste non devono risultare norme a sé stanti ma il punto di riferimento costante per la determinazione delle soluzioni corrette ai problemi che a scuola non si sono visti.

L'uso dell'elaboratore come strumento aiuta l'allievo a dimostrare a se stesso il livello delle sue conoscenze se egli è in grado di scrivere un programma. Infatti questo processo fa passare dalla formazione dell'idea di come risolvere un problema alla esplicitazione completa di tutti i passi necessari alla determinazione effettiva sia del programma sia della soluzione. I livelli intermedi sono tutti affinamenti e passaggi che costringono a determinare livelli e forme differenti di linguaggio e funzioni che traducono da un livello all'altro forme in forme il cui significato deve rimanere inalterato. Gli esempi che seguono danno un'idea di tale processo. Un bambino che usa un pallottoliere con palline bianche, rosse, blu e gialle, per calcolare la somma di due numeri interi a e b sta funzionando da interprete della descrizione data qui di seguito:

```
begin
integer a, b, x, y;
a ← read;
b ← read;
x ← a;
y ← b
while y≠0  do  begin    x ← x+1;
                        y ← y-1
               end
write (x)
end
```

Egli infatti ha inizialmente tutte le palline allineate a destra su tutte le file (<u>integer</u> a, b, w, y) poi pone: nella fila bianca "a" palline a sinistra, (a←<u>read</u>) nella fila rossa "b" palline sulla sinistra (b←<u>read</u>); sposta a sinistra "a" palline blu (x←a) e sposta a sinistra "b" palline gialle (y←b). Quindi comincia la computazione. Fintanto che a sinistra ci sono palline gialle (while y≠0) sposta a sinistra una pallina blu (x←x+1) e sposta a destra una pallina gialla (y←y-1). Alla fine mostra quante palline blu ci sono a sinistra (<u>write</u> (x)). Non ha distrutto a e b e può avere un riscontro dei dati iniziali e del risultato.

Ci sono tante altre forme intermedie di rappresentazione dello stesso processo come pure forme di livello più elevato; ad esempio "Dati a e b interi calcolare x=a+b". Naturalmente per livelli differenti sono differenti le conoscenze e le capacità presupposte o da costruire.

Un esempio interessante è la possibilità che si offre agli allievi, con il concetto di regola di sostituzione, di capire e maneggiare strutture e relazioni su domini diversi.

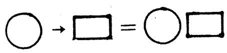
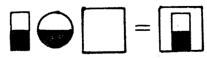
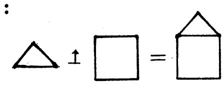
Consideriamo il seguente esempio (tratto dal libro di Ledly Wilson):

Casa ⇒ Vista frontale |Casa ↦ Vista laterale
Vista frontale ⇒ Tetto frontale ⊥ Parete
Vista laterale ⇒ Tetto laterale ⊥ Parete
Tetto frontale ⇒ △ |Camino frontale ⊥ Tetto frontale
Tetto laterale ⇒ ⏢ |Camino laterale ⊥ Tetto laterale
Camino frontale ⇒ 
Camino laterale ⇒ ▯
Parete ⇒ ▭ |Porta ◒ Parete |Finestra ⊙ Parete
Finestra ⇒ ⊞ | ⊞ ⇒ Finestra
Porta ⇒ 

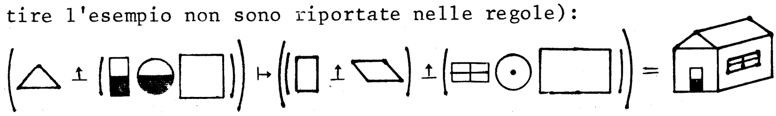
con i seguenti significati degli operatori (x, y elementi variabili):

⇒	"x può essere sostituito da y"
|	"oppure"
↦	"x è affiancato a y"
→	"x sta a lato di y"
↑	"x sta sopra a y"
⊥	"x poggia su y"
⊙	"x sta dentro a y"
◒	"x sta sulla base interna di y"

Si possono costruire espressioni del tipo:

oppure frasi del tipo (con uso di parentesi opportune che per non appesantire l'esempio non sono riportate nelle regole):



E' facile notare l'equivalenza strutturale con il calcolo aritmetico, la struttura delle frasi nel linguaggio, le formule logiche, le strutture anatomiche, ecc.

E' noto che la mente dei fanciulli inizialmente sembra vuota e priva di strutture: è solo l'azione e il contatto con il mondo esterno che la arricchisce. La mente stessa si appoggia, nelle proprie attività, a dei supporti esterni. Infatti nel lavoro quotidiano se pur noi scriviamo simboli, formule, citiamo riferimenti la comunicazione poi avviene mediante azioni attraverso il mondo esterno gesti, parole, disegni. Per esempio, quando si fa matematica vista come la scienza che studia e definisce, con mezzi logici, enti concettuali muniti di struttura, pur facendo riferimento al mondo esterno questo rimane, una volta introdotta o definita una teoria, un livello motivazionale, quando si fa informatica questa è soprattutto aperta al mondo esterno e quindi alla risoluzione effettiva di problemi.

4 - *Insegnamento dell'Informatica e Insegnamento con l'Informatica*

Gli uomini operano con un certo numero di azioni elementari che costituiscono la loro "competenza". L'idea di scegliere o selezionare azioni da una certa competenza per concatenarle in modo da prendere dati da un dominio e ottenere risultati nello stesso o in un altro dominio (concetto di algoritmo) non è nuova, ma, con l'informatica ha acquistato valore e rigore logico al punto che, il porsi il problema del costo o della complessità di un algoritmo, è diventato un problema di ricerca per dare senso a molte questioni riguardanti il concetto di "effettivo".

Questi aspetti hanno valori formativi anche se, nella nostra società, l'informatica non riesce ancora a diventare cultura di base. Certamente vi sono concetti che dovranno appartenere a tutti. Alcuni di essi sono: cosa vuol dire elaborazione dell'informazione, che cosa è un elaboratore, come si programma, quali applicazioni sono possibili e quali conseguenze può avere l'informatica. Queste conoscenze influenzeranno almeno i seguenti aspetti: ridimensionare il verbalismo, scoprire che non esistono programmi che sono più o meno corretti, usare un elaboratore, abituandosi ad un linguaggio di programmazione, risulta creativo e soddisfacente nel veder funzionare la macchina, scoprire che la limitazione delle risorse ha un valore educativo non trascurabile e può rendere spiegabili e comprensibili eventuali vincoli sociali esterni. L'abitudine a costruire modelli ed usare l'informatica come l'insieme delle attività che consentono non solo di costruire modelli ma di renderli funzionanti. I livelli di intervento vanno dalla costruzione dei modelli alle regole generali per costruirli, dalla concezione di sistemi automatici alle tecniche di utilizzazione.

All'insegnamento con l'informatica è sempre stato dato un valore riduttivo avendo considerato il fatto come strumentale. In effetti la idea di qualificare con il termine "didattiche" alcune tecnologie ha fatto più pensare all'addestramento che non all'insegnamento nella formazione sco lastica di base. Ciò è valso anche per l'informatica nell'insegnamento. La confusione nasce dal non accettare o dal non considerare il fatto che la tecnologia è sempre composta da due elementi: gli strumenti (fisici o non) e la sistematicità dei criteri. Nel caso dell'insegnamento tale sistematicità viene applicata alla costruzione di criteri didattici dai quali poi far nascere la metodologia a cui associare procedimenti effettivi. In quanto detto sono enucleabili due parti: una formale (criteri e metodi) e una operativa (procedimenti) che sono elementi tipici dei sistemi tecnologici in cui intervengono due sottosistemi uno formale e uno di regole operative. Il linguaggio naturale è un sistema tecnologico. In esso infatti le due parti sono perfettamente distinguibili. La parte formale è costituita dai segni e dalle relazioni fra essi e le regole operative sono la competenza e l'uso nel produrre le espressioni.

Nel processo insegnamento-apprendimento vi è un problema interessante quando vi suol risolvere non il problema di "cosa" insegnare ma "come" insegnarlo. L'elaboratore elettronico usato in modo interattivo ha un ruolo importante in quanto esso stesso è un sistema formale le cui regole consentono di operare trasformazioni simboliche opportunamente definite su sequenze di segni. A livello didattico le sequenze di simboli possono essere descrizioni di esercizi su un dato argomento, definizione di problemi dalla cui risoluzione si vogliono costruire concetti nuovi, sviluppo di capacità critiche, prove a verifica di decisioni, costruzione di esperimenti, strutturazione di conoscenze. L'informatica con la sua metodologia può essere usata nella costruzione di sistemi informatici per insegnare con il vantaggio di avviare a soluzione anche il problema della gestione e della valutazione del sistema formativo non solo in senso amministrativo ma soprattutto qualitativo.

FORMAZIONE PROFESSIONALE ALL'USO DEL CALCOLATORE

R.M.BOTTINO, P.FORCHERI, E.LEMUT, M.T.MOLFINO

Istituto per la Matematica Applicata - C.N.R.

Via L.B.Alberti,4 - 16132 - Genova

Questa relazione tratta i seguenti argomenti:

- La formazione all'uso del calcolatore nell'istituzione scuola. In particolare verranno analizzati i programmi dei corsi per Ragionieri periti commerciali e programmatori (PRP) e per Periti industriali informatici (PII), le sperimentazioni a carattere istituzionale e non, e le realizzazioni in merito all'aggiornamento ed alla formazione degli insegnanti.
- La situazione di alcune realtà lavorative nel campo dell'informatica. Verranno esaminati, tramite esempi, i settori bancario, industriale, terziario, pubblica amministrazione. Si considereranno anche alcuni esempi di formazione non scolastica.
- Osservazioni ed indicazioni conclusive riguardo ai programmi per PRP e per PII, alle diverse strategie di insegnamento ed all'aggiornamento degli insegnanti.

1. *Sulla formazione all'uso del calcolatore nella scuola secondaria superiore*

1.0 Premessa

L'uso di calcolatori e di metodologie informatiche è entrato finora nell'insegnamento secondario superiore in modi diversi: con l'istituzione, da un lato, dei corsi per Ragionieri periti commerciali e programmatori (PRP) e per Periti industriali informatici (PII), e dall'altro con sperimentazioni sull'argomento, approvate dal M.P.I., o con sperimentazioni non istituzionali che hanno introdotto l'uso del calcolatore come innovazione metodologica, di solito dall'interno di altre discipline. Nel seguito analizzeremo queste diverse realizzazioni, affrontando anche il problema della formazione e dell'aggiornamento degli insegnanti al riguardo.

1.1 I corsi per PRP e per PII

Le prime scuole per PRP e per PII nascono nel 1967-68, con la creazione di otto corsi: quattro per PRP e quattro per PII. Attualmente siamo arrivati alla istituzione di circa quaranta corsi per PRP e circa altrettanti per PII. (vedi Tabella 1)

Durante questi anni i programmi dei corsi hanno subito una evoluzione, fino ad arrivare a quelli attuali, approvati con D.P.R. n.725 del 31-7-81, che sono, in buona parte, una riconferma dei programmi sperimentali già introdotti in alcune scuole dal 1978. Sulla evoluzione dei programmi ha fortemente influito l'allargarsi del campo delle applicazioni dell'informatica (dai controlli di processo all'informatica nella pubblica amministrazione) che si è accompagnato con l'idea ed il diffondersi dell'informatica distribuita. Essi sono stati influenzati anche dall'esigenza di riavvicinarsi all'elettronica ed alla automazione, ridimensionando l'importanza inizialmente data ai linguaggi, al fine di realizzare un migliore collegamento con le evoluzioni tecnologiche via via sviluppatesi.

Facciamo qui qualche considerazione di carattere generale sui programmi, traendola dal confronto tra quelli attuali e quelli precedentemente in vigore (D.P.R. n.123 del 28-1-72). In particolare faremo riferimento ai corsi di matematica, statistica, ed informatica.

Le modifiche più significative che si riscontrano sono quelle relative alla identificazione ed ai contenuti delle discipline specifiche degli indirizzi. Osserviamo infatti che le premesse agli attuali programmi definiscono chiaramente un profilo professionale, e forniscono indicazioni per indirizzare gli insegnanti alla costruzione di un equilibrio tra formazione culturale e professionale; i programmi del '72, invece, fornivano poche e vaghe indicazioni al riguardo.

Gli attuali programmi, inoltre, sono, nella loro enunciazione, abbastanza legati alla realtà esterna per i seguenti aspetti: tematiche affrontate negli insegnamenti specifici, supporti tecnici previsti, espliciti riferimenti ad organizzare incontri diretti con esperti, visite a centri elettronici, soggiorni di

TABELLA 1

PROGETTO SPECIALE PROGRAMMATORI 1981-82

Istituti tecnici commerciali

		PIEMONTE	
1.	(1)	Torino	Sommeiller
2.	(2)	Verbania Pallanza	
		LOMBARDIA	
3.	(1)	Bergamo	II
4.	(2)	Corsico	
5.	(3)	Cremona	Beltrami
6.	(4)	Milano	Cattaneo
7.	(5)	Milano	Verri
8.	(6)	Milano	Zappa
9.	(7)	Monza	Bianchi
10.	(8)	S. Donato Milanese	
		VENETO	
11.	(1)	Padova	Calvi
		TRENTINO A. A.	
12.	(1)	Bolzano	Battisti
13.	(2)	Trento	Tambosi
		FRIULI V G.	
14.	(1)	Trieste	Carli
15	(2)	Udine	Zanon
		LIGURIA	
16.	(1)	Genova S.	Einaudi
17.	(2)	La Spezia	Da Passano
		EMILIA ROMAGNA	
18.	(1)	Bologna	Marconi
19.	(2)	Bologna	Tanari
20.	(3)	Modena	Barozzi
		TOSCANA	
21.	(1)	Firenze	Galilei
		LAZIO	
22.	(1)	Viterbo	Savi
		UMBRIA	
23.	(1)	Perugia	Vittorio Eman. II
		MARCHE	
24.	(1)	Ancona	Benincasa
		ABRUZZI	
25.	(1)	Pescara	Manthoné
		PUGLIA	
26.	(1)	Bari	Giulio Cesare
27.	(2)	Bari	Romanazzi
28.	(3)	Francavilla	F. Fermi
29.	(4)	Lecce	Calasso
30.	(5)	Trani	Moro
		BASILICATA	
31.	(1)	Potenza	Leonardo da Vinci
		CALABRIA	
32.	(1)	Villa S. Giovanni	
		SICILIA	
33.	(1)	Alcamo	Caruso
34.	(2)	Catania	Giuffrida
35.	(3)	Siracusa	II
36.	(4)	Trapani	Calvino

PROGETTO SPECIALE INFORMATICA 1981-82

Istituti tecnici industriali

		PIEMONTE	
1.	(1)	Fossano	Vallauri
2.	(2)	Ivrea	Olivetti
3.	(3)	Torino	Peano
4.	(4)	Verbania Intra	Cobianchi
		LOMBARDIA	
5.	(1)	Lecco	Badoni
6.	(2)	Milano	Feltrinelli
7.	(3)	Milano	Galvani
8.	(4)	Milano	Molinari
9.	(5)	Milano	IX di Via Arsia
10.	(6)	Monza	Hensemberger
11.	(7)	Pavia	Cardano
12.	(8)	S. Donato Milanese	
		VENETO	
13.	(1)	Verona	Marconi
		TRENTINO A.A.	
14.	(1)	Rovereto	Marconi
		FRIULI V.G.	
15.	(1)	Gorizia	Galilei
		LIGURIA	
16.	(1)	Genova S.	Gastaldi
		EMILIA ROMAGNA	
17.	(1)	Bologna	Belluzzi
18.	(2)	Modena	Corni
19.	(3)	Piacenza	Marconi
		TOSCANA	
20.	(1)	Livorno	Galilei
21.	(2)	Pistoia	
		LAZIO	
22.	(1)	Frascati	Fermi
23.	(2)	Roma	Armellini
24.	(3)	Roma	Ferraris
		MARCHE	
25.	(1)	Fermo	Montani
26.	(2)	S. Severino M.	
		CAMPANIA	
27.	(1)	Napoli	VIII
28.	(2)	Salerno	III
		PUGLIA	
29.	(1)	Bari	Panetti
30.	(2)	Taranto	Pacinotti
		BASILICATA	
31.	(1)	Matera	Pentasuglia
		SICILIA	
32.	(1)	Palermo	Vittorio Eman. II

studio,... E' interessante anche notare che i programmi attuali prevedono che la attività del laboratorio di informatica dell'ultimo anno sia finalizzata alla realizzazione di un progetto completo, la cui discussione dovrebbe costituire anche argomento d'esame. Questo progetto dovrebbe essere di carattere gestionale per i PRP e di automazione per i PII. Nella realizzazione di tale progetto si prevede che gli studenti utilizzino le conoscenze acquisite attraverso le diverse materie durante il corso di studi. L'insegnante dovrebbe verificare la loro capacità a servirsene operativamente in ambito professionale, coerentemente al profilo individuato dai programmi.

Nei programmi del '72 veniva tralasciato il problema dell'informatica come elemento di una cultura che già allora poteva essere vista come attuale. Di questo problema, invece, i programmi attuali paiono tenere conto, nei contenuti, nella struttura delle materie, e nelle indicazioni di metodo che forniscono.

Per dare un'idea concreta dell'impostazione dei nuovi programmi, riportiamo un esempio tratto dal programma di matematica. Nell'esempio viene considerato l'argomento Analisi Numerica, e ne vengono indicati i contenuti da affrontare in quarta e in quinta classe.

Quarta classe: ANALISI NUMERICA

Elementi di teoria degli errori
Verifica di risultati mediante elaboratore
Studio di problemi di varia natura, aventi come modelli matematici sistemi lineari.
Soluzione di sistemi lineari mediante metodi esatti e approssimati
Interpolazione per punti, derivazione ed integrazione numerica

Quinta classe: ANALISI NUMERICA

Risoluzione approssimata di equazioni algebriche e trascendenti
Cenni alle risol zioni approssimate di equazioni differenziali

Dall'esempio si può notare che attraverso la definizione dei contenuti, nei programmi, vengono fornite anche indicazioni di metodo di lavoro: insegnamento per problemi, ciclicità nell'affrontare certi argomenti, confronto tra l'uso di metodi analitici e metodi numerici nella risoluzione di problemi, uso dello elaboratore finalizzato sia all'apprendimento operativo di concetti matematici, sia all'approccio sperimentale a concetti quali quelli dell'analisi o della geometria analitica.

Queste indicazioni si possono considerare comuni sia ai programmi per PRP sia a quelli per PII. Un aspetto negativo che ci pare presente in entrambi è però la vastità dei contenuti proposti per le varie materie, fra cui, tra l'altro, non viene fornita alcuna indicazione di priorità.

Caratteristiche positive comuni sono invece il fatto che alla elaborazione dei programmi hanno partecipato alcuni degli insegnanti stessi dei corsi e la presenza in organico di un insegnante tecnico pratico.

Le principali differenze di impostazione fra i corsi per PRP e quelli per PII che si possono evidenziare riguardano l'insegnamento della matematica e della statistica e la distribuzione dei laboratori. Infatti matematica e statistica nei P.R.P. sono abbinate in una unica disciplina, per la quale non è previsto il laboratorio. Per i PII esse costituiscono, invece, due discipline distinte ciascuna con il suo laboratorio in cui verificare le nozioni apprese.

Ciò pone, evidentemente, l'insegnante di matematica dei PRP in posizione di diversità rispetto agli altri, e non tiene conto di alcuni fatti: spesso sono stati proprio gli insegnanti di matematica a stimolare l'istituzione di questi indirizzi nelle loro scuole, a innovare il loro insegnamento in questo senso, a farsi carico della gestione e conduzione delle sperimentazioni. Inoltre l'abbinamento matematica-statistica rende ancora più necessario il laboratorio per poter affrontare i problemi con strumenti adatti ed in uso corrente al di fuori della scuola.

1.2 Sperimentazioni all'uso del calcolatore nella scuola secondaria superiore

Nel seguito ci riferiremo a sperimentazioni di carattere istituzionale e non.

A) *Sperimentazioni a carattere istituzionale*

In Tabella 2 sono riportati i dati relativi alle sperimentazioni di indirizzo informatico approvate dal M.P.I. nella scuola secondaria superiore nell'anno scolastico 1981-82. Esse sono state realizzate in vari tipi di scuola, anche se prevalentemente negli Istituti Tecnici. Quelle che riportiamo in Tabella 2 sono spesso chiamate "maxisperimentazioni", nel senso che incidono sull'intero ordinamento e struttura del corso scolastico.

Tralasciamo le "minisperimentazioni", cioè le sperimentazioni relative ad innovazioni limitate ad una o poche discipline già presenti nel curriculum tradizionale, perché, quantunque siano numerose, non abbiamo informazioni sufficienti su quelle specifiche dell'indirizzo informatico.

Dai dati di Tabella 2 si possono desumere le seguenti osservazioni:

- le sperimentazioni sono state realizzate prevalentemente negli Istituti Tecnici
- riguardano in maggioranza l'indirizzo elettronico-informatico
- sono prevalentemente realizzate al Nord
- si osserva un certo decentramento rispetto ai grossi centri

Tabella 2

Indirizzi	Tipo Scuola	Città (nome)	Anno Istituzione
Automatico Elettronico	ITC	ROMA Ruiz	1975
	ITSOS	Milano Via Pace	1971
Elettronico Informatico	ITC	Besana-Brianza (MI) S.St.Monticello	1974
	ITC	Bollate (MI)	1975
	ITSOS	Cernusco S.N. (MI)	1974

Tabella 2 (seguito)

Indirizzi	Tipo scuola	Città (nome)	Anno Istituzione
Elettronico informatico	ITC	La Spezia Fossati	1974
	ITSOS	Fornovo (RG) S.T.Langhigiano	1973
	ITSOS	Fornovo (RG) St.Secondo	1973
	ITI	Arezzo	1975
Informatica	ITG	Reggio Emilia Secchi	1974
	LG	Maglie L.G.Capace	1974
Informatico amministrativo	ITC	Besana Brianza S.St.Monticello	1974
	ITCG	Lecco Parini	1979
Matematico informatico	LS	Ivrea Gramsci	1974
Scientifico informatico	LG	Roma Virgilio	1970

Legenda delle sigle:

ITC : Istituto Tecnico commerciale

ITSOS : Istituto Tecnico Statale Ordinamento Speciale

ITI : Istituto Tecnico Industriale

ITG : Istituto Tecnico per Geometri

LG : Liceo ginnasio

LC : Liceo scientifico

B) *Altre sperimentazioni non istituzionali*

Le altre sperimentazioni sono state realizzate in genere da insegnanti interessati e sensibili al problema di introdurre l'uso di mezzi di calcolo nella pratica scolastica: tali insgnanti hanno operato spesso in collaborazione con gruppi C.N.R. o universitari.

Le esperienze realizzate riguardano soprattutto l'avvio alla programmazione su problemi inerenti la materia all'interno della quale sono state attuate, o la costruzione di semplici progetti hardware. L'intento era quello di fornire, fra le conoscenze informatiche, quelle che avessero maggiormente un carattere di formazione di base: quindi, ad esempio, l'approccio algoritmico, o il procedimento con cui si passa dalla formalizzazione di un problema alla sua soluzione. Non è evidentemente nostro compito soffermarci su questo aspetto; abbiamo però voluto sottolinearlo perché riguarda una delle richieste che il mondo del lavoro fa ai diplomati ed in generale alle persone che poi si inseriranno nel settore EDP. Rimandiamo quindi al prossimo capitolo per un'analisi più dettagliata di queste esigenze.

In generale, una indicazione emergente dalle varie esperienze è quella relativa alla necessità di usare macchine piccole: calcolatori tascabili programmabili o calcolatori da tavolo. E' infatti probabile che, visti i costi sempre decrescenti, i personal entreranno ampiamente nella scuola secondaria.

1.3 Competenze ed aggiornamento degli insegnanti

Nelle scuole ad indirizzo specialistico le competenze richieste, sia come contenuto delle singole materie che come metodo di approccio ai contenuti stessi, sono chiaramente fissate dai programmi. La provenienza degli insegnanti è però la più varia, sia come tipo di laurea (vedi Tabella 3 e Tabella 4), che come formazione universitaria ricevuta (quest'ultimo aspetto è legato all'anzianità di laurea ed al tipo di studi seguito.

Gli insegnanti dei primi corsi speciali erano essenzialmente persone che avevano una preparazione in informatica derivante da un interesse proprio.

TABELLA 3

Classe di abilitaz / scuole	MATEMATICA	MATEMATICA APPLICATA
PII	Matematica Scienze matematiche Matematica e Fisica Fisica Astronomia Scienze fisiche e matematiche Scienza dell'informazione Scienze statistiche e demografiche Scienze statistiche e attuariali Scienze statistiche ed economiche	
PRP	+	Economia e commercio Scienze economiche Scienze economiche e marittime Scienze economiche e bancarie Scienze economiche e commerciali Scienze economiche e sociali Economia aziendale Economia politica Sociologia

Per l'insegnamento di STATISTICA nei PII valgono tutte le lauree qui indicate.

TABELLA 4

<table>
<tr><th>classe di abilitazione / scuola</th><th colspan="3">INFORMATICA</th></tr>
<tr><td>PII (informatica industriale)</td><td rowspan="2">Scienza della informazione
Fisica
Matematica
Matematica e Fisica
Scienze Matematiche
Scienze Fisiche e Matematiche</td><td>+</td><td>Ingegneria elettronica
Ingegneria industriale (con specializzazione elettronica o calcolatori elettronici)
Ingegneria aereospaziale</td></tr>
<tr><td>PRP (informatica gestionale)</td><td>+</td><td>Economia e Commercio
Scienze economiche e commerciali
Scienze economiche e sociali
Scienze economiche marittime
Scienze economiche e bancarie
Scienze economiche
Economia aziendale
Economia politica e Sociologia
lauree in scienze statistiche</td></tr>
</table>

Per l'insegnamento di SISTEMI valgono le lauree che abilitano all'insegnamento dell'informatica per periti industriali informatici.

Più tardi (1971-72) per loro vennero organizzati corsi abilitanti speciali. Dal 1974 il M.P.I. si fece promotore, in collaborazione con le case costruttrici di calcolatori, di corsi di formazione per gli insegnanti di informatica e di sistemi. Infine, negli anni scolastici '80-81 e '81-82, il M.P.I. ha organizzato corsi di aggiornamento per gli insegnanti di economia, elettronica, informatica, matematica, sistemi, statistica, delle scuole a programma sperimentale per la informatica. Questi ultimi corsi, tranne che in una prima fase e solo per alcuni di essi, sono completamente gestiti dagli insegnanti, sotto la direzione di tre coordinatori nazionali, anch'essi provenienti dal mondo della scuola, per quel che riguarda l'organizzazione, i metodi di lavoro, ed i contenuti.

Questi corsi hanno la caratteristica di essere residenziali, gratuiti, e di comportare quindi l'esonero temporaneo dall'insegnamento. Tipica è inoltre l'organizzazione didattica in moduli. Ogni modulo dura da tre a sei giorni, e riguarda un argomento particolare (vedi Tabella 5). La scelta degli argomenti specifici è stata fatta anche sulla base delle richieste degli insegnanti, precedentemente invitati ad esprimersi tramite un questionario inviato alle scuole.

I corsi sono a numero chiuso (circa 40 persone) e ad essi partecipano solo gli insegnanti che ne fanno richiesta (non tutte le richieste, però, finora, sono state esaudite).

Per quel che riguarda i tipi di scuola ad indirizzo non specialistico in informatica, il problema delle competenze degli insegnanti si pone in modo completamente diverso. Infatti in genere essi devono svolgere programmi in cui non sono esplicitamente indicati contenuti informatici, anche se le modifiche introdotte nella società dalla diffusione dei calcolatori pongono agli insegnanti più attenti il problema di vedere come l'uso di strumenti di calcolo possa modificare l'insegnamento delle diverse discipline. Viceversa, la presenza di macchine nelle scuole fa nascere la pressione ad utilizzarle...

Si sono sviluppate per questo da alcuni anni iniziative per gli insegnanti degli indirizzi non specialistici, che, sotto diverse forme e contenuti, hanno

TABELLA 5

CORSI M.P.I. 1981-82

Modulo	Titolo	Sedi
	# Elettronica #	
EL 1	Elettronica digitale	Roma
EL 2	Elettronica analogica	Roma
EL 3	Microprocessore ed applicazione alla strumentazione automatica	Roma
	# Statistica #	
ST 1	Laboratorio di statistica	Città di Castello
ST 2	Il laboratorio di ricerca operativa	Città di Castello
	# Matematica #	
M 1	Fondamenti logici dell'informatica	Città di Castello
M 2	L'uso del calcolatore in matematica	Città di Castello
M 3	Problemi didattici nell'insegnamento dell'analisi e dell'analisi numerica	Città di Castello
	# Informatica #	
I 0	Principi di informatica	Milano, Città di Castello
I 1	Struttura degli elaboratori	Bologna
I 2	Sistemi di elaborazione	Bologna
I 3	Metodi di programmazione	Bologna
I 4	Basi di dati	Bologna
S 1	Modelli e Simulazione	Bologna
	# Economia #	
EΔ1	Economia e Organizzazione	Milano
EΔ2	Economia e Organizzazione 2° livello	Milano

riguardato l'utilizzo di strumenti di calcolo. Queste iniziative sono dovute dapprima a singoli gruppi C.N.R. o Universitari. Attualmente vengono gestite, a livello locale, anche dalle singole scuole interessate. In genere, sono state e sono iniziative di avvio all'uso dell'informatica all'interno di una particolare disciplina. Di solito si è trattato di corsi aperti a tutti gli insegnanti di materie tecnico-scientifiche; ma la limitatezza degli strumenti di calcolo disponibili ha posto spesso la necessità del numero chiuso, con conseguente preselezione.

E' interessante segnalare che nel settembre scorso si è svolto a Lecce un Seminario Residenziale sull'Uso degli Elaboratori nella Didattica, a livello nazionale, aperto ad una trentina di partecipanti. Il corso è stato organizzato dalla Scuola Estiva di Informatica 1982 e dal Gruppo AICA-AED. E' durato tre settimane e richiedeva obbligatoriamente ai partecipanti, spesati, la presenza a lezioni ed esercitazioni per 37 ore la settimana. Nonostante la scarsa pubblicità data all'iniziativa e le difficoltà burocratiche poste alla partecipazione degli insegnanti a tale Seminario, le domande hanno superato il centinaio.

Concludendo, osserviamo che i corsi di aggiornamento per le scuole ad indirizzo specialistico si pongono come obiettivo quello di adeguare la preparazione degli insegnanti ai programmi scolastici, e quindi in un certo senso soddisfano un bisogno interno alla scuola, anche se nato da spinte esterne. Gli altri corsi si propongono,invece, di diffondere un tipo di cultura, una metodologia, delle conoscenze operative, ormai diffuse in ambiente non scolastico, con lo scopo di modificare i programmi, nei metodi e/o nei contenuti, oltre che di mettere in grado gli insegnanti di svolgerli là dove le competenze sono già,per qualche motivo,richieste dalla scuola stessa. La mancanza di uno stretto legame fra corso di aggiornamento e programma da svolgere in aula può far correre il rischio che l'esperienza dell'insegnante resti a livello individuale e non influisca sulla pratica didattica. E' però possibile servirsi di questi corsi per sperimentare contenuti o metodi più avanzati, non necessariamente diffondibili oggi, ad esempio l'introduzione di elementi di informatica nella scuola dell'obbligo, ma che preparino il terreno ad un futuro utilizzo più generalizzato.

2. *Analisi delle esigenze informatiche in alcuni settori lavorativi*

2.0 Premessa

Esaminiamo ora alcune situazioni lavorative che abbiamo ritenuto interessanti in riferimento alle esigenze informatiche. I motivi che ci hanno indotto ad affrontare questo tema sono essenzialmente i seguenti: la scuola dovrebbe interagire con il mondo del lavoro per conoscere il suo sviluppo e le sue esigenze. E' inoltre necessario che essa tenga conto delle più significative forme di istruzione e formazione organizzata che sorgono in risposta all'evoluzione della realtà esterna. Naturalmente la scuola deve saper mantenere la sua specificità, traendo dal mondo esterno quegli elementi di "cultura nuova" che via via si formano, istituendo canali di informazione flessibili scuola-società e non disdegnando anche alcune indicazioni fornite da altre istituzioni.

Le situazioni lavorative prese in considerazione riguardano i settori industriale, bancario, commerciale e della pubblica amministrazione. Precisiamo che per settore commerciale intendiamo (secondo indicazioni dell'Unione delle Associazione Commerciali ligure) il commercio, il turismo, i trasporti, le comunicazioni e le assicurazioni. Questi settori verranno esaminati soprattutto per quanto riguarda gli aspetti più direttamente connessi alla gestione e alla produzione di software. Le informazioni cui si farà riferimento sono state assunte tramite colloqui, questionari ed analisi di materiale di diverso tipo che ci é stato gentilmente offerto dalle persone e dagli Enti interpellati. Le realtà a cui si fa riferimento sono essenzialmente liguri anche se si è cercato di considerare situazioni che trovino poi riscontro anche sul piano nazionale.

In particolare esamineremo i seguenti aspetti: possibili modi di interazione con il calcolatore, politica di assunzione per quanto riguarda le competenze nel settore EDP richieste ai diplomati al primo impiego, modalità di aggiornamento e di formazione del personale.

A chiusura di questa panoramica esamineremo anche alcuni tipi di formazione professionale non scolastica, privata o sovvenzionata da Enti Pubblici.

2.1 Alcuni esempi

Per quanto riguarda i modi di interazione con il calcolatore, possiamo evidenziare nei vari ambienti di lavoro tre categorie di utenti:

a) utenti "chiavi in mano": personale di segreteria, sportellisti, maganizzieri, ect. L'utente "chiavi in mano" è caratterizzato dal fatto che deve solo sapere quali comandi o informazioni deve fornire alla macchina, in genere una periferica, per ottenere gli outputs desiderati.

b) personale che predispone programmi applicativi nel settore scientifico e gestionale

c) addetti, a vario livello, ai centri di calcolo: operatori, programmatori, analisti, sistemisti, ect.

Riportiamo ora alcuni esempi di situazioni particolari con riferimento da un lato alle competenze richieste per l'assunzione nel settore EDP ai diplomati e dall'altro alle modalità di formazione e aggiornamento realizzate.

Primo esempio

Non viene richiesta,all'atto dell'assunzione,alcuna conoscenza in campo informatico. Le considerazioni che seguono derivano da informazioni assunte presso un grosso istituto di credito ligure. In questo caso la formazione e l'aggiornamento degli utenti "chiavi in mano" è organizzata in modo completamente autonomo dalla banca stessa.

Per quanto riguarda invece gli addetti al Centro di Calcolo, questi vengono selezionati,tra tutto il personale dipendente,attraverso tests attitudinali (non a carattere informatico). Inizialmente essi vengono introdotti tutti come operatori. La loro formazione specialistica è raggiunta attraverso corsi tenuti da case costruttrici di calcolatori o presso enti esterni.Attualmenete la tendenza di questa banca è di gestire sempre più autonomamente i corsi di alfabetizzazione informatica per questi dipendenti.

E' da osservare che il passaggio al centro di calcolo non comporta di per sè un aumento retributivo (in talune situazioni si registrano però accelerazioni di carriera).

Secondo esempio

Per l'assunzione vengono richieste certe capacità metodologiche e qualche conoscenza informatica di base. Le considerazioni che seguono derivano da informazioni assunte presso alcune realtà industriali e del settore commerciale. Nel seguito sono riportate alcune delle capacità richieste con più frequenza.

Capacità di carattere metodologico :

- saper collegare tra loro concetti acquisiti anche in contesti diversi
- saper documentare il lavoro svolto
- sapersi servire di esperienze precedenti, proprie e altrui, e di dati già acquisiti per progettare un lavoro
- consuetudine al linguaggio scritto

Capacità informatiche di base :

- una certa familiarità col pensiero algoritmico
- una certa capacità ad usare programmi scritti da altri

Anche in questi casi la formazione viene organizzata in modo misto: in parte gestita direttamente dall'azienda, in parte commissionata a case costruttrici di calcolatori, in parte affidata ad enti esterni (IFAIP, ELEA, SOGEA, SOGESTA, ASCOM,...) variamente collegati alle realtà lavorative interessate.

Terzo esempio

Vengono richieste per l'assunzione alcune capacità più specifiche a livello tecnico-informatico. E' il caso di certi settori dell'industria, della pubblica amministrazione e del terziario, intendendo con ciò in particolare le softwarehouses (aziende produttrici di software) che oggi stanno nascendo in gran numero. Qui, a seconda della qualifica professionale di inserimento, possono essere richieste, per l'assunzione, conoscenze legate allo sviluppo tecnologico del momento (es. microprocessori), almeno un linguaggio di programmazione, conoscenze di certi sistemi operativi, etc... .

La formazione avviene in parte come nell'esempio precedente anche se spesso é maggiormente delegata all'esperienza quotidiana accanto a colleghi esperti e allo studio individuale autonomo.

In conclusione le indicazioni emergenti dai vari settori, che riguardano in generale tutti i diplomati e non solo quelli degli indirizzi specifici in informatica,si possono così sintetizzare:

- necessità di competenze di carattere generale in informatica ((capacità di : interpretare risultati,definire esattamente un problema e un suo schema risolutivo,verificare una procedura,utilizzare correttamente le risorse disponibili,...
- necessità di competenze di carattere metodologico (metodologie di organizzazione del lavoro: documentazione,piani di prova,....)
- necessità di capacità di base (consuetudine al linguaggio scritto,trasmissione delle informazioni,consuetudine al lavoro di gruppo,....)

2.2 Formazione non scolastica

Per completare il quadro relativo alla formazione di competenze e all'aggiornamento nel settore dell'informatica facciamo qualche breve riferimento alle attività formative non scolastiche condotte da Enti Privati e/o sovvenzionati con fondi pubblici (Regioni,Fondo Sociale Europeo,...). I corsi che vengono organizzati a questo proposito sono orientati o all'aggiornamento dei metodi di lavoro nell'ambito di una ben definita professione(office automation,gestione aziendale, etc..) oppure alla creazione di nuove figure professionali.
In genere gli Enti che si occupano dell'organizzazione di questi corsi dimostrano una notevole flessibilità riguardo alla individuazione dei corsi più opportuni , alla definizione dei contenuti e dei metodi,alla strumentazione necessaria.
I corsi che abbiamo esaminato erano gestiti da enti diversi ed erano essenzialmente corsi per programmatori (rivolti alla gestione), corsi per analisti EDP junior, corsi di gestione aziendale (nei quali le applicazioni informatiche erano uno degli argomenti affrontati e non l'unico),corsi di office automation.
Tutti questi corsi hanno delle caratteristiche comuni che possono essere sintetizzate come segue :

- numero chiuso
- tempi lunghi (in alcuni casi addirittura tempo pieno e retribuzione ai frequentanti)
- collegamento stretto con aziende realizzato anche con modalità differenti; nel

caso di corsi indirizzati a lavoratori occupati, i docenti dei corsi vengono in genere scelti tra persone che lavorano in qualche industria o impresa; nel caso di corsi indirizzati a "non-lavoratori", si prevedono periodi di stages presso aziende

- alta percentuale di assunzioni a fine corso (in genere in softwarehouses o piccole aziende di recente meccanizzazione)
- oltre a contenuti specificamente informatici si cerca di dare una formazione più ampia (organizzazione aziendale, marketing, tecnologie di produzione, finanziaria, etc...)

Quest'ultimo punto distingue abbastanza nettamente questi corsi da quelli, in genere, offerti dalle case costruttrici di calcolatori, che sono centrati sull'uso delle macchine fornite o di addestramento per particolari funzioni professionali dell'area informatica (direzione del servizio elaborazione dati, responsabili di progetti, analista di sistema, utilizzatori DP esterni al servizio elaborazione dati, etc..)

Ci si può chiedere a questo punto, tenendo conto della panoramica generale fatta, come si inseriscano, di solito, nel mondo del lavoro, i diplomati PRP o PII. Attualmente pare che essi vengano inseriti principalmente come ragionieri e periti industriali; la loro preparazione informatica costituisce spesso per le aziende una sorta di "investimento per il futuro". Molti trovano anche impiego presso softwarehouses o presso piccole aziende, enti pubblici o industrie, come addetti all'hardware o come programmatori. Questi ultimi se poi col tempo crescono professionalmente possono anche diventare analisti.

Nel complesso infatti pare emergere che la figura professionale più richiesta sia una figura intermedia tra gli attuali programmatori e gli analisti, ma più spostata verso questi ultimi. Per questo risulta oggi, in generale, una tendenza a preferire nelle assunzioni personale laureato sia nella Pubblica Amministrazione che nei settori scientifici dell'industria.

3 *Conclusioni*

Le richieste del mondo del lavoro, per quanto riguarda l'uso del calcolatore nella formazione professionale, sono in gran parte quelle di una cultura informatica di base per la maggior parte del personale diplomato; le risposte istituzionali fornite dalla scuola sono perciò insufficienti perchè riguardano solo la formazione specialistica.

E' quindi urgente affrontare il seguente problema: come si possono introdurre elementi di informatica nella formazione di base? Occorre costituire una materia di insegnamento specifica oppure è più opportuno introdurre questi elementi nell'ambito di qualche disciplina, per esempio matematica o fisica, modificandone almeno parzialmente l'impostazione?

Alcune indicazioni di metodo e di contenuto, valide anche per altri indirizzi scolastici si possono trarre dai programmi per i corsi PRP e PII.

Per quanto riguarda l'impostazione di tali corsi le idee innovative più significative sono:

- l'istituzione dei laboratori anche per materie, come matematica, tradizionalmente prive di momenti applicativi istituzionalizzati; il calcolatore, utilizzato in questo ambito sia come strumento di calcolo che come strumento preprogrammato, può diventare un valido aiuto per la verifica delle nozioni apprese e permette allo studente di acquisire conoscenze ed abilità nuove
- la realizzazione di un progetto a carattere interdisciplinare che dovrebbe essere argomento di lavoro dell'ultimo anno scolastico e di colloquio in sede di esame di stato. L'organizzazione di tale progetto, qualora si voglia trattare un argomento di utilità pratica, ha l'indiscusso vantaggio di stimolare i docenti a contatti operativi con il mondo del lavoro.

Indicazione di metodo interessante è l'insegnamento per problemi che non costituisce semplicemente una metodologia didattica di carattere formativo, ma è un metodo effettivamente significativo nella pratica del lavoro. Accanto a questo vengono sottolineati l'importanza della interdisciplinarietà quale metodo rivolto alla individuazione di problemi e l'indicazione ad affrontare alcuni argomenti in modo ciclico.

Contenuti che potrebbero far parte della preparazione di base di ogni diplomato sono ad esempio: il processo di algoritmizzazione, argomento di cui è opportuno fornire agli studenti esempi tratti da diversi campi di applicazione, e la analisi delle trasformazioni socio-economiche e culturali derivanti dall'automazione del calcolo.

Dal punto di vista contenutistico e metodologico, per quanto riguarda l'uso di uno strumento di calcolo, riteniamo che non sia opportuno richiedere una conoscenza troppo specifica di una data macchina. Ad esempio, trattando della funzione e dell'uso dei sistemi operativi, sarà opportuno illustrarne le caratteristiche e l'organizzazione generale, anche attraverso la conoscenza pratica di quello installato nella scuola, senza però addentrarsi nei dettagli e nei trucchi legati alla macchina specifica.

L'introduzione di elementi di informatica nella formazione di base nella scuola secondaria superiore comporta il dover affrontare in modo globale il problema dell'aggiornamento degli insegnanti. Abbiamo visto che, per i corsi specialistici, ci sono state e ci sono proposte e realizzazioni di corsi di aggiornamento a livello ministeriale che si prefiggono lo scopo di permettere agli insegnanti dei corsi speciali di svolgere il nuovo programma con sufficiente sicurezza. L'attuale proposta ministeriale è quella di affidare localmente la gestione dell'aggiornamento ad insegnanti formatori, insegnanti cioè che abbiano seguito un apposito corso rivolto alla formazione. I vantaggi di una tale proposta sono la diffusione su larga scala e la sicurezza di riferimenti locali per gli insegnanti, ma purtroppo c'è il rischio di una caduta di livello nella qualità dei corsi e la possibile chiusura su linee tematiche uniche o specifiche di una particolare realtà.

Per le scuole ad indirizzo non specialistico, come si è detto, non ci sono proposte organiche. Dalle esperienze fatte da Enti (C.N.R., Università, Gruppo AICA-AED) emerge però la necessità di non limitarsi a fornire, nei diversi corsi, nozioni di base (ad esempio la conoscenza di un linguaggio), ma di mirare alla discussione e pianificazione dell'utilizzo in classe di strumenti di calcolo costruendo anche materiale didattico.

Infine un'idea che ci sembra senz'altro valida e che è già stata realizzata dall'AICA è quella di organizzare, come momento di formazione, almeno per gli insegnanti di materie specialistiche, stages presso industrie o aziende. Queste attività potrebbero servire anche come primo passo verso analoghe iniziative di inserimento degli studenti in diverse realtà lavorative. Infatti l'organizzazione di stages per gli studenti comporta la necessità che questi vengano adeguatamente seguiti ed indirizzati e di ciò naturalmente non possono farsi carico solo le aziende ospitanti. Quanto sopra potrebbe essere meglio realizzato se gli insegnanti vessero una conoscenza personale di che cosa richieda e di come sia organizzato il mondo del lavoro. Forse l'utilizzo di insegnanti per il coordinamento e l'assistenza in attività nuove come gli stages potrebbe essere una parziale soluzione al problema del sopranumero.

Ringraziamenti

Si ringraziano per la cortese collaborazione e la documentazione fornita: l'Ing. Bellucci dell'I.B.M. - Italia; i Dott. Comitardi e Stellino della Cassa di Risparmio di Genova e Imperia; l'Avv. Cristina dell'Unione Regionale delle ASCOM Liguri; l'Ing. Facchini della SINTAX; i Proff. Facco e Tallone dell'Istituto Tecnico Commerciale Einaudi di Genova-Sampierdarena; il Preside Ing. Ficcarelli e i Proff. Bergonzi, Bruzzone, Melandri, Uggeri, Vallini dell'Istituto Tecnico Industriale A. Gastaldi di Genova-Sampierdarena; il Prof. Luzzatto dell'Università di Genova; l'Ing. Oliva dell'Italimpianti; il Sig. Ottonello e la Prof. Romanengo dell'Istituto Addestramento Lavoratori (I.A.L. - CISL); l'Ing. Rizzo dell'Ansaldo; l'Ing. Ughetto dell'Olivetti; l'Ing. Vannucci dell'ENFAPI - Centro operativo ligure

Riferimenti

Atti del Convegno AICA '81, Pavia 23-25 Settembre 1981

Atti del Convegno ISEO, "Presente e futuro dell'informatica in Italia", Saint-Vincent, 8-10 Giugno 1977

R. Lewis, E.D. Tagg, Computers in Education, Proceedings of the IFIP TC-3, 3rd World Conference on Computers in Education, WCCE 81, Losanna, 27-31 Luglio 81

A. Bassanetti, "Scuola: dove si diventa perito informatico e ragioniere programmatore", Zero Uno, n° 8, Settembre 1982, pp. 114-121

Informatica e Documentazione, anno 8, n° 4, Dicembre 1981

S. Mello-Grand, "Un binomio difficile per l'Italia", Informatica 70, n° 46, Aprile 77 pp. 10-16

P. Padelli, "Le sperimentazioni in corso nella scuola secondaria superiore"

Materiale didattico distribuito nei Corsi di aggiornamento per insegnanti delle scuole ad indirizzo speciale per l'informatica, curato dai coordinatori dei corsi e pubblicato dal M.P.I., Direzione generale per l'Istruzione Tecnica, Div.II

Orari e programmi di insegnamento dell'indirizzo per ragioniere perito commerciale e programmatore e dell'indirizzo particolare per l'informatica, emanati con: D.P.R. n° 647 del 20/4/1970; D.P.R. n°123 del 28/1/1972; D.P.R. n°725 del 31/7/1981

Il tema di matematica della prova di maturità, nella tradizione italiana

Carmelo MAMMANA (Catania)

1. Come è noto gli esami di Stato di maturità e di abilitazione sono regolati dal decreto-legge 15 febbraio 1969, n. 9 e dalle leggi 5 aprile 1969, n. 119 e 15 aprile 1971, n. 146. Secondo quanto stabilito dalle vigenti disposizioni gli esami di Stato di maturità e di abilitazione, sino all'entrata in vigore della legge di riforma della scuola secondaria, consistono in due prove scritte e in un colloquio. La prima prova scritta consiste nella trattazione in italiano di un tema scelto dal candidato fra quattro che gli vengono proposti, la seconda prova scritta, indicata, annualmente dal Ministero, verte su materie che variano secondo il tipo di maturità. Il colloquio, nell'ambito dei programmi svolti nell'ultimo anno, verte su concetti essenziali di due materie scelte rispettivamente dal candidato e dalla commissione fra quattro che vengono indicate dal Ministero e comprende la discussione sugli elaborati. La possibilità che la seconda prova scritta sia di matematica si può avere solo per la maturità scientifica e per la maturità magistrale. Infatti la seconda prova scritta va scelta, per la maturità scientifica, tra le materie: latino (versione dal latino), matematica, lingua straniera, e per la maturità magistrale tra le materie: latino (versione dal latino), matematica. Dal 1969 il Ministero ha annualmente indicato la matematica come seconda materia per lo scritto della maturità scientifica, mentre per quanto riguarda la maturità magistrale il Ministero ha alternato la matematica con il latino come seconda materia per lo scritto. Infine la matematica

non è stata mai indicata dal Ministero fra le quattro materie prescelte per il colloquio per la maturità scientifica, mentre la matematica è stata indicata tra le quattro materie per la prova orale della maturità magistrale negli anni in cui il latino era la seconda prova scritta. Bastano già questi pochi cenni su come si sono svolti dal 1969 ad oggi gli esami di maturità per permettere di trarre alcune considerazioni sul ruolo riservato alla matematica nell'insegnamento, però parlando qui ad addetti ai lavori, non mi dilungherò su considerazioni di tale natura, in quanto ognuno, sulla base della propria esperienza, può tirare le conclusioni da sé.

Invece ora esaminerò come si è andata sviluppando la prova scritta di matematica nell'esame di maturità in Italia. Distinguerò due casi: la prova scritta di matematica negli esami di licenza scientifica e la prova scritta di matematica negli esami di licenza magistrale.

2. Per lo scopo che ci si vuole prefiggere è bene considerare un breve andamento storico di come si sono svolti gli esami di maturità per quanto riguarda la matematica. Esaminerò le più significative tappe dell'ordinamento scolastico in Italia che, pur essendo rimasto invariato per lunghi periodi, ha subito modifiche, talvolta notevoli, per quanto riguarda le caratteristiche degli esami conclusivi.

Nel 1859 il ministro Gabrio Casati elaborò la legge che porta il suo nome e fissava le caratteristiche generali dell'istruzione. In origine tale legge ebbe valore soltanto per il Regno Sardo e successivamente la sua validità fu estesa, quasi sempre integralmente alle altre regioni d'Italia man mano che esse venivano annesse al Regno sabaudo. La scuola prevista dalla legge Casati era organizzata sostanzialmente in un ginnasio-liceo, in una scuola speciale comprendente la scuola tecnica e l'istituto tecnico e nella scuola normale maschile, femminile e promiscua. Tale ordinamento si può dire che sia rimasto praticamente immutato per circa sessantanni, cioè sino al 1923 quando fu approvata la riforma Gentile che trasformò la scuola in quegli ordinamenti tutt'ora vigenti. Legge Casati e riforma Gentile hanno retto l'istruzione in Italia sino ad oggi, in quanto le varie sperimentazioni, le varie proposte o riforme hanno avuto vita breve e per niente incisiva sugli ordinamenti scolastici. Si pensi ai licei così detti "moderni" dell'inizio del secolo e alla riforma Bottai che approvata non fu mai attuata.

Sebbene gli ordinamenti scolastici abbiano subito pochi mutamenti, notevoli, invece, sono stati i mutamenti per quanto riguarda la prova di matematica nell'esame di licenza liceale.

In applicazione della legge Casati tutti i regolamenti d'esame che vengono emanati prescrivono per la matematica due prove d'esame: una scritta ed una orale. Questo fatto pone la matematica allo stesso livello e gli riconosce lo stesso valore educativo dell'italiano e del latino e ciò viene anche ufficialmente riconosciuto quando parlando della "licenza d'onore" si dice che essa viene concessa a quei candidati che abbiano superato l'esame in una sola sessione *con dieci punti nell'italiano, nel latino e nella matematica e con non meno di otto punti in ciascuna delle altre materie.* Questa situazione di riconoscimento dei valori della matematica non dura molto a lungo; ben presto inizia un movimento tendente a declassificare la matematica nel liceo e a riconoscere valore preminente alle discipline letterarie.

In questa direzione una priva vittoria degli oppositori della matematica è riportata con il regio decreto del 7-1-1875. In base a quanto stabilito con tale decreto viene concessa alla commissione esaminatrice la facoltà di accordare il diploma di licenza *anche a quei candidati i quali, essendosi segnalati nel greco, avessero fallito in matematica o, essendosi segnalati in matematica, avessero* *fallito in greco, quando dal complesso dell'esame le apparisse che il candidato compensi con la profondità e precisione in una materia il difetto dell'altra*, stabilendo inoltre che *quegli i quali hanno ottenuto l'attestato nel modo sopra detto non potranno iscriversi che alle facoltà di scienze naturali e matematiche se hanno fallito in greco, alle facoltà di filosofia e lettere, di diritto e di medicina, se hanno fallito in matematica.*

Da allora si è andati avanti con alterne vicende: prova scritta di matematica si, prova scritta di matematica no, prova scritta di matematica a discrezione del Ministro, prova scritta di matematica in alternativa alla prova scritta di greco. Finché il regolamento del 1896 dà partita vinta agli oppositori della matematica; tale regolamento infatti recita all'art. 1: *I candidati alla licenza liceale che alla prima prova saranno licenziati con dieci decimi nell'italiano, nel latino e nella storia e con non meno di nove decimi nel complesso di tutte le materie conseguiranno la licenza d'onore*, e per la matematica prescrive il solo esame orale. Con ciò la matematica viene definitivamente eliminata dall'insieme delle materie ritenute primarie nella formazione dei giovani liceali, mentre il liceo viene ad assumere un indirizzo nettamente classico.

Da allora questi atteggiamenti si rafforzano sempre più e culminano nel 1923 con la riforma Gentile che prevede il "liceo classico" idealmente collegato al ginnasio-liceo di Casati e di cui rappresenta il naturale prosieguo.

La riforma Gentile considera nel liceo classico necessari alla formazione culturale dei giovani soltanto l'apporto delle discipline storiche-estetiche-letterarie, trascura e sottovaluta l'apporto che può derivate dalle discipline scientifiche in generale e della matematica in particolare. In tale quadro la matematica ha solo un ruolo marginale: poche ore riservate all'insegnamento; la sola prova orale nell'esame di licenza.

E dire che si era partiti con la matematica posta nello stesso piano di italiano e latino!!!

La legge Casati, accanto al ginnasio-liceo, scuola finalizzata alla preparazione agli studi universitari, prevedeva un altro tipo di scuola, destinata prevalentemente a preparare quei giovani che volessero immettersi nel mondo del lavoro alla fine dei loro studi. Tale scuola si articolava in una Scuola Tecnica seguita poi da un corso superiore denominato Istituto Tecnico distinto in varie sezioni a diverso indirizzo professionale.

Tra le varie sezioni dell'Istituto Tecnico si distinse ed assunse subito particolare importanza la sezione fisico-matematica. Tale sezione, che consentiva l'accesso alla facoltà di scienze matematiche, fisiche e naturali, risultò la più frequentata e come dire la sezione guida dell'intero Istituto tecnico. Ciò perchè tale sezione si andò caratterizzando via via come una scuola di cultura generale, dove, al posto delle lingue classiche venivano studiate le lingue moderne e dove il contenuto letterario si trovata controbilanciato in modo preminente da un insegnamento delle scienze fisico-matematiche più intenso e così esteso da invadere anche il campo dell'insegnamento scientifico superiore; e da tale sezione infine dovevano trarre alimento e vigore tutte le altre sezioni.

La struttura della sezione fisico-matematica si presentava quindi tale da poter permettere ai giovani di conseguire sia una buona preparazione scientifica sia una formazione letteraria almeno nelle lettere moderne e quindi tale da poter assicurare una preparazione veramente completa: a riprova di ciò sta il fatto che da tale sezione fisico-matematica uscirono buona parte degli scienziati dell'epoca, per parte nostra basta ricordare VITO VOLTERRA, CORRADO SEGRE, FRANCESCO SEVERI.

Nell'esame di licenza la prova finale di matematica fu sempre articolata in due prove: una scritta ed una orale, e la matematica assieme alla fisica e all'italiano veniva considerata come materia principale per la concessione della licenza d'onore.

Nel 1923 la riforma Gentile, facendo tesoro delle esperienze fatte nella sezione fisico-matematica dell'Istituto tecnico, per rispondere alle esigenze di una scuola a formazione scientifica, previde un liceo scientifico, come scuola secondaria superiore. Però, mentre a parole venivano ad essere posti sullo stesso piano sia il liceo classico che garantiva una formazione classico umanistica, sia il liceo scientifico che dava una formazione prettamente scientifica, di fatto i due licei erano posti su piani nettamente diversi. Non starò qui ad esaminare i vari perché, per tutti basta questo. Mentre il liceo scientifico consente ai propri alunni che aspirano agli studi universitari di potersi iscrivere solo in facoltà diverse da quelle di giurisprudenza e di lettere, e ciò può essere accettabile, dall'altra il liceo classico, senza dare un'adeguata preparazione scientifica, consente ai propri alunni l'accesso anche alle facoltà scientifiche, con grave sperequazione a danno della prima scuola.

La matematica nel liceo scientifico conserva un ruolo di primo piano e l'esame di licenza prevede una prova scritta ed una orale di matematica.

3. La formazione degli "educatori dei fanciulli" è dalla legge Casati assegnata alla Scuola normale maschile, femminile, promiscua della durata di tre anni a cui si accedeva dopo il ginnasio inferiore o meglio ancora direttamente dopo la scuola complementare della durata di tre anni. Obiettivi dell'insegnamento della matematica erano, da una parte, quelli *di contribuire alla formazione della mente dell'allievo abituandolo al ragionamento rigoroso e di fornirgli uno strumento utilissimo in molte contingenze della vita*, dall'altra, *di mirare a far raggiungere all'allievo quelle abilità specifiche che sono necessarie al maestro*. Quest'ultimo obiettivo veniva particolarmente perseguito nell'ultimo anno di corso. Nell'esame finale per la matematica era prevista una prova scritta ed

una orale.

Le cose sostanzialmente restano immutate con la riforma Gentile del 1923: la scuola normale diventa istituto magistrale ed ha la durata di quattro anni; un maggiore peso viene dato alle discipline filosofiche, pedagogiche, psicologiche; per la matematica si può dire che tutto resta immutato.

Contrariamente a quanto accaduto per i licei, per la scuola normale prima e per gli istituti magistrali dopo non si è mai sviluppato alcun dibattito. Solo in questi ultimi anni si è rilevata la necessità di una riforma profonda degli studi magistrali per adeguare la preparazione dei maestri alle esigenze moderne. In tale ristrutturazione l'area matematico-scientifica dovrebbe occupare un posto di primo piano.

4. Da questi brevi cenni sulla storia degli ordinamenti scolastici italiani appare chiaro che volendo esaminare, nella tradizione, la prova finale di matematica negli odierni licei scientifici, si devono considerare tre periodi: il primo, quello della legge Casati, che va dall'unità d'Italia sino al 1923 data della riforma Gentile; il secondo, ossia quello della riforma Gentile, che va dal 1924 al 1968; il terzo che va dal 1969, epoca della riforma ultima degli esami di maturità, ai nostri giorni.

Per quanto riguarda il primo periodo, per la prova finale di matematica nella licenza fisico-matematica il Ministero previde sempre una prova scritta ed una prova orale.

Ho avuto modo di esaminare 107 temi assegnati alla prova scritta della licenza fisico-matematica; non credo di essere riuscito ad esaminare tutti i temi assegnati nei vari anni, ma il campione di 107 mi sembra abbastanza significativo. I temi per buona parte riguardano applicazione dell'algebra a problemi di geometria, pur toccando vari altri argomenti quali: risoluzione di sistemi, con o senza condizioni; questioni aritmetiche varie, questioni di trigonometria, ecc.

Ed eccone alcuni esempi:

I Risolvere il sistema:

$$x+y=10$$
$$x^5+y^5=17050$$

II Dati due numeri reali e positivi a e b risolvere il sistema:

$$x+y=a$$
$$x^3+y^3=b(x^2+y^2)$$

e dare le condizioni perché x ed y risultino anch'essi reali e positivi.

III Trovare quattro numeri in proporzione geometrica, date la somma a degli estremi, la somma b dei medi, e la somma c delle quarte potenze dei termini.

Applicare al caso $a=11$, $b=10$, $c=5729$.

IV Indicati con P, Q, R i termini p^{esimo}, q^{esimo}, r^{esimo} d'una progressione aritmetica e supposti conosciuti P e Q ricavare R.

V Dati due numeri a e b determinarne un terzo x tale che il quadrato della differenza di x e di a sia uguale all'eccesso di b su x.

Discutere la soluzione e stabilire in quale relazione debbono stare a e b perché i tre numeri risultino interi e siano in progressione aritmetica.

VI Determinare un numero della forma $N=p^\alpha q^\beta$, essendo p e q fattori primi e α, β numeri interi positivi, quando si sappia che il numero dei divisori di N (l'unità ed il numero stesso inclusi) è uguale a $2pq$ e che i prodotti dei fattori primi p, q pei rispettivi esponenti α, β sono uguali fra loro.

VII Trovare il valore delle formole

$$\frac{\cot A+\cot B+\cot C}{\cot A\cot B\cot C} \qquad \frac{\operatorname{sen} 2A+\operatorname{sen} 2B+\operatorname{sen} 2C}{\cos A\cos B\cos C}$$

quando

$$A+B+C=90°$$

e il valore delle formole

$$\frac{\operatorname{tg} A+\operatorname{tg} B+\operatorname{tg} C}{\operatorname{tg} A\operatorname{tg} B\operatorname{tg} C} \qquad \frac{\operatorname{sen} 2A+\operatorname{sen} 2B+\operatorname{sen} 2c}{\operatorname{sen} A\operatorname{sen} B\operatorname{sen} C}$$

quando

$$A + B + C = 180°$$

VIII Dato il numero positivo a, risolvere e discutere il sistema

$$\cos x + \cos y = a$$
$$\cos 2x + \cos 2y = \frac{1}{2}$$

Caso particolare: $a = \frac{1}{2}$.

IX Se i lati b e c e l'angolo A d'un triangolo verificano la relazione

$$b = 4c \cos(30° + \frac{A}{2}) \cos(30° - \frac{A}{2})$$

dimostrare che l'angolo A è doppio dell'angolo C, e che i lati a, b, c, verificano l'eguaglianza

$$a^2 = c(b + c)$$

Ricavare quest'ultima relazione anche per via geometrica, dopo aver trovato che l'angolo A è doppio dell'angolo C.

X Risolvere l'equazione

$$\text{sen } 2x = m(\text{sen } x + \cos x)$$

nell'ipotesi che il numero reale m sia positivo, e che x debba essere compreso fra $0°$ e $90°$, gli estremi inclusi.

Caso particolare: $m = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{3})$.

XI Dato il perimetro $2p$ d'un triangolo rettangolo calcolarne i lati, sapendo che essi sono in progressione geometrica.

XII Esprimere i lati di un triangolo in funzione del perimetro e degli angoli, ed in particolare in funzione del perimetro e delle tangenti delle metà degli angoli.

Nell'ipotesi che il perimetro sia uguale a metri 200 e due degli angoli siano rispettivamente 30° e 45°, calcolare i lati a meno di un centimetro.

Di tipo standard, in generale si tratta di risoluzione di triangoli o problemi su cerchi o sfere o coni, i temi riguardanti l'applicazione dell'algebra alla geometria; normalmente la discussione che ne deriva, collegata alle soluzioni del problema, risulta semplice e richiede da parte degli allievi buon senso e logica.

Un cenno a parte desidero fare del seguente tema:

Quanta parte della superficie terrestre (supposta sferica) sarebbe veduta da chi potesse elevarsi, sopra di essa, a un'altezza uguale al raggio?

E a quale altezza dovrebbe elevarsi un osservatore per vedere la sesta parte della superficie terrestre?

In entrambi i casi trovare il volume del segmento veduto.

che è l'unico che ho trovato collegato alla realtà.

In conclusione con tutta tranquillità posso esprimere un giudizio altamente positivo per i temi assegnati agli esami di licenza fisico-matematica e ciò sia per la molteplicità e varietà degli argomenti trattati, in modo tale che non essendosi creata una moda e una tecnica risolutiva gli studenti dovevano prepararsi su tutto il programma, sia per la non eccessiva complicazione dei temi proposti, risultando essi, nella generalità dei casi, semplici negli enunciati e nell'impostazione e sia infine perché richiedono per la loro soluzione da parte degli allievi intuizione, capacità deduttive, inventiva, precisione.

Con il 1924 ha inizio la maturità scientifica; i regolamenti d'esame prescrivono per la matematica una prova scritta ed una prova orale tanto per la sessione estiva quanto per la sessione autunnale. Per la prova scritta il Ministero si è così regolato. Ha assegnato un unico tema di algebra applicato ad una questione geometrica sino al 1933, con l'unica eccezione della sessione autunnale del 1929 nella quale l'unico tema assegnato consistette nella risoluzione di un dato sistema di quarto grado. Dal 1934 ha assegnato due temi lasciando liberi gli allievi di risolverne uno solo; i due temi erano uno applicazioni dell'algebra ad una questione di geometria ed uno di geometria analitica. Nelle sessioni estive del 1940 e del 1943 fu assegnato un unico tema di applicazioni dell'algebra alla geometria e così pure nella sessione estiva del 1941 fu assegnato un unico tema consistente nella risoluzione di un sistema di secondo grado con rappresentazione geometrica. Dopo l'interruzione bellica furono sempre assegnati due temi dei due tipi sino al 1951. Nel 1952, nella sessione estiva nessuno dei due temi verteva sulla geometria analitica, uno richiedeva la ricerca di un massimo, e nella sessione autunnale fu assegnato un solo tema di applicazioni dell'algebra ad una questione geometrica. Dal 1953 al 1968 fu sempre assegnato un unico tema per sessione che fu sempre di algebra applicata ad una questione di geometria con le seguenti eccezioni. Nel 1953 nelle due sessioni i temi hanno riguardato questioni di geometria analitica e così pure in una delle sessioni degli anni 1956, 1958, 1959 e 1960. Dalla sessione autunnale del 1965 sino a quella del 1968 il tema ha riguardato una questione di geometria analitica con l'unica eccezione della sessione estiva del 1968 in cui il tema riguardò applicazioni di algebra alla geometria.

Credo che tutti i presenti o per esperienza diretta da studenti o perché i temi sono facilmente reperibili negli ordinari libri di testo, siano a conoscenza degli argomenti trattati nei vari temi assegnati, di che cosa veniva in essi richiesto e in che modo. Non mi intratterò quindi su questi aspetti, fermerò invece la mia attenzione su due questioni: a) uno o due temi da svolgere a scelta dell'allievo; b) la *discussione* che normalmente era richiesta nei singoli temi.

Per circa venti anni dal 1934 al 1952 il Ministero predispose per gli esami di maturità scientifica di matematica nelle due sessioni due temi: uno di applicazione dell'algebra alla geometria ed uno di geometria analitica lasciando arbitri gli allievi, a loro scelta, di risolvere uno dei due temi proposti loro.

La scelta del criterio di assegnare due temi fu dal Ministero adottata ritenendo che fosse più adatta per adeguare la natura del tema alla preparazione del singolo allievo, metterlo quindi a maggiore agio e permettergli di mostrare nel modo migliore la propria personalità e preparazione in matematica. Tale criterio, però, se in teoria si presentava meglio adatto a stabilire la precisa capacità deduttiva di un allievo "normale" cioè regolarmente preparato nei programmi di matematica del liceo scientifico, in pratica presentò vari inconvenienti, così che alla fine il Ministero ritornò ad assegnare un tema per sessione.

Il vantaggio concesso della scelta del tema spesso si rivelava illusorio per gli allievi, questi infatti normalmente svolgevano il primo tema loro dettato, senza neppure leggere o scrivere il secondo; inoltre gli allievi non troppo esperti indugiavano assai a lungo su uno dei temi e quindi, in presenza di serie difficoltà, erano indotti a tentare la risoluzione dell'altro tema, il che li conduceva ad una dannosa dispersione di tempo e di energie. Inoltre il fatto che ogni anno si sapesse che venivano assegnati due temi di dato preciso tipo portava gli allievi e certi insegnanti a farsi "furbi" i quali, sapendo che alla prova scritta si sarebbero trovati di fronte la facoltà di scegliere tra un tema di applicazione dell'algebra alla geometria e una questione di geometria analitica, preferivano omettere del tutto lo studio di una delle due parti, confidando nella generosità del Ministero. La conseguenza era che parecchi allievi venivano ad essere licenziati con delle notevoli lacune che risultavano particolarmente gravi per quei giovani che intraprendevano gli studi universitari in matematica o in fisica o in ingegneria. Questo inconveniente forse poteva essere eliminato variando opportunamente gli argomenti che formavano oggetto dei due temi, e ciò non è accaduto; forse si è persa una buona occasione che avrebbe fornito ottimo materiale per prove future!!

Caratteristica costante dei temi assegnati alla maturità è stata quella di richiedere la così detta *discussione*. Credo che si sia tutti d'accordo che, fra l'altro, l'insegnamento della matematica nel liceo scientifico ha il compito di sviluppare e soprattutto di organizzare le operazioni logiche minime e consecutive del procedimento razionale, di modo che tale organizzazione costituisca sempre un modello di retto sviluppo del pensiero dell'allievo. Sulla base di tale principio la "discussione" si inserisce in modo naturale: ammesso che i coefficienti dell'equazione risolvente di un dato problema siano funzione di uno o più parametri, come devono variare questi tra loro, affinché il problema ammetta soluzioni reali ed esistenti in un determinato campo, senza essere obbligati a trovare le soluzioni generali? Nei temi di liceo scientifico la risolvente era una equazione di secondo grado. Dapprima la discussione si sviluppava col cosiddetto metodo diretto, che consisteva nella macchinosa risoluzione di sistemi di disequazioni, alcune delle quali irrazionali; poi sono venute le semplificazioni quali: il metodo di Tartinville, la regola di Cartesio sui segni delle radici reali di un'equazione, il metodo di Budan-Fourier; ed infine si è giunti ai così detti metodi grafici, per mezzo dei quali, ricorrendo alla geometria analitica, si riduce la questione alla intersezione di rette e parabole, o di rette e circonferenze, o di rette e curve di altra natura, o di curve fra loro. Tutto questo ha fatto sì che passo passo la discussione degenerasse in un fatto puramente mnemonico e meccanico; nella costruzione di tabelle, grafici, confronti con lo zero dei vari effe di alfa, effe di beta, sigma, ecc., che venivano fatti automaticamente senza alcuna frase di chiarimento e spiegazione, il che rivela che l'allievo aveva lavorato senza rendersi alcun conto del riferimento ai principi che aveva via via applicato. E questo non è più matematica! E' tradimento del principio da cui si era partiti!!

La degenerazione della discussione nei problemi dati alla maturità scientifica che si ripercuoteva anche nell'insegnamento in quanto gli allievi venivano addestrati a risolvere quel tipo di temi, suscitò numerose critiche intorno alla natura e al contenuto dei temi di matematica assegnati negli esami. Fra tutti i critici ricorderò Bruno De Finetti che con la sua voce autorevole colpì a morte la cosidetta discussione. Citerò solo quello che De Finetti scriveva sul quotidiano "La Stampa" nel gennaio del 1965: "gli estensori dei temi ministeriali si sentiranno ridicoli e temeranno di essere giudicati tali se confezioneranno ancora temi trinomi tici" ed ancora "quando la denuncia della trinomite sarà oggetto di stupore, scherno, rivolta, riflessione, resipiscienza, ebbene, anche in Italia il morbo (della trinomite) dovrà scomparire". Da allora piano piano la discussione è scomparsa nei temi di maturità scientifica.

A distanza di circa vent'anni, lontani dalle polemiche, forse torna conto ripensare un momento alla questione della discussione. Che cosa doveva rappresentare la discussione per l'allievo normale? Se si pensa alla quantità di osservazioni che l'allievo era portato a fare, quando interpretando la questione geometrica assegnata, doveva fissare preliminarmente le condizioni di disuguaglianza che occorre e basta associare alle equazioni, oppure quando doveva soffermarsi ad esaminare la figura in corrispondenza ai valori estremi o ai valori di particolare rilievo del parametro, o quando nella fase di traduzione del problema geometrico in equazioni algebriche si dovevano scegliere con oculatezza le incognite, si ottenevano elementi assai importanti per valutare più che la preparazione che può verificarsi in vario modo, la formazione matematica dell'allievo, mettendo in evidenza la sua prontezza d'intuizione, la sua facoltà di sintesi, il suo rigore logico, il possesso delle nozioni matematiche. Inoltre la stessa costruzione delle tabelle con tutti i casi che si potevano presentare nella soluzione di un problema al variare di un certo parametro abituando alla classificazione, e quindi affinando le tendenze all'ordinamento in base a dati criteri, non mancava di un suo valore formativo.

La conclusione è, a mio avviso, che forse non andava soppressa del tutto la discussione nei temi di maturità scientifica, ma bisognava farne un uso limitato, intelligente e sempre con il dovuto riferimento al caso geometrico di partenza.

Con la sessione estiva del 1969 la maturità scientifica veniva regolata da quanto stabilito dalla legge 5 aprile 1969, n. 119. Da allora gli esami si sono svolti in una sola sessione, la matematica è sempre stata la seconda prova scritta e mai è stata scelta come materia per le prove orali. Relativamente alle modalità di svolgimento degli esami la legge predetta dice: "L'esame ... consta di due prove scritte e di un colloquio" (art. 5, comma 2), "Il colloquio, nell'ambito dei programmi svolti nell'ultimo anno, verte su concetti essenziali di materie o gruppi di materie fra loro coordinate" (art. 6, comma 1). Niente invece è detto nella legge su quali debbano essere gli argomenti oggetto del tema scritto. Naturalmente visto quanto detto dalla legge per la prova orale, tutto lascia pensare che anche il tema scritto debba muoversi per quanto possibile,nell'ambito del programma dell'ultimo anno di matematica. Gli attuali programmi per la matematica del Liceo Scientifico per la 5ª classe dicono: "Massimi e minimi con il metodo delle derivate, applicazioni. Nozione di integrale con qualche applicazione. Disposizioni, permutazioni e combinazioni semplici. Binomio di Newton. Ed inoltre: applicazione dell'algebra alla geometria di I° e 2° grado con relativa discussione". Cioè si ha un vasto spettro entro cui muoversi: l'analisi matematica e la geometria analitica.

Dal Ministero è stato assegnato nel 1969 e nel 1970 un solo tema riguardante la determinazione di proprietà di funzioni elementari, cioè un tema di analisi matematica. Negli anni 1971, 1972 e 1973 è stato assegnato un solo tema composto di quattro quesiti: uno di geometria analitica, due di analisi matematica, uno riguardante lo studio di una funzione trigonometrica; i singoli temi erano preceduti dall'avvertimento: "Il candidato risolva, a sua scelta, due dei seguenti quesiti". Negli anni 1974 e 1975 il tema era composto di tre quesiti: uno di geometria analitica, uno di analisi matematica, uno riguardava lo studio di una funzione trigonometrica; uno dei tre quesiti conteneva poi una domanda teorica. Dal 1976 in poi il tema è stato sempre composto di quattro quesiti: uno di geometria analitica, uno di analisi matematica, uno riguar dava lo studio di una funzione trigonometrica, uno una domanda teorica. Dal 1974 i singoli temi sono preceduti dall'avvertimento: "Delle seguenti questioni il candidato risolva quelle che ritiene più adeguate alla sua preparazione".

Un profondo cambiamento rispetto alla tradizione si è quindi determinato a partire dal 1969. Ciò, a mio giudizio, è derivato principalmente dal fatto che poiché la prova scritta non è stata accompagnata dalla relativa prova orale, occorreva che la prova scritta desse un quadro completo della preparazione dell'allievo. Bene quindi hanno fatto gli estensori dei temi ad orientarsi per una prova articolata in più quesiti relativi a vari aspetti del programma, quesiti indipendenti tra loro ed anche nell'avere aggiunto un quesito di natura teorica. Non starò qui ad esaminare dettagliatamente i singoli argomenti assegnati, se i vari quesiti fossero elementari o meno, se i vari quesiti fossero formulati con chiarezza o meno, se i vari quesiti presentassero imprecisioni o errori, ecc., sia perché interverrebbe, senza alcun dubbio, nel giudicare il gusto e la formazione personale, sia perché sono convinto che gli estensori dei temi, persone che senza dubbio provengono dalla scuola attiva, hanno sempre cercato di interpretare nel modo migliore come dovesse essere articolata la prova per arrivare ad un giudizio sereno ed equilibrato sulla preparazione matematica degli allievi.

Mi permetto di fare un suggerimento agli estensori dei temi, che adoperino sempre un po' di fantasia e non si lascino prendere la mano rifugiandosi in schemi fissi ed obbligati così che non si debbano ripetere per la "massimominimite", per la "flessite", ecc., tutte quelle critiche che furono rivolte da tante parti alla "discussione" dei problemi che si imperniavano sulla famosa trinomite.

Una sola osservazione desidererei fare a conclusione di questa parte: mentre sino al 1973 veniva indicato nel tema un criterio che permetteva una valutazione il più possibile omogenea degli elaborati da parte delle commissioni giudicatrici come abbiamo visto, l'avvertimento premesso nei temi dal 1974 in poi, invece, ha lasciato una grande arbitrarietà nella valutazione che spesso risulta difforme da commissione giudicatrice a commissione, penso che sarebbe bene che fosse data una qualche indicazione che possa essere punto di riferimento per tutte le commissioni al momento di giudicare gli elaborati degli allievi.

5. Per quanto riguarda la prova di matematica nella maturità magistrale non si è sviluppato lo stesso dibattito che c'è stato per la maturità scientifica; le cose sono filate liscie e, a mia conoscenza, senza alcuna polemica e critica, forse perché i matematici pensavano che non valesse la pena impegnarsi in tale direzione. Il tema si è stancamente ripetuto con noia e monotonia, ricalcando quasi sempre gli stessi schemi almeno dal 1913 in avanti, da quando cioè ho avuto modo di esaminare i temi assegnati.

Eccone alcuni esempi:

I - Di un triangolo rettangolo si sa che il rapporto tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa è 9/16 e che questa è di cm. 18,5. Determinare:
1° La misura dell'altezza del triangolo relativa all'ipotenusa.
2° Il volume del solido che si ottiene facendo ruotare il triangolo di un giro completo intorno all'ipotenusa.
3° L'area della superficie di tale solido. (Luglio 1918)

II - Calcolare l'area della superficie laterale ed il volume della piramide regolare che ha per base un esagono inscritto in un cerchio di raggio cm. 15 e l'altezza uguale ai 5/6 del diametro del cerchio stesso. Segando la piramide con un piano parallelo alla base e distante dal vertice di cm. 12, quale sarà il rapporto dei volumi dei due solidi che così vengono a determinarsi? (Settembre 1927)

III - In un cerchio di raggio cm. 78 è inscritta una corda AB che è i 5/13 del diametro. Su essa e da una stessa parte sono costruiti un triangolo isoscele ABC ed un rettangolo ABDE, entrambi iscritti nel cerchio dato. Determinare:
a) la distanza del centro della corda AB ;
b) i perimetri del triangolo ABC e del rettangolo ABDE ;

c) il rapporto fra i volumi dei due solidi generati da una rotazione completa del triangolo ABC e del rettangolo ABDE intorno ad AB .

E' in facoltà del candidato trovare anche la lunghezza dei tre segmenti determinati sul lato DE del rettangolo dalle rette AC e BC. (Giugno 1931)

IV - Il triangolo ABC , la cui area è 17340, è simile ad un triangolo rettangolo, di cui l'ipotenusa ed un cateto hanno le lunghezze 17 e 15.

Trovare le lunghezze dei lati del triangolo ABC e della sua altezza relativa all'ipotenusa; calcolare inoltre l'area della superficie del solido ottenuto facendo rotare il triangolo ABC intorno alla perpendicolare all'ipotenusa BC , condotta per B , vertice del maggiore dei due angoli acuti. (Gennaio 1943)

V - Un trapezio isoscele ha la base maggiore di misura 4/3 a , l'altezza a , e l'area 25/24 a^2. Determinare:

1) le misure della base minore, del lato obliquo e del perimetro;
2) il rapporto fra le aree delle superfici dei solidi che si ottengono con le rotazioni complete del trapezio, una volta intorno alla base maggiore ed un'altra intorno alla base minore.

E' data facoltà al candidato di risolvere il problema, anziché per via letterale, per via numerica, supponendo l'altezza del trapezio cm. 36. (Ottobre 1950)

VI - L'altezza AH del triangolo ABC è di cm. 3 ed il lato AB è di cm. 5. Sapendo che il piede H dell'altezza divide la base BC in due parti BH e CH, proporzionali ai numeri 2 e 3, calcolare il perimetro e l'area del triangolo dato. Successivamente si determini su AH un punto M tale che il segmento BM risulti medio proporzionale tra HB e BM e si trovi il rapporto tra i perimetri dei due triangoli ABC e MBC . (Luglio 1959)

VII - Del trapesio ABCD rettangolo in A e in D si conoscono le lunghezze 45 a, 24 a, 28 a delle basi AB , DC e dell'altezza. AD . Indicata con E l'intersezione dei prolungamenti dei lati non paralleli, si determinino le lunghezze dei lati e l'area del triangolo DBE e si calcoli il volume del solido che si ottiene facendo ruotare il detto triangolo, di un giro completo,intorno al lato BE . Infine, si determini il valore di a per il quale l'area della superficie del predetto solido sia uguale a quella di una sfera di raggio 1 cm. (Luglio 1967)

VIII - 1) Sono dati due triangoli isoscili simili ABC e A'B'C'

le cui basi AB e A'B' stanno nel rapporto 2 .
Sapendo che la somma delle basi è 18 m e la somma delle aree è 60 m^2 si calcoli il perimetro di ciascun triangolo.
Da un punto P della base AB si tracci la parallela ad un lato del triangolo e si faccia compiere al trapezio ottenuto una rotazione completa attorno alla retta AB ; come deve essere scelto il punto P affinché il volume del solido così generato sia uguale al volume del solido generato dal triangolo A'B'C' in una rotazione completa intorno alla retta A'B' ?
2) Si giustifichi la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione. (Luglio 1981)

Qualche tema di tipo diverso è stato assegnato sino al 1923, cioè prima della riforma Gentile, eccone un esempio:

Impiegando L.840 per 75 giorni ad una certa ragione, si è avuto lo stesso interesse che impiegando L.1050 per 80 giorni ad un'altra ragione. Quali sono le due ragioni di interesse se la loro somma è 10,5 e se l'anno commerciale si considera di 360 giorni? (Luglio 1920)

E' chiaro che i temi dicono molto poco ai fini di una valutazione, sia perché il tipo di domande che si ripetono con pedissequa monotonia favorisce gli allievi che vengono allenati a risolvere problemi di quel tipo, sia per il limitato numero di argomenti affrontati, la loro poco significatività e culturale e professionale. Inoltre con temi di questo tipo, tenendo presente che non è prevista una prova orale, non viene ad essere messa per niente in luce la "cultura scientifica" e "la necessaria competenza professionale" dell'allievo, scopi questi specifici dell'insegnamento della matematica negli istituti magistrali. Occorre quindi battere nuove strade e procedere a formulare temi più significativi: gli attuali vigenti programmi pur nella loro scarna povertà offrono vari e tanti spunti per la prova.

6. A questo punto credo che ognuno dei presenti sia in condizione di poter trarre le proprie conclusioni su come andrebbe fatta la prova di matematica negli esami finali di licenza.

Farò adesso alcune considerazioni personali riguardo alla pro va finale di matematica nella maturità scientifica e quello che dirò potrà con le dovute modifiche valere anche per la prova finale di matematica nella maturità magistrale.

Finché continueranno a valere gli attuali regolamenti d'esame e la prova di matematica sarà o solo prova scritta o solo prova orale, occorrerà far sì che la prova sia tale che attraverso essa si possa raggiungere una valutazione cosciente del grado di preparazione e di formazione matematica, intesa nel senso più lato del termine (intuizione, rigore logico, capacità deduttive, inventiva, fantasia, ecc.) degli allievi. Pertanto per quanto riguarda la prova scritta penso che essa dovrà essere articolata in più quesiti indipendenti tra di loro riguardanti le varie aree tematiche toccate dal programma. Riguardo al numero dei quesiti penso che dovrebbero essere in numero elevato, 8 o 10 almeno; i quesiti devono essere semplici nella loro enunciazione, non debbono richiedere molto come quantità di calcoli che per altro non devono essere complicati, ma contemporaneamente non debbono ridursi a semplici quiz. I vari quesiti, infine, debbono mettere in luce i caratteri distintivi dell'insegnamento matematico.

Esempi di temi di questo tipo possono costruirsi con facilità combinando opportunamente il "conoscere" ed il "saper fare" del "Syllabus di matematica" che tutti conosciamo. Penso inoltre che si debba indicare per ogni singolo quesito un punteggio, conosciuto anticipatamente dall'allievo. Con ciò si raggiungono due scopi: primo: l'allievo sa come regolarsi nella scelta del tempo e nell'utilizzo delle proprie conoscenze; secondo: le singole commissioni giudicatrici sono messe in condizioni di giudicare in maniera pressoché uniforme.

7. Con il decreto del Presidente della Repubblica 28 gennaio 1972, n. 123, sono stati istituiti nell'istituto tecnico commerciale l'indirizzo "ragionieri periti commerciali e programmatori" e

rativi per il calcolo numerico di particolari punti di date funzioni. Non credo sia il caso di soffermarsi ancora su queste prove scritte anche per il fatto che si ha poco materiale a disposizione e non si è ancora creata una tradizione.

Desidero però fare alcune considerazioni personali.

Grande è stato il mio stupore e la mia meraviglia quando, consultando le circolari ministeriali per gli esami di maturità al fine di vedere in quali anni veniva assegnata la prova di matematica, ha scoperto la prova scritta di matematica, sia pure applicata, per la sezione programmatori e per l'indirizzo per l'informatica; ciò perché le suddette circolari riportano le leggi sugli esami di maturità (1969 e 1971) e le annesse tabelle per le prove di esame e niente dicono, perché non è intervenuta nel frattempo alcuna legge, come tali tabelle si siano trasformate negli anni successivi. La sezione programmatori e l'indirizzo per l'informatica nascono per Decreto del Presidente della Repubblica nel 1971.

Ho cercato allora di conoscere quale fosse stato il dibattito culturale che pensavo dovesse essersi svolto presso le varie associazioni scientifiche e che doveva necessariamente culminare con la richiesta della creazione delle predette due sezioni; non sono riuscito a trovare informazione alcuna da nessuna parte, sono molto curioso e credo nel contempo che sarebbe molto interessante, di conoscere da che parte è venuta l'esigenza e la richiesta di istituire i due indirizzi negli istituti tecnici e sarò molto grato a coloro che avendo qualche informazione in proposito me la comunicheranno.

Mi ha molto colpito anche un altro fatto, i programmi ultimi per le due sezioni sono stati elaborati immediatamente dopo quelli emanati per la Scuola Media unica, ebbene non si ha traccia che sia stata costituita alcuna Commissione a cui partecipassero i rappresentanti delle varie associazioni scientifiche e culturali per elaborare detti programmi in analogia a come era stato fatto per i programmi della Scuola Media. Non riesco a capire il perché di questo diverso comportamento e dire che il Ministero aveva a disposizione le persone per averle già utilizzate in precedenza. Certo che l'elaborazione, direi pubblica, dei programmi da parte di una Commissione di esperti qualificati difficilmente, a mio giudizio, avrebbe portato a quelli che sono gli attuali programmi. Attualmente nei tre anni di Istituto Tecnico viene richiesto che i professori di matematica sviluppino un programma equivalente a quello fatto in un normale corso di laurea in matematica, indirizzo applicativo. E' previsto, infatti, lo studio dell'algebra moderna, della geometria analitica, dell'analisi matematica ed inoltre dell'analisi numerica, della statistica matematica, del calcolo delle probabilità, della ricerca operativa, dell'informatica sia teorica che pratica. Non faccio alcun commento, perché sarebbe allora troppo amaro!!

Ognuno saprà trarre da sé le conclusioni.

8. La legge del 15 aprile 1971, n. 146, ha prorogato sino all'entrata in vigore della legge di riforma della scuola secondaria, le modalità previste per gli esami di maturità dalla legge n. 9 del 1969. Quando scrivo queste pagine è opinione diffusa che la riforma della scuola secondaria abbia imboccato la dirittura finale e possa essere definitivamente approvata entro il corrente anno. Penso che sia allora lecito domandarci quale sia la sorte riservata alla matematica in tale riforma.

Il valore formativo della matematica, l'importanza dell'insegnamento della matematica e dell'insegnamento scientifico in genere nell'educazione e nella cultura moderna sono dei fatti, a mio giudizio, su cui tutti si trovano d'accordo, ed al di fuori di ogni discussione. Malgrado tali premesse non ne è scaturita nel progetto di riforma della Scuola Secondaria una effettiva proposta concreta, cioè la necessità di prevedere nell'ordinamento scolastistico nuovo un indirizzo di natura scientifica che, da una parte dovrebbe accogliere quegli allievi che intendano proseguire gli studi nelle facoltà scientifiche e che, dall'altro, sia nel contempo punto di riferimento a tutti gli altri indirizzi propriamente tecnico-professionali.

Tutti sappiamo come si va delineando la riforma e quindi è inutile illustrarla. La matematica non essendo insegnamento professionale qualificante credo sia destinata a scomparire dall'ultimo anno del nuovo liceo e quindi dalle prove finali, tranne per quell'indirizzo sociale psico-pedagogico a cui dovrebbero accedere gli allievi che intendono proseguire gli studi nella facoltà che rilasciano i titoli per l'insegnamento elementare.

Da quale indirizzo verranno fuori i futuri allievi dei corsi di laurea in matematica?

INTERVENTI NEL DIBATTITO

A. Pucci:

Il Prof. Mammana nella sua esposizione ha messo in rilievo, tra l'altro, la differenza di contenuto fra i temi assegnati per la prova scritta d'esame dell'Istituto Tecnico (sezione Fisico-Matematica), quindi prima della riforma Gentile, e quelli assegnati, dopo tale riforma, per l'esame di Maturità Scientifica. Mentre i primi riguardavano argomenti vari (Aritmetica, Algebra, Geometria, ...) per i secondi, come sappiamo si è trattato, per molti anni, soltanto di problemi geometrici di 2° grado.

Questa uniformità nel tipo di problemi assegnati alla Maturità Scientifica, che indubbiamente ha influito sull'insegnamento della Matematica in tali scuole, credo sia dovuta anche allo aver tolto, con la riforma Gentile, l'Aritmetica dai programmi della Scuola Secondaria Superiore: è venuta così a mancare agli estensori dei temi per la prova scritta di Matematica una parte molto ricca di spunti per formulare quesiti d'esame. Appare opportuno perciò, in vista della riforma e quindi di un modo diverso di concepire le prove finali di Matematica, inserire anche l'Aritmetica nei programmi della secondaria superiore, come del resto viene proposto in qualche progetto per l'insegnamento della Matematica.

Ritornando ai problemi di 2° grado assegnati alla Maturità Scientifica, ebbi occasione, alcuni anni or sono, di esaminare la risoluzione di un certo numero di essi, scelti fra quelli situati nell'arco di tempo 1924 - 1951. Mi pare che vari di questi problemi siano complicati e artificiosi, di scarso rilievo geometrico, cioé siano pensati in vista della loro risoluzione algebrica. Ciò può aver distolto, i candidati, nel corso della loro preparazione, dal fatto che talvolta (se chi ha dato il problema non ha "pensato algebricamente") è più agevole pervenire alla risoluzione con considerazioni puramente geometriche.

Sono inoltre intervenuti nel dibattito i Proff.ri: Checcucci, Villani, Morgantini, Prodi.

e) Valutazione e selezione.

Non è stabilito alcun criterio obiettivo, valido su scala nazionale; la valutazione è lasciata al "buon cuore" della commissione. Non è previsto d'altra parte nell'attestato un voto specifico per ciascuna disciplina, ma solo un punteggio globale per il complesso delle discipline che compongono l'esame di maturità.

FRANCIA

a) Articolazione della scuola secondaria superiore.

La scuola secondaria superiore ha durata triennale (anni di scolarità dal 10° al 12°) e si suddivide in vari indirizzi: A (letterario, con 7 opzioni); B (economico sociale, con 2 opzioni); C (matematico-fisico); D (matematico-naturalistico); E (matematico-tecnico); F (tecnico, con varie specializzazioni raggruppate in 12 opzioni); G (tecnico-amministrativo e commerciale, con tre opzioni); H (tecnico informatico). Sono previsti anche corsi di studi più professionalizzanti, che conducono, anziché alla "maturità", ai cosiddetti "brevetti di tecnico".

Il proseguimento degli studi all'università è consentito solo per le facoltà coerenti con gli indirizzi di studio seguiti nella scuola secondaria superiore.

b) Tipo di curriculum preso in considerazione.

Sezioni C e D.

c) Struttura della prova di matematica.

Si tratta di una prova scritta, assegnata a livello di "Academie" (che ha giurisdizione su un territorio paragonabile a quello di un nostro"provveditorato"). La prova si compone di due esercizi e di un problema. Durata della prova: 3 ore. Alla prova viene attribuito a priori un punteggio per un massimo di 20 punti, suddivisi in: 12 o 13 punti per il problema e 7 o 8 punti per i due esercizi. Per superare la prova bisogna raggiungere un punteggio non inferiore a 10 punti. Viene esplicitamente precisato che il candidato è tenuto a svolgere sia gli esercizi, sia il problema. Il termine "esercizio" non deve trarre in inganno, potendo benissimo essere formato da più quesiti, di solito tra loro indipendenti, anche con contenuti teorici.

d) Argomenti della prova.

Sono quelli inclusi nell'ultimo anno di corso, che tuttavia tendono a riassumere il programma ministeriale dell'intero ciclo. Di conseguenza, i contenuti della prova sono molteplici: si va da questioni aritmetiche (congruenze, numeri primi) a problemi algebrici (equazioni di grado $\geqslant 2$ a coefficienti complessi) o geometrici che fanno un uso essenziale dei numeri complessi. Una costante, o quasi, di questi compiti è poi lo "studio di una funzione" (non necessariamente razionale fratta). Vi sono problemi di algebra lineare, di calcolo delle probabilità negli spazi finiti, esercizi di integrazione di funzioni razionali fratte e di funzioni trascendenti; viene concesso un certo spazio allo studio di successioni numeriche, di solito definite per ricorrenza. Mancano invece, in genere, la geometria dello spazio e la statistica.

e) Valutazione e selezione.

Il punteggio per ciascun esercizio e per il problema è stabilito in anticipo, come detto sopra. La complessità dei quesiti e il poco tempo a disposizione fanno sì che sia piuttosto difficile raggiungere il minimo richiesto di 10 punti per il superamento della prova, la quale assume quindi un ruolo dichiaratamente selettivo.

GERMANIA FEDERALE

a) Articolazione della scuola secondaria superiore.

La scuola secondaria superiore ha durata triennale (anni di scolarità dall'11° al 13°, ciascuno dei quali suddiviso in due semestri). Ogni studente predispone un proprio piano di studi personalizzato, in cui deve figurare un certo numero di corsi di livello "ordinario" e un certo numero di corsi di livello "avanzato".

b) Tipo di curriculum preso in considerazione.

Uno studente che scelga la matematica come disciplina a livello avanzato, segue sei corsi semestrali, ciascuno dei quali prevede in media sei ore settimanali di lezione.
Una sequenza di corsi può essere ad es.:

I,1 corso preparatorio
I,2 analisi I
II,1 analisi II
II,2 algebra lineare e geometria analitica
III,1 statistica (o altro corso equivalente)

III,2 corso avanzato a scelta dello studente (ad es. geom. non euclidea).

c) <u>Struttura della prova di maturità in matematica</u>.

La maturità si basa sui voti ottenuti dallo studente in un certo numero di corsi seguiti nel triennio e su tre prove scritte (con facoltà di interrogazione anche orale da parte della commissione) nonché su una quarta prova solo orale. Per gli studenti che scelgono come prova scritta la matematica, gli argomenti d'esame sono obbligatoriamente quelli dell'analisi e, a scelta, quelli di una delle due aree: algebra lineare-geometria analitica oppure statistica-probabilità.

I temi d'esame vengono assegnati, a seconda delle legislazioni scolastiche (che variano da regione a regione), a livello regionale o locale, spesso dagli stessi insegnanti che hanno tenuto i corsi, previo parere favorevole degli organi di controllo regionali. In genere la prova di analisi (e così pure quella di algebra lineare-geometria analitica o di statistica-probabilità) consta di un unico problema articolato su numerose domande tra loro concatenate, per ciascuna delle quali è previsto un punteggio parziale fissato a priori. Ogni prova dura 5 ore.

d) <u>Argomenti della prova</u>.

Data la struttura della scuola secondaria superiore della Germania Federale, gli argomenti della prova sono sostanzialmente quelli dei corsi seguiti dagli studenti; il livello è paragonabile a quello dei nostri corsi di un primo biennio universitario, anche se meno approfonditi sul piano della teoria.

La rigidità dei programmi tedeschi fa sì che gran parte delle energie sia concentrata su due o tre temi fondamentali (analisi, algebra lineare, statistica, ...) mentre sono di fatto trascurati altri argomenti, giudicati meno importanti, come la geometria euclidea, la matematizzazione di situazioni tratte da altre discipline, ecc.). L'informatica trova una collocazione in corsi appositi.

e) Valutazione e selezione.

I risultati delle prove finali concorrono solo in parte a formare il punteggio complessivo della maturità, e ciò diminuisce in certo senso la loro funzione selettiva, mentre vi è una forte pressione sugli studenti per ottenere punteggi elevati nei corsi seguiti durante il triennio. Le norme intese a garantire su scala nazionale una valutazione omogenea dei risultati sono estremamente minuziose.

GRAN BRETAGNA (INGHILTERRA E GALLES)

a) Articolazione della scuola secondaria superiore.

La scuola secondaria superiore ha durata biennale; essa si divide in Higher Education, che avvia agli studi universitari e Further Education a carattere più professionale (anni di scolarità 12° e 13°). Per quanto riguarda la Higher Education gli allievi possono scegliere liberamente le materie da seguire e su cui eventualmente sostenere gli esami in vista di conseguire in tali materie il General Certificate of Education (GCE), Advanced level. L'iscrizione ai corsi di livello universitario è subordinata al possesso di almeno 5 certificati GCE, di cui almeno due a livello A, in materie coerenti col corso di laurea che si intende seguire.

b) Tipo di curriculum preso in considerazione.

Le prove d'esame sulle singole materie vengono preparate, assegnate e valutate da appositi organismi autonomi, indipendenti dalle autorità scolastiche. Abbiamo preso in esame le prove d'esame per la matematica, A-level, proposte dall'Oxford Local Examinations Board.

Si tenga presente che, accanto all'esame di matematica ("Mathematics") è possibile sostenere anche esami in "Pure mathematics" e in "Further Mathematics".

c) Struttura della prova di matematica.

L'esame, esclusivamente scritto, è articolato su vari "Question Papers":

Paper 1 : Matematica e matematica pura

Paper 2 : Matematica applicata con Meccanica

Paper 3 : Matematica applicata con Statistica

Paper 0 : Special paper.

Il Paper 1 è obbligatorio. E' costituito da una sezione A con 6 esercizi, che vanno affrontati tutti, e da una sezione B, con 17 esercizi di cui ne vanno affrontati 5.

Per la seconda prova, il candidato può scegliere fra il Paper 2 e il Paper 3, ciascuno dei quali è costituito da 11 esercizi fra cui egli ne deve affrontare 8; ma si possono scegliere anche esercizi dell'uno e dell'altro Paper.

Il Paper 0 è facoltativo e serve essenzialmente a ottenere punteggi molto elevati. E' costituito da due sezioni, la prima con esercizi del tipo di quelli del Paper 1, la seconda con esercizi misti del tipo di quelli dei Paper 2 e 3. Il candidato deve svolgere in tutto 6 esercizi, di cui almeno 2 della parte I. Ogni prova dura tre ore.

d) Argomenti della prova.

Sono quelli del Syllabus predisposto dal corrispondente Examinations Board (che tiene conto dei principali progetti d'insegnamento come l'SMP ecc.). Ad es. l'articolazione del Syllabus di Oxford per il 1981 può essere così sintetizzata:

- Basic work (argomenti obbligatori): trigonometria, numeri complessi, studio di massimi, minimi, flessi, grafici di funzioni, calcolo differenziale e integrale, semplici equazioni differenziali.
- Options (argomenti proposti, tra cui due soli vanno affrontati):
  Geometria analitica
  Analisi numerica
  Vettori
  Algebra lineare
  Algebra dei gruppi.

e) Valutazione e selezione.

Per ogni esercizio è previsto un punteggio a priori, noto ai candidati (in genere gli esercizi di uno stesso Paper hanno punteggi uguali tra loro). La selezione è abbastanza forte, ma il conseguimento o meno del certificato per una materia (per es., nel nostro caso, la matematica) non interferisce col conseguimento o meno dei certificati per altre materie, trattandosi di prove staccate.

COMMENTI

In tutti i paesi considerati, i programmi dell'esame di maturità in matematica sono sensibilmente più ricchi di quelli italiani (benché l'età dei candidati sia di un anno inferiore in Francia e in Inghilterra). Argomenti che da noi non figurano e che invece costituiscono parte integrante dei programmi negli altri paesi, sono: probabilità, algebra lineare, equazioni differenziali e proprietà differenziali di famiglie di curve. Mancano invece in generale quesiti in cui sia preminente l'aspetto algoritmico della matematica e mancano anche quesiti in cui parte della formalizzazione o della scelta degli strumenti matematici sia lasciata all'iniziativa dei singoli allievi.

Sempre all'estero, il punteggio degli esercizi è stabilito minuziosamente a priori, in modo da garantire per quanto possibile omogeneità di valutazione da parte di correttori diversi.

Esempi di prove scritte assegnate nei paesi stranieri in esame.

Si riportano qui di seguito, a titolo d'esempio, i testi di alcune prove scritte, assegnate in anni recenti nei paesi presi in considerazione, e selezionate col duplice criterio di essere abbastanza tipiche per il paese in esame e di riguardare argomenti per lo più trascurati o ignorati nella scuola italiana.

FRANCIA

Prova scritta per la sezione C, assegnata a Nantes (1979)

ESERCIZIO I (4 punti)

Sia f l'applicazione di $\mathbb{C}$ in $\mathbb{C}$ definita da

$f(z)=z^3 + (-7+3i)z^2 + (12-16i)z + 4(1+7i)$. Si consideri l'insieme

$$E = \{z: z\in\mathbb{C},\ f(z)=0\}$$

1. Mostrare che E contiene un elemento della forma $z=\lambda i$ con λ numero reale

2. Determinare gli elementi z_o, z_1, z_2 di E: si indicherà con z_1 l'elemento di E, diverso da z_o, che ha la stessa parte immaginaria di z_o.

3. Siano A,B,C i punti rappresentativi di z_o, z_1, z_2 in un piano affine euclideo riferito ad un sistema ortonormale. Determinare gli elementi della similitudine diretta che trasforma il bipunto (A,B) nel bipunto (A,C)

N.B. i indica il numero complesso di modulo 1 e di argomento $\pi/2$

ESERCIZIO II (4 punti)

1. Sono date due urne U_1 e U_2: la prima contiene 6 palle bianche e 4 palle nere; la seconda 8 palle bianche e 2 nere. Da una delle due urne scelta a caso (con scelta equiprobabile) si estrae una palla che viene rimessa nell'urna: se la palla è bianca si ricomincia estraendo dalla stessa urna, se invece è nera si ricomincia estraendo dall'altra urna. Questa regola si applica ad ogni estrazione e si suppone che all'interno di ciascun'urna le estrazioni siano equiprobabili.

   Sia P_n la probabilità che l'n-esima estrazione sia fatta nell'urna U_1 $(n\in\mathbb{N}^*)$.

a) Determinare P_1

b) Determinare P_2: si ricorderà che la seconda estrazione è fatta in U_1 sia che la prima estrazione sia stata di una palla bianca in U_1, sia che la prima estrazione sia stata di una palla nera in U_2.

c) Provare che la successione (P_n) verifica una relazione di ricorrenza del tipo

$\forall n,\ n \geqslant 2 :\ P_n = aP_{n-1} + b$ con a e b costanti reali che l'allievo determinerà.

2. Data la successione reale (u_n), il cui termine generale è definito per l'intero $n>0$ dalla relazione

$$\begin{cases} u_1 = 1/2 \\ \forall n,\ n \geqslant 2 :\ u_n = 2/5\, u_{n-1} + 1/5 \end{cases}$$

a) Determinare il reale α tale che la successione (v_n), di termine generale $v_n = u_n - \alpha$, sia una successione geometrica.

b) Dedurre da a) che la successione (u_n) è convergente e calcolare quindi il limite di u_n per n tendente all'infinito.

PROBLEMA (12 punti)

- A -

Sia $\mathcal{E}$ l'insieme delle matrici quadrate di ordine 2, a coefficienti reali. Se A e B appartengono ad $\mathcal{E}$, si indica con

A+B la somma delle matrici A e B

AxB il prodotto della matrice B per la matrice A in questo ordine

λA il prodotto della matrice A per il reale λ

Si ricorda che $(\mathcal{E},+,.)$ è uno spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ e che $(\mathcal{E},+,x)$ è un anello unitario, non commutativo, non d'integrità.

Sia $\mathcal{H}$ l'insieme delle matrici della forma

$$M(a,b) = \begin{pmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{pmatrix}$$

in cui a e b sono reali.

1. Dimostrare che $(\mathcal{H},+,.)$ è uno spazio vettoriale su $\mathbb{R}$. Precisare la dimensione e dare una base di tale spazio vettoriale.

2. Sia $A=M(1,0)$ e $B=(0,1)$. Calcolare A^2, B^2, $A\mathrm{x}B$, $B\mathrm{x}A$. Dedurne che $(\mathcal{H},+,x)$ è un anello unitario, commutativo. Tale anello è d'integrità?

3. Sia $\mathcal{H}_1$ l'insieme degli elementi invertibili dell'anello.
   a) Determinare $\mathcal{H}_1$
   b) Quale è la struttura di $(\mathcal{H}_1,\times)$?

- B -

Sia π un piano vettoriale e $\mathcal{B}(\vec{i},\vec{j})$ una base di questo piano. Si indichi con $\varphi_{a,b}$ l'endomorfismo di π la cui matrice in $\mathcal{B}$ è $M(a,b)$.

1. Determinare, a seconda dei valori di a e b, il nucleo e l'immagine di $\varphi_{a,b}$. In ciascun caso indicare, se esiste, una base di questi spazi vettoriali.

2. Determinare i numeri reali K per i quali l'equazione

$$\varphi_{a,b}(\vec{u}) - K\vec{u} = \vec{0} \qquad (1)$$

(in cui l'incognita è il vettore $\vec{u}$ di π) ammette soluzioni diverse dal vettore nullo. Per ciascuno dei valori di K trovato si espliciterà l'insieme delle soluzioni della (1)

3. Posto $\vec{I}=\vec{i}-\vec{j}$ e $\vec{J}=\vec{i}+\vec{j}$, verificare che $\mathcal{B}'=(\vec{I},\vec{J})$ è una base di π. Quale è la matrice M' di $\varphi_{a,b}$ in $\mathcal{B}'$?

4. Determinare le applicazioni $\varphi_{a,b}$ che sono proiezioni vettoriali. Precisare in ciascun caso gli elementi caratteristici della proiezione trovata stabilendo, a seconda dei casi, se si tratta o no di sottospazi vettoriali propri.

5. Determinare le applicazioni $\varphi_{a,b}$ che sono automorfismi involutori, precisando in ciascun caso gli elementi caratteristici dell'involuzione trovata.

- C -

Sia P un piano affine associato a π e sia O un punto di P. Denoteremo rispettivamente $(\mathcal{R})$ e $(\mathcal{R}')$ i riferimenti cartesiani $(O;\vec{i},\vec{j})$ e $(O;\vec{I},\vec{J})$ di P. Sia O' il punto di coordinate (2,-2) in $(\mathcal{R})$. Sia f l'applicazione affine di P il cui endomorfismo associato è $\varphi_{\frac{1}{2},o}$ e che trasforma O in O'.

1. Definire la natura di f e dare i suoi elementi caratteristici.

2. Se M ha coordinate (x,y) in $(\mathcal{R})$, dare le coordinate (X,Y) in $(\mathcal{R})$ di f(M).

3. Se M ha coordinate (x',y') in $(\mathcal{R}')$ dare le coordinate (X',Y') di f(M) in $(\mathcal{R}')$

- D -

Si supponga infine che π sia un piano euclideo e che la base $\mathcal{B}$ sia ortonormale. Sia O" il punto di coordinate (1,1) in $(\mathcal{R})$. Sia g l'applicazione di P il cui endomorfismo associato è $\varphi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$ e che trasforma O in O".

1.a) Definire la natura di g e dare i suoi elementi caratteristici.

b) Se M ha coordinate (x,y) in $(\mathcal{R})$, dare le coordinate (ξ,η) di g(M) in $(\mathcal{R})$

2. Sia $(\mathcal{C})$ il sottoinsieme di P di equazione in $(\mathcal{R})$

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$$

a) Dare una equazione in $(\mathcal{R})$ dell'immagine (Γ) di $(\mathcal{C})$ secondo g. Rappresentare in uno stesso disegno gli insiemi (Γ) e $(\mathcal{C})$

b) Dimostrare che esiste un'unica rotazione, avente centro nella retta di direzione i e passante per O, che trasforma $(\mathcal{C})$ in (Γ). Determinare gli elementi caratteristici di tale rotazione.

GERMANIA FEDERALE

Prova scritta per un corso avanzato di analisi, assegnata nel Baden-Württemberg (1981).

E' data la funzione f, definita da:

$$f(x) = e^{\sin x} \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{3}{2}\pi.$$

a) Studia f per quanto si riferisce a punti di zero, estremanti, flessi. Disegna il grafico (unità di misura: 2 cm).

b) Nello stesso sistema di riferimento della domanda a), disegna il grafico K di f'.
Dimostra che K è simmetrico rispetto al punto P $(\frac{\pi}{2}; 0)$. Calcola l'area della superficie racchiusa fra K e l'asse x nel quarto quadrante.

c) E' data la funzione h, definita da

$$h(x) = e^{g(x)}, \qquad x \in R .$$

g sia derivabile quante volte si vuole per ogni $x \in R$.

I punti di flesso di h siano coincidenti con quelli di g. Quale condizione ne segue per g'?

d) Sia ora $h(x) = e^{g(x)}$ con g razionale intera e $h(x) \neq 1$ per ogni $x \in R$.

Che cosa ne segue per il grado di g?

Dimostra: il grafico di h ha in almeno un punto una tangente orizzontale.

Prova scritta per un corso avanzato di geometria analitica, assegnata in Baviera (1981).

1. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ i vettori

$$\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2a \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -a \end{pmatrix} \qquad \vec{u}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 3 \end{pmatrix} .$$

sono linearmente dipendenti, e per quali valori linearmente indipendenti?

Nel seguito, si supponga sempre $a = 1$.

2. In un sistema di coordinate cartesiane sono date le tre rette:

$$g_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \vec{u}_1 \qquad g_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \vec{u}_2 \qquad g_3 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \vec{u}_3$$

$(r, s, t \in \mathbb{R})$.

a) Verificare che le tre rette giacciono in uno stesso piano E.

b) Scrivere l'equazione di E sia in forma normale, sia in forma parametrica.

c) Determinare il punto D' simmetrico del punto D (8;2;6) rispetto al piano E.

3. a) Calcolare le coordinate del punto intersezione C di g_2 e g_3.

b) Determinare l'equazione di una retta g_1' parallela a g_1 la quale tagli g_2 e g_3 in due punti aventi tra loro distanza 6 (una sola soluzione è sufficiente).

Suggerimento: usare per es. una spezzata vettoriale chiusa.

Prova scritta per un corso avanzato di Statistica, proposta come "prototipo" dalla commissione interministeriale per la P.I. (K.M.K., 1979).

a) Una ditta di articoli elettrici acquista all'ingrosso notevoli quantità di un certo dispositivo elettronico presso una fabbrica. Ogni fornitura consta di 100 pezzi. La ditta acquirente vuole cautelarsi contro il pericolo di forniture di qualità troppo scadente e sceglie quindi da ogni fornitura alcuni pezzi per sottoporli ad un test di controllo (senza reinserirli poi nella fornitura). Per fare ciò, l'acquirente prende in considerazione le seguenti strategie:

I. Si controllano ogni volta 3 dei 100 pezzi. Se più di un pezzo risulta difettoso, l'intera fornitura viene respinta; altrimenti viene accettata.

II. Vengono controllati dapprima 2 dei 100 pezzi; se entrambi sono regolari, la fornitura viene accettata; se entrambi sono difettosi, la fornitura viene respinta. Se un pezzo è regolare e l'altro difettoso, si controllano due pezzi ulteriori. La fornitura viene accettata se e solo se questi nuovi due pezzi (ossia il 3° e il 4°) sono entrambi regolari.

Sia A l'evento "l'acquirente accetta la fornitura". Sia poi x il numero (non noto) dei pezzi difettosi presenti in una fornitura. La probabilità P(A) dipende dalla strategia seguita (I o II) e dalla qualità della fornitura (determinata da x).

1. Giustificare perché in entrambe le strategie risulta $P(A)=1$ per $x=0$ e per $x=1$.
2. Calcolare P(A) secondo entrambe le strategie, per $x=20$.
2. Calcolare P(A) secondo entrambe le strategie, in funzione di x.

b) Purtroppo il test di controllo non è del tutto affidabile; precisamente si sa che il procedimento di test adottato riconosce come tali solo il 95% dei pezzi difettosi, mentre classifica come difettosi anche il 2% dei pezzi regolari.
Calcolare la probabilità che un pezzo classificato difettoso in base al test sia effettivamente difettoso, nell'ipotesi che, mediamente, il 5% dei pezzi forniti siano difettosi.

GRAN BRETAGNA

Prova scritta per il G.C.E., A-level, in "Mathematics", Paper I, assegnata dall'Oxford Local Examinations Board (1979).

Sezione A

Tutti i quesiti di questa sezione sono obbligatori.

1. Determinare l'insieme dei valori di x per cui è $|x^2-7x+9| < 3$

2. Provare che $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + \cdots\cdots \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$

3. Nel triangolo ABC, retto in C, è $\overline{AB}=a$ e $C\hat{A}B=\theta$, con θ piccolo. Anche il triangolo ADC (tracciato nello stesso piano da parte opposta rispetto ad AC) è retto in C e l'angolo $D\hat{A}C=\Phi$ è piccolo. Provare che

$$\overline{AD} \approx a\left(1 - \frac{1}{2}\theta^2 + \frac{1}{2}\Phi^2\right)$$

e scrivere una espressione, corretta fino al secondo ordine in θ e Φ, per $\overline{BE}$, E essendo il piede della perpendicolare condotta da D ad AB.

4. Se y è definito mediante x dall'equazione $x^3+y^3-3xy=0$ mostrare che il grafico di y ha un punto critico in $(2^{1/3}, 2^{2/3})$. Determinare se questo corrisponde ad un massimo o ad un minimo di y.

5. Determinare il volume del solido ottenuto facendo ruotare di un giro completo intorno all'asse delle x la regione piana limitata dalle rette x=0, y=0 e da y=1+cos x.

6. Se $z^6=-1$ provare che il modulo di z è necessariamente 1. Ponendo $z=\cos\theta + i\sin\theta$, determinare i sei possibili argomenti di z. Rappresentare i sei valori di z nel piano complesso.

Sezione B

Si risponda a 5 delle domande di questa sezione

7. L'equazione $x^3+px^2+qx+r=0$ ha come radici α, β, γ. Scrivere le equazioni che hanno come radici

   (i) $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$, $\alpha\beta$

   (ii) $\beta+\gamma$, $\gamma+\alpha$, $\alpha+\beta$

8. Tracciare la curva $y = \dfrac{x^2 - 7x + 10}{x-6}$, indicando chiaramente tutti gli asintoti verticali e i punti critici.

   Determinare quindi l'area della regione finita di piano limitata dallo asse x e dalla parte della curva compresa tra i punti in cui questa taglia l'asse x .

9. Scrivere lo sviluppo in serie di potenze di x della funzione $\dfrac{e^{2x}}{1+x}$ fino al termine del terzo ordine compreso.

   Facendo uso di tale sviluppo calcolare l'integrale

$$\int_0^{1/4} \frac{e^{2x}}{1+x}\,dx$$

   con tre cifre decimali esatte.

10. E' data una piramide di vertice A e base quadrata BCDE con gli spigoli laterali uguali fra loro e uguali agli spigoli della base.

    Determinare:

    (i) il coseno dell'angolo formato dalle facce ABC e ADE

    (ii) il coseno dell'angolo formato dalle facce ABC e ABE

    (iii) l'angolo formato dallo spigolo AB con il piano ACE.

11. Esprimere $4 \cos\theta + 3 \sin\theta$ nella forma $r \cos(\theta-\alpha)$ con $r>0$, $0° < \alpha < 360°$ dando i valori di r e α.

Determinare i valori di θ compresi tra $0°$ e $360°$ per cui è

$$4 \cos \theta + 3 \sin \theta = 2$$

Determinare l'insieme dei valori di θ compresi tra $0°$ e $360°$ per cui è

$$|4 \cos \theta + 3 \sin \theta| \leq 2$$

12. Determinare la soluzione y dell'equazione differenziale $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 18$ che ha un massimo in $\left(\frac{\pi}{2}, 6\right)$.
Trovare quindi il minimo e gli zeri di y.

13. La normale alla iperbole equilatera $xy=c^2$ nel punto $P=(ct, c/t)$ incontra ulteriormente tale iperbole nel punto Q. Provare che il parametro di Q è $-\frac{1}{t^3}$. Se la normale in P taglia gli assi Ox ed Oy in R ed S provare che il punto medio di RS è anche il punto medio di PQ.

14. Scrivere lo sviluppo di Taylor di $f(x) = (1+x+2x^2)^{-\frac{1}{2}}$ nel punto $x=1$ fino al termine in $(x-1)^2$.
Usando tale sviluppo calcolare $f(1{,}04)$ con 3 cifre decimali esatte (E' vietato l'uso delle tavole e dei regoli calcolatori).

15. Nello spazio una retta è definita dalla equazione vettoriale

$$\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$$

e un piano dall'equazione

$$\vec{r} \times \vec{c} = p$$

Mostrare che, in generale, la retta interseca il piano in un punto, di cui è richiesto il valore del parametro t.
Che succede quando b e c sono perpendicolari?
Se $\vec{a} = (1,2,-3)$, $\vec{b} = (2, 1, 2)$, $\vec{c} = (2, -1, -1)$, $p = 4$ determinare il punto di intersezione ed il seno dell'angolo formato dalla retta e dal piano.

16. Una trasformazione del piano in sé è data da $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

Determinare le rette unite dalla trasformazione.

17. Gli elementi del gruppo G_n sono il numero 1 e gli interi compresi tra 1 ed n primi con n, ad es. gli elementi di G_4 sono 1 e 3. L'operazione gruppale è la moltiplicazione modulo n. Scrivere le tavole di G_5, G_8, G_{10}, G_{12}. Quali di questi gruppi sono isomorfi?

(Motivare le risposte).

TAVOLA ROTONDA

L. Mancini Proia

Il fatto che io sia arrivata soltanto oggi mi ha impedito di sentire quanto hanno detto gli oratori nei giorni precedenti. Ma dall'intervento del prof. Orlandini e da ciò che egli ha richiamato di quanto ha affermato ieri il prof. Mammana mi sembra che siamo del tutto d'accordo. Non è quindi il caso che mi dilunghi sull'argomento.

Ammesso cioé che un esame di maturità debba esserci, sono d'accordo su un tema composto da vari quesiti indipendenti fra loro e che tocchino gli argomenti fondamentali del programma. Questo per evitare i guasti fatti dal tema unico che, dovendosi riferire a candidati provenienti da scuole le più disparate per condizioni ambientali e d'insegnamento, si è standardizzato. Conseguentemente ha condizionato l'insegnamento concentrandolo nella preparazione del tema stesso, trascurando così completamen te il fatto culturale.

Del resto questo è avvenuto non solo in Italia con l'epidemia della trinomite, ma per esempio anche in Francia con la mania dei centri del triangolo.

Sono anche d'accordo su una qualche indicazione di valutazione dei quesiti se non per evitare almeno per diminuire le discrepanze di giudizio.

Il prof. Orlandini si è riferito all'evoluzione dei temi di maturità in questi ultimi anni, evoluzione dovuta in parte alla collaborazione degli ispettori con i docenti delle classi sperimentali.

Ritengo che la collaborazione diretta dei docenti sia estremamente importante perché porta le esigenze vive della scuola, esigenze che possono affiorare soltanto da un contatto maggiore degli ispettori con tutta la scuola. Così come stanno le cose questo contatto non può esistere, perché le scuole sono troppe e gli ispettori pochi, spesso impegnati in casi eccezionali che nulla hanno a che vedere con la fisionomia generale dell'insegnamento.

Si potrebbe pensare a riunioni di docenti a vari livelli. In prima istanza organizzate, ad esempio, a livello di I.R.R.S.A.E. e in ultima fase a livello nazionale fra rappresentanti dei vari gruppi e gli ispettori stessi. Ma la cosa va naturalmente studiata.

Abbiamo ascoltato l'esposizione che ha fatto il prof. Villani sui temi finali dati in vari paesi europei; ed è importantissimo e direi indispensabile confrontarci sempre con quanto si fa all'estero, a patto però di non rinunciare mai al buon senso italiano.

Alla fine di agosto e ai primi di settembre ho partecipato in Belgio al "Colloque de géométrie" a Mons, dove erano rappresentate tutte le nazioni europee occidentali.

In Francia e in Belgio c'è la controrivoluzione, proprio là dove si era voluta portare l'algebra in tutto il suo rigore, rinnegando la geometria che con i suoi oggetti era impura. Ora, per i disastri avvenuti nell'insegnamento si rinnega tutto, si distrugge tutto, si ritorna in massa all'insegnamento della geometria, ma quale geometria? Quella pre-euclidea. Questo sarebbe positivo perché finalmente viene scoperta la geometria intuitiva di cui Enriques parlava all'inizio del secolo e che in Italia si insegna da moltissimi anni. Ma geometria intuitiva fino a 18/19 anni? E questo è troppo!

I termini "assioma" e "struttura" sono divenuti scandalistici.

Gli italiani invece si sono rifiutati a suo tempo di portare ad ogni livello il rigore bourbakista, non rinunciando tuttavia ad innovare, per gradi, servendosi sempre della geometria per la sua efficacia didattica; oggi, come sempre, si rifiutano di rinnegare quello che veramente è conquista di pensiero.

Per dovere di verità debbo dire che a Bruxelles l'école Decroly è sempre rimasta al di fuori di tutti i movimenti enfatici. Ma l'école Decroly è diretta da Paul Libois che è alunno di Enriques.

Voglio precisare riprendendo quello che ha detto il prof. Vita: nell'esame scritto di maturità sperimentale si erano aggiunti, ai temi di matematica, temi di fisica e scienze naturali per porre l'accento sull'importanza delle discipline scientifiche.

Riferendomi poi a quanto diceva il prof. Montaldo posso portare una esemplificazione: in sede di maturità sperimentale si è cercato di fare un vero esame di maturità. Gli alunni preparavano delle tesine che dovevano abbracciare un minimo di tre discipline. La preparazione di queste tesine metteva in evidenza la capacità di ricerca, di analisi e di sintesi degli allievi, in una parola le loro capacità di studio. L'esame iniziava dalla discussione delle tesine e per agganci si estendeva a tutte le discipline, rimanendo però a livello di colloquio e non di esame minuzioso. Si otteneva così veramente la possibilità di valutare la maturità del candidato. Abbiamo anche avuti degli esami splendidamente condotti, tuttavia una delle più grosse difficoltà è stata quella di trovare esaminatori capaci.

S. Giaconi

Comincia auspicando che la futura normativa sugli esami di maturità possa consentire l'assegnazione di un punteggio massimo per ciascuna delle questioni proposte per la prova scritta di matematica; critica la normativa vigente che vieta il voto sulle singole prove e che poi, di fatto, viene elusa da quasi tutte le commissioni. Ricorda a questo punto gli altri due momenti dell'esame legati alle prove scritte e quindi anche alla prova di matematica: la correlazione degli elaborati che dovrebbe essere strettamente collegiale (vedi B.U. del Ministero della P.I. n° 23-24 del 10-17 giugno 1982) e, durante il colloquio, la discussione sul compito. Poiché le due fasi procedono, in genere, in maniera ben diversa da quanto previsto, formula la speranza che le norme future tengano di conto della realtà.

In attesa della riforma degli esami di maturità e della riforma dei programmi della Scuola Media Superiore insiste sulla formulazione chiara dei quesiti che dovrebbero spaziare sul programma di Matematica di tutto il corso, anche per l'Istituto Magistrale; per il Liceo Scientifico propone che fra le questioni proposte almeno una contenga un qualche riferimento alla fisica, all'elettrologia in particolare, così come è stato intelligentemente fatto per la cinematica negli anni 1977 e 1980.

Solleva quindi il problema dell'uso delle calcolatrici tascabili durante la prova scritta di matematica. Le istruzioni ministeriali ne consentono l'uso soltanto per le prove di materie tecnico-professionali. Gli alunni ormai fanno uso dei calcolatori, spesso magari a sproposito, durante l'intero corso di studi e poi scoprono che vengono vietati in sede d'esame.

Ritiene che il numero delle questioni da proporre non debba essere alto perché soluzioni più brevi, anche se maggiormente impegnative, comporterebbero una maggiore omogeneità nei risultati; auspica invece una riduzione, se possibile, della durata della prova scritta a tutto vantaggio della serietà dell'esame.

Conclude l'intervento osservando che la prova orale della maturità scientifica, perdurando la normativa attuale, potrebbe vertere su almeno due delle tre materie scientifiche (matematica, fisica e scienze naturali) con una rivalutazione seppure modesta, dell'area scientifica.

E. Orlandini

Riferisco sui risultati di una indagine svolta presso le scuole sperimentali al fine di conoscere quali sono gli argomenti che vengono scelti nello svolgere un programma di matematica non vincolato dai programmi attuali.

Risulta che molte scuole svolgono l'argomento equazioni differenziali, soprattutto per le applicazioni ai problemi di fisica (55%); il calcolo combinatorio, il calcolo delle probabilità e l'algebra lineare sono svolti ancora in parecchie scuole (40%) mentre un minor numero svolge isometrie e omotetie, strutture algebriche, serie numeriche, spazi affini e metrici, spazi proiettivi (15%).

Le motivazioni delle scelte sono abbastanza varie, ma soprattutto si tiene conto della possibilità che deve venire offerta per aperture interdisciplinari e per la prosecuzione degli studi in facoltà scientifiche.

Le indicazioni emergenti dalle ipotesi di riforma della scuola secondaria superiore fanno temere che il liceo scientifico, anziché uscirne migliorato, venga addirittura eliminato, favorendo lo sviluppo di scuole a indirizzo professionalizzante e tecnico.

Se questo dovesse verificarsi sarebbe da considerarsi una vera perdita in quanto verrebbe a mancare un tipo di scuola che avvia alla ricerca scientifica, e rimarrebbe solo l'area letteraria o quella filosofica.

Ci auguriamo che ci sia ancora la possibilità di intervenire perché il liceo scientifico esca migliorato ma non distrutto.

Si ventila anche l'idea che si abbia una prima riforma dello esame di maturità la quale preceda la riforma del corso di studi. Come si è già verificato quando venne introdotta la forma di esame ora in atto ci troveremmo ancora una volta alla edificazione della casa partendo dal tetto: speriamo che l'errore già commesso una volta non venga ripetuto.

L'elemento più importante che emerge dall'analisi dei programmi svolti nelle scuole sperimentali rimane però la introduzione della prova scritta di fisica e di scienze.

Soprattutto la prova scritta di fisica rivela che in molte scuole sperimentali viene effettuata attività di laboratorio da parte degli alunni e vengono risolti problemi che non sono semplice applicazione numerica alle formule.

Voglio osservare infine come, oggi che si pensa di sostituire la prova di maturità, non tutti i difetti che la forma attuale presenta sono attribuibili al tipo di esame.

Ritengo che molti elementi contenuti nell'attuale forma siano positivi, ma che spesso sia venuta a mancare la retta interpretazione delle disponibilità offerte e degli impegni previsti; così manca completamente l'aspetto interdisciplinare, per carenze dei docenti esaminatori, che spesso riproducono in colloqui isolati la consuetudine delle interrogazioni di classe e, soprattutto, manca il contributo determinante del Consiglio di classe: si ammette all'esame anche chi non dovrebbe e non si consente alla Commissione di usufruire di validi elementi di giudizio, presentando un generale ed ambiguo appiattimento nei giudizi di ammissione e, spesso, anche nei giudizi delle singole discipline.

C'è da augurarsi che i docenti intendano lo spirito della riforma prima che la riforma venga attuata; in caso contrario qualsiasi riforma è destinata a fallire sul nascere.

V. Vita

Vorrei precisare preliminarmente che bisogna distinguere le modifiche che si possono apportare in tempi brevi, nei limiti della normativa vigente per gli esami di maturità, e quelle che si possono studiare e proporre in vista della riforma della scuola secondaria superiore e degli stessi esami di maturità.

Per quanto riguarda l'attuale prova scritta degli esami di maturità scientifica chiarisco che la durata di 5 ore è fissata da una legge in vigore, che i quesiti proposti non possono riguardare questioni di altre discipline (fisica), anche se queste hanno la matematica come loro supporto fondamentale, perché l'attuale ordinamento scolastico e la stessa legge n. 119/1969 sugli esami di maturità prevedono la prova di "matematica", senza alcun appello alla interdisciplinarità, e che è opportuno lasciare ai candidati la facoltà di scegliere i quesiti da svolgere, senza fissarne un numero minimo.

Preciso inoltre che non è possibile fissare preventivamente un punteggio per la valutazione di ogni singolo quesito perché, in base alla normativa vigente, sull'elaborato la commissione esaminatrice esprime, nell'ambito dei propri criteri generali di valutazione, soltanto un giudizio, il quale poi concorre, assieme ad altri elementi, nella formulazione del giudizio finale di maturità, che solo in questa fase viene tradotto in voto, o nel giudizio di non maturità.

Per quanto riguarda la prova finale dopo la riforma, tutto è subordinato all'emanazione dei nuovi programmi e delle nuove modalità di esame.

In relazione ad un intervento del prof. Sitia, preciso che la "discussione" dell'elaborato prevista in sede di colloquio dalla legge n. 119/1969 non deve esaurirsi nel presentare l'elaborato stesso al candidato perché prenda visione dei propri errori, ma può comportare domande e richieste di chiarimenti in relazione al compito svolto, senza sfociare in una vera e propria prova orale. Il modo di condurre tale discussione è pertanto affidato alle capacità e responsabilità professionali dei commissari.

In relazione ad altri interventi nei quali è stata auspicata una radicale modifica del tipo dei quesiti proposti, sostengo che se è vero che il tipo di quesiti della prova scritta finale condiziona la preparazione dei giovani nel corso dei loro studi, è anche vero che questa preparazione condiziona il modello dei quesiti e che quindi motivi di opportunità suggeriscono solo modifiche limitate e parziali.

V. Villani

Dall'analisi storica sulla struttura della prova di maturità italiana, quale ci è stata delineata ieri da Mammana, e dal confronto con la situazione internazionale che ho cercato di illustrare nella mia relazione di poco fa, scaturiscono alcune constatazioni che mi propongo di analizzare e commentare brevemente in questo mio intervento.

1) La <u>struttura</u> della prova scritta di matematica per la maturità è molto diversificata da un sistema scolastico all'altro, e anche in Italia l'articolazione della prova ha subito numerose modifiche col passare degli anni; si va da prove costituite da un unico problema o esercizio notevolmente complesso, a prove basate su 20 o più quesiti indipendenti e differenziati tra loro quanto a difficoltà.

<u>Commento</u>. Ritengo inopportune le soluzioni estreme rappresentate da un unico problema (in cui la mancata o errata risposta alla prima domanda può compromettere tutto il successivo svolgimento) o da 20 quesiti (che rischiano di scadere al livello di "quiz"). Sono invece favorevole ad un'articolazione basata <u>su 4 o 5 esercizi</u>, e in questo senso mi sembra che l'attuale struttura delle prove scritte di matematica alla maturità scientifica sia notevolmente migliore di quella tuttora in uso alla maturità magistrale.

Ritengo invece piuttosto carenti le prove scritte italiane dal punto di vista dei contenuti e dei criteri per la valutazione; nei punti successivi cercherò di precisare meglio le mie critiche su questi aspetti.

2) I contenuti della prova scritta nella maturità italiana riguardano esclusivamente gli argomenti previsti dal programma per l'ultimo anno del corso di studi; nella prassi poi, solo alcuni tra questi argomenti trovano spazio negli esercizi di cui si compone la prova. All'estero, in genere, la prova riguarda anche argomenti trattati negli anni precedenti, e comunque i programmi d'insegnamento sono notevolmente più ricchi e aggiornati di quelli italiani.

Commento. L'inconveniente maggiore delle prove normalmente assegnate in Italia è la loro "prevedibilità" (lo studio della solita funzione alla maturità scientifica, il solito solido di rotazione alla maturità magistrale, ecc.) col risultato che l'insegnamento della matematica nell'ultimo anno di corso si riduce in genere ad un "ammaestramento" degli allievi a risolvere esercizi del tipo di quelli che sono stati assegnati alla maturità negli anni precedenti e che presumibilmente verranno assegnati alla maturità dell'anno successivo.
Per spezzare questo circolo vizioso, anche in assenza di una riforma, mi sembra auspicabile una più accentuata "variabilità" degli esercizi, una loro formulazione aperta a tecniche risolutive diverse, una maggiore ricchezza di spunti nelle domande di carattere teorico.
In sede di riforma poi, ritengo essenziale che venga sancita esplicitamente la possibilità che la prova scritta di matematica riguardi anche argomenti trattati negli anni precedenti. Infatti, dato il carattere sequenziale della matematica, il programma dell'ultimo anno di corso poggia inevita

bilmente su tutta una serie di concetti introdotti negli anni precedenti, e che quindi devono far parte del bagaglio culturale degli allievi, indipendentemente dal momento specifico in cui sono stati presentati per la prima volta in classe.

Quanto ai contenuti veri e propri della prova, questi dovranno essere ovviamente in accordo con i nuovi programmi d'insegnamento. Tenuto conto delle tendenze manifestatesi a livello internazionale, non esito ad affermare che i quattro o cinque esercizi da me ipotizzati nel precedente punto 1) dovrebbero riguardare in modo equilibrato tutti i principali settori di un insegnamento realmente rinnovato della matematica, e cioé, per gli indirizzi di tipo scientifico: l'analisi (studio di successioni e funzioni, derivate, integrali, semplici equazioni differenziali), la geometria del piano e dello spazio (con metodi analitici o vettoriali), la statistica e la probabilità, gli aspetti algoritmici della matematica e qualche questione non troppo complicata di calcolo numerico.

3) Per la valutazione degli elaborati, in Italia non è previsto alcun criterio uniforme su scala nazionale e la formulazione stessa della frase che precede gli esercizi ("delle seguenti questioni il candidato risolva quelle che ritiene più adeguate alla sua preparazione") contribuisce ad aumentare il senso di disagio e di incertezza nei commissari chiamati a giudicare i candidati, sia pure senza dover assegnare ad essi un voto specifico per ciascuna disciplina. All'estero, per ogni esercizio o quesito è stabilito a priori un certo punteggio, noto ai candidati, che quindi possono regolarsi come meglio credono - in base alla loro preparazione - per cercare di raggiungere il punteggio complessivo più elevato.

Commento. Nella situazione attuale, in assenza della riforma, si potrebbe

ipotizzare come premessa agli esercizi una frase meno generica, per esempio: "il candidato risolva almeno due (o "tre" a seconda dei casi) delle seguenti questioni".
In sede di riforma, mi sembra opportuno prevedere un ritorno al sistema dei voti o a forme di giudizio articolate per le singole discipline, da riportare analiticamente sul certificato di maturità, anche in vista di un uso dello stesso per scopi professionali e quale titolo di accesso alle diverse facoltà universitarie. Per esempio, uno studente potrebbe conseguire la "maturità" quando la somma dei voti ottenuti nelle singole discipline supera un certo livello minimo, ma l'iscrizione ad una facoltà scientifica andrebbe subordinata ad un voto di sufficienza in certe particolari discipline, tra cui la matematica.
Nell'ipotesi di una prova scritta composta ad es. da quattro esercizi, si potrebbe esigere la risoluzione di tre fra questi, fissando magari uno o due esercizi come "obbligatori" e lasciando allo studente una certa libertà di scelta tra gli esercizi rimanenti.

4) L'attuale normativa italiana non prevede una prova orale affiancata alla prova scritta di matematica; la commissione può solo chiedere ai candidati chiarimenti sull'elaborato scritto. In altri paesi la prova di matematica è esclusivamente scritta, oppure - dove è prevista anche una prova orale - questa si svolge in modo autonomo rispetto alla prova scritta.

Commento. Pur sottolineando l'importanza della prova scritta, che non vorrei assolutamente soppressa, ritengo auspicabile una normativa che preveda anche la possibilità di una prova orale non limitata alla discussione dell'elaborato scritto. Le caratteristiche della prova orale dovrebbero essere tali da consentire alla commissione di accertare in modo più completo la "maturità" degli allievi per quanto riguarda gli aspetti concettuali della matematica (e non solo le abilità tecniche e di calcolo). In via subordinata, nell'ambito della normativa attuale, il quesito "teorico" (che in un certo senso rappresenta un surrogato della prova orale) andrebbe reso più significativo.

5) Nella maturità italiana, come pure in quella degli altri paesi, esaminati nella mia relazione, gli esercizi (o problemi, o quesiti che dir si voglia) sono formulati in genere in modo prescrittivo, e lasciano quindi agli allievi scarsa libertà di scegliere strategie di risoluzione alternative a quelle "ufficiali".

Commento. Questo stato di cose può essere giustificato da un lato per la complessità tecnica di gran parte degli esercizi e problemi assegnati (si pensi ad es. alla maturità francese e tedesca) mentre d'altro lato una formulazione prescrittiva facilita la correzione e la valutazione standardizzata degli elaborati. Nondimeno, io sono fermamente convinto che sia di gran lunga preferibile assegnare esercizi magari un po' meno complessi sul piano tecnico e calcolativo, ma per la cui soluzione si richieda agli allievi stessi di saper scegliere in modo autonomo, a seconda dei casi, le variabili significative, oppure i sistemi di riferimento più adatti, o le tecniche risolutive più efficaci, o fissare un ordine di precisione ragionevole per i calcoli numerici, o fornire un certo numero di esempi e controesempi ad illustrazione dei risultati teorici utilizzati, e così via. Ecco un esempio per far vedere concretamente ciò che intendo dire. Alla maturità scientifica del 1981 il primo quesito era formulato così:

"In un sistema di assi cartesiani si scrivano le equazioni delle due circonferenze passanti per l'origine O ed aventi i centri rispettivamente nei punti C'(2;0) e C"($-\frac{1}{2}$; 0). Condotte per il punto O due rette mutuamente perpendicolari, delle quali la prima incontra le due circonferenze, oltre che nel punto O, nei punti A e B rispettivamente, e la seconda nei punti C e D, si determini il quadrilatero ACBD avente area massima".

In questa formulazione, come giustamente notava A. Morelli su Archimede n. 3, 1981 (pag. 107), l'adozione di un sistema di riferimento cartesiano (sottointeso ortogonale, monometrico) e la richiesta di scrivere le equazioni delle due circonferenze, spingono gli allievi ad intraprendere una risoluzione analitica, anche se essa si rivela poi meno semplice di altre possibili risoluzioni (per via sintetica, trigonometrica, ecc.).
Personalmente avrei preferito per questo esercizio una formulazione diversa e avrei quindi riformulato il primo periodo press'a poco così:

"Siano, nel piano, S', S" due circonferenze di centri C', C" e raggi r', r", con r'=4r", tra loro tangenti esternamente in un punto O".
(avrei poi lasciato inalterato il secondo periodo del testo).

Con questa nuova formulazione, l'interesse dell'esercizio si sarebbe spostato dal fatto puramente tecnico di una esecuzione corretta dei calcoli, alla capacità dello studente di individuare la via risolutiva più semplice e di scegliere (nel caso di una soluzione analitica) il sistema di coordinate più vantaggioso).
Se poi gli estensori del testo avessero temuto che una formulazione troppo vaga avrebbe disorientato gli allievi, sarebbe stato sufficiente inserire, dopo la formulazione modificata nel modo proposto sopra, un'avvertenza del tipo: "Nel caso di una risoluzione analitica, l'allievo scelga il sistema di riferimento e l'unità di misura nel modo che ritiene più opportuno".
Ma questi suggerimenti per formulazioni più "aperte" non riguardano solo

gli esercizi calcolativi; ecco un classico quesito di tipo "teorico" su-
scettibile di risposte diversamente articolate, che a me sarebbe sembrato
significativo sotto molti aspetti (intuizione spaziale, capacità di ragio-
namento, organicità e completezza dell'esposizione, ...) se inserito ad
es. in una prova di maturità magistrale:

"Si descrivano i diversi tipi di poligoni che si possono ottenere sezionan-
do un cubo con un piano".

INDICE