

Un'estensione multilineare del teorema limite centrale e il fenomeno dell'universalità per sistemi disordinati

Francesco Caravenna, Università degli Studi di Milano-Bicocca

Sunto. Il teorema limite centrale afferma che la somma $S_N := X_1 + \dots + X_N$ di variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con varianza finita, opportunamente riscalata, ammette una distribuzione asintotica, ossia converge in legge (a una gaussiana). Discuterò un'estensione di questo risultato, in cui la somma S_N è rimpiazzata da un polinomio multilineare $Z_N := \sum_{I \subseteq \{1, \dots, N\}} c_{N,I} \prod_{i \in I} X_i$ delle variabili X_i . Sotto ipotesi naturali sui coefficienti $c_{N,I}$, la variabile aleatoria Z_N ammette ancora una distribuzione asintotica —tipicamente *non* gaussiana— che può essere caratterizzata esplicitamente come funzione di un moto browniano.

Il cuore della dimostrazione è un risultato profondo di stabilità (*principio di Lindeberg*), interessante di per sé, che mostra come la distribuzione del polinomio Z_N sia insensibile ai dettagli fini della distribuzione delle variabili aleatorie di base X_i .

Descriverò infine un'applicazione alla meccanica statistica di sistemi disordinati. Per una classe di modelli su reticolo molto studiati (che include il modello di Ising e alcuni modelli di polimeri) in interazione con un campo esterno aleatorio, mostrerò che la funzione di partizione ammette un limite di scala *universale* nel regime di debole accoppiamento.

Basato su lavori in collaborazione con Rongfeng Sun (National University of Singapore) e Nikos Zygouras (University of Warwick)

A multilinear extension of the central limit theorem and the universality phenomenon for disordered systems

Francesco Caravenna, Università degli Studi di Milano-Bicocca

Abstract. By the central limit theorem, the sum $S_N := X_1 + \dots + X_N$ of independent and identically distributed random variables with finite variance, suitably rescaled, admits an asymptotic distribution, i.e. converges in law (to a Gaussian). I will discuss an extension of this result, where the sum S_N is replaced by a multilinear polynomial $Z_N := \sum_{I \subseteq \{1, \dots, N\}} c_{N,I} \prod_{i \in I} X_i$ of the variables X_i . Under natural assumptions on the coefficients $c_{N,I}$, the random variable Z_N still admits an asymptotic distribution —typically *non* Gaussian— that can be explicitly characterized as a function of a Brownian motion.

The core of the proof is a deep stability result of independent interest (*Lindeberg principle*), showing that the distribution of the polynomial Z_N is insensitive toward the fine details of the distribution of the individual random variables X_i .

I will finally describe an application to the statistical mechanics of disordered systems. For a class of much studied lattice models (including the Ising model and some polymer models) interacting with an external random field, the partition function can be shown to admit a *universal* scaling limit in the weak coupling regime.

Based on joint work with Rongfeng Sun (National University of Singapore) and Nikos Zygouras (University of Warwick)