XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Metodi di Gromov iperbolicità in dinamica olomorfa

Leandro Arosio
Università di Roma Tor Vergata

Uno dei risultati principali nello studio della dinamica di una mappa olomorfa f dal disco unitario $\mathbb{D} \subset \mathbb{C}$ in sé è il teorema di Denjoy–Wolff: se f non ha punti fissi esiste un punto di $\partial\mathbb{D}$ a cui tutte le orbite convergono. Questo risultato, a prima vista legato alla struttura complessa, ha una più profonda natura metrica. In effetti Karlsson [4] ne ha ottenuto una versione nel contesto di una mappa f non espansiva di uno spazio metrico proprio Gromov iperbolico X: se le orbite di f non sono tutte relativamente compatte, allora esiste un punto del bordo di Gromov di X a cui tutte le orbite convergono.

Presenterò risultati ottenuti in [1, 2], inseriti nello stesso contesto. Studiamo la relazione tra due compattificazioni naturali di X: la compattificazione delle orofunzioni e la compattificazione di Gromov. In questo modo otteniamo una generalizzazione del lemma di Julia per le mappe non espansive di X, e descriviamo la dinamica delle orbite inverse ($f(x_{n+1}) = x_n$) il cui step $\sup_n d(x_n, x_{n+1})$ è finito. In particolare dimostriamo che, a meno di casi banali, tali orbite devono convergere ad un punto del bordo di Gromov di X (che dipende dall'orbita). Lo studio della dinamica delle orbite inverse con step limitato è stato iniziato per le mappe olomorfe del disco $\mathbb{D}$ da Bracci [3] e da Poggi-Corradini [5]. I risultati qui presentati possono essere applicati alle mappe olomorfe di domini di $\mathbb{C}^n$ che sono Gromov iperbolici rispetto alla distanza di Kobayashi, come ad esempio i domini strettamente pseudoconvessi o i domini convessi di tipo finito secondo D'Angelo.

Bibliografia

[1] L. Arosio, M. Fiacchi, S. Gontard, L. Guerini, *The horofunction boundary of a Gromov hyperbolic space*, Math. Ann. DOI:10.1007/s00208-022-02551-0 (2022).

[2] L. Arosio, M. Fiacchi, L. Guerini, A. Karlsson, *Backward dynamics of non-expanding maps in Gromov hyperbolic metric spaces*, (arXiv:2210.17480) (2023)

[3] F. Bracci, *Fixed points of commuting holomorphic mappings other than the Wolff point*, Trans. Amer. Math. Soc. **355** (2003), no. 6, 2569–2584.

[4] A. Karlsson, *Non-expanding maps and Busemann functions*, Ergodic Theory Dynam. Systems **21** (2001), no. 5, 1447-1457.

[5] P. Poggi-Corradini, *Canonical conjugations at fixed points other than the Denjoy–Wolff point* Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. **25** (2000), no. 2, 487–499.

E–mail: `leandroarosio@gmail.com`.
giovedì 7 settembre, ore 15.25, Aula 1 Polo Marzotto