

Un invito al Trasporto Ottimo Quantistico

Dario Trevisan
Università di Pisa

Fin dai primi contributi di G. Monge, nel XVIII secolo, e di L. Kantorovich nel XX secolo, il problema del trasporto ottimo di massa ha fornito lo stimolo per lo sviluppo di strumenti in diverse aree della matematica, come l'analisi delle equazioni alle derivate parziali, l'analisi convessa e la ricerca operativa, ma anche la probabilità e la statistica. Negli ultimi decenni si è assistito ad una vera e propria esplosione delle applicazioni del trasporto ottimo, con importanti conseguenze nello studio delle disuguaglianze funzionali, in geometria e analisi stocastica, ma anche negli schemi risolutivi numerici di equazioni alle derivate parziali. Ancora più recentemente, l'aumento della potenza di calcolo combinata con opportuni algoritmi iterativi, hanno permesso di risolvere istanze di problemi di trasporto ottimo su vasta scala e in dimensione elevata, con applicazioni all'apprendimento automatico e più in generale fornendo utili strumenti per l'analisi di grandi quantità di dati.

Il trasporto ottimo quantistico è una generalizzazione del trasporto ottimo classico in cui le misure di probabilità sono sostituite da opportuni operatori di densità su spazi di Hilbert, che rappresentano gli stati di un sistema quantistico. L'esempio più semplice riguarda il processo di trasformare un qubit (un sistema quantistico su uno spazio bidimensionale) da uno stato ad un altro in modo ottimale, ossia minimizzando un opportuno costo di trasporto. Esistono attualmente diversi approcci per formulare il problema matematico del trasporto ottimo quantistico, con applicazioni nel calcolo quantistico, la comunicazione quantistica e il controllo quantistico. Lo scopo di questa comunicazione è di descrivere i più recenti approcci, in particolare esaminandone vantaggi e svantaggi, con particolare enfasi sui principali problemi matematici attualmente aperti e più rilevanti nelle applicazioni.